



## Trajetórias no Problema de Três Corpos Restrito

Eduardo Verrone Sanches\* <sup>1</sup> (IC), Tatiana A. Michtchenko<sup>1</sup> (PQ)

\* eduardo.sanches@usp.br.

<sup>1</sup> Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas - USP.

*Palavras Chave:* Mecânica Celeste, Pontos Lagrange, Três Corpos Restrito

### Introdução

Este projeto surgiu do propósito da construção de um software de simulação, utilizando a linguagem Python, o qual fosse instalado nos computadores do Laboratório de Informática do Dep. de Astronomia do IAG-USP e pudesse ser utilizado por alunos, em especial do curso de Mecânica Celeste. Este software auxilia no entendimento e aprendizado dos alunos de maneira interativa e lúdica com animações dos movimentos dos corpos celestes, gerando uma compreensão fenomenológica mais sólida dos problemas - Problema de 2 Corpos (P2C) e Problema de 3 Corpos Restrito (P3CR) - tratados durante a ministração da disciplina. Além do objetivo pedagógico, todos os módulos foram escritos de maneira a simular a realidade, recebendo e fornecendo dados reais àqueles que utilizarão a aplicação. Portanto, o software possibilita simulações matemáticas, bem como animadas, de sistemas hipotéticos ou em estudos científicos, podendo contribuir com o avanço da pesquisa acadêmica.

### Material e Métodos

Este projeto foi realizado concomitantemente em três frentes distintas: a primeira frente na qual foram estudados os tópicos teóricos dos problemas de 2 e 3 corpos<sup>1</sup>, desde os conceitos fundamentais até a dedução matemática dos principais resultados relativos a esses problemas<sup>2</sup>. Para isso foram utilizadas, em primeiro lugar, as notas de aula da disciplina de Mecânica Celeste, além de livros que abordam esses assuntos<sup>3</sup>; a segunda frente de trabalho foi buscar um aprendizado mais sólido e profundo da linguagem Python, e principalmente a respeito das bibliotecas necessárias, para ter conhecimento o bastante a fim de conseguir abordar todas as questões matemáticas impostas durante a resolução das simulações. Com a intenção de alcançar esse objetivo, foi necessário realizar alguns cursos, além de ser indispensável a busca por mais informações na Internet e com colegas; a terceira frente foi a efetiva construção de todos os módulos que compõe o software, sendo iniciadas as construções com os módulos a respeito do P2C e posteriormente sobre o P3C e o P3CR, abordando os principais resultados dessa análise. Todas essas frentes foram de equivalente importância para a construção do software e, por conseguinte, para a finalização do Projeto.

### Resultados e Discussão

A realização deste projeto através destas três frentes de trabalho, proporcionaram resultados bastante benéficos, isso porque foi reunido no relatório final do projeto os principais resultados teóricos (como a Integral de Jacobi, Superfícies de Velocidade Zero e Critério de Tisserand), com o desenvolvimento matemático pertinente, a respeito do P3CR, uma vez que foi possível constatar a escassez de material em língua portuguesa sobre este tema.

O Software foi desenvolvido em Python e conta com 13 módulos que realizam simulações numéricas e animações, sendo 6 módulos referentes ao P2C, 7 que abordam o P3C e o P3CR. Reitera-se a importância dos estudos e desenvolvimentos científicos relacionados à dinâmica dos corpos celestes, uma vez que os conceitos de Superfícies de Velocidade Zero e Pontos de Lagrange são muito utilizados na prática, como para alocar satélites e telescópios espaciais.

Dentre os módulos que compõe o software, merecem maior destaque:

- "P2C\_EDO\_Grafico\_e\_Animacao"

O programa imprime diversas informações, como período orbital (em anos), velocidade orbital no periastro e no apoastro, entre outras informações; exibe um gráfico que relaciona velocidade orbital e raio orbital com a anomalia verdadeira do objeto (Figura 1); exibe um segundo gráfico com o traçado da órbita descrita pelo corpo estudado e finaliza com uma animação do movimento orbital.

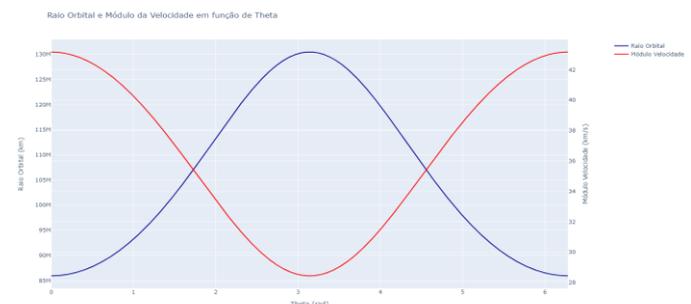


Figura 1: Gráfico relacionando velocidade orbital e semieixo maior em função do ângulo. Obtido com o módulo "P2C\_EDO\_Grafico\_e\_Animacao".

- "P2C\_EDO\_Grafico\_e\_Animacao\_VariosCorpos"

Neste módulo, o usuário trabalhar com 4 corpos distintos, entretanto cada um dos corpos só está ligado gravitacionalmente ao corpo central. (Figura 2). Esse módulo foi pensado para exemplificar a 3ª Lei de Kepler.

princípios físicos por trabalharem com a resolução de EDO's que regem os movimentos dos corpos.

## Conclusões

A realização deste projeto, o qual inicialmente foi um grande desafio, proporcionou uma experiência muito significativa, principalmente nos quesitos de consolidação do conhecimento e também em lidar com o desafio, buscando ferramentas para poder concluir com êxito os objetivos da pesquisa.

O software, nomeado de PlanLab – Laboratório Planetário – tem o objetivo de proporcionar ao usuário experimentações com corpos celestes e ainda fornecer uma visualização do movimento orbital do objeto estudado, bastando informar dados básicos do sistema, como massas dos objetos, posições e velocidades iniciais. Essa interação usuário-software ocorre através de uma comunicação direta e simples, exibindo na tela informações relevantes, exemplos de preenchimento dos dados e avisos sobre valores numéricos e unidades utilizadas, não sendo necessário o conhecimento de nenhuma linguagem de programação.

Devido a pandemia de COVID-19 e a necessidade do ensino remoto, o software ainda não foi instalado no Laboratório de Informática, entretanto todos os módulos estão funcionando e seus resultados já estão sendo utilizados pela Prof.<sup>a</sup> Tatiana durante as aulas remotas do curso de Mecânica Celeste deste semestre.

Estas são as primeiras versões dos módulos que compõem o software, conforme o uso por parte de estudantes, requisições de novas simulações e novas ideias apareçam, serão atualizados e aprimorados para atender melhor às necessidades da comunidade acadêmica e estudantil.

## Agradecimentos

Agradeço ao apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de Iniciação Científica, sob o processo 136121/2020-9, que permitiu a minha dedicação exclusiva às atividades acadêmicas.

<sup>1</sup> MACEDO, G.S; JUNIOR, A.J.R. Rev. Bras. Ens. Fis., ano 40, n.4, e4311, 2018

<sup>2</sup> L.B.T. dos Santos, Pontos Lagrangeanos-Aplicação para o asteroide 2001SN\_{263}. Dissertação de Mestrado, INPE, 2017

<sup>3</sup> MURRAY, C.D; DERMOTT, S.F. *Solar System Dynamics*. 1ª ed. Nova York: Cambridge University Press, 2000

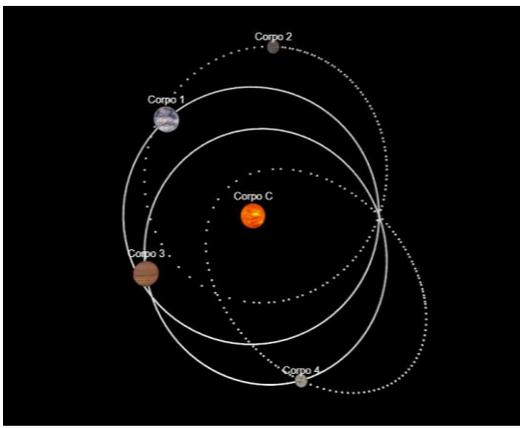


Figura 2: Foto da animação obtida com o módulo "P2C\_EDO\_Grafico\_e\_Animacao\_VariosCorpos".

- "P3CR\_PontosLagrange\_Grafico"

Informando as massas das primárias e das condições iniciais do corpo estudado, é exibido um gráfico com: a órbita do corpo 3, a localização dos Pontos de Lagrange e a localização das primárias (Figura 3).

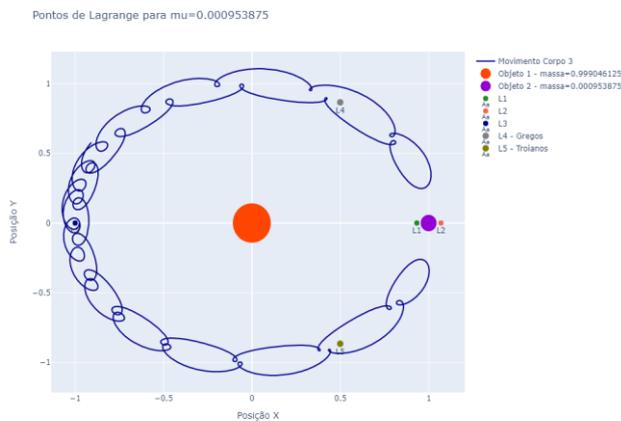


Figura 3: Imagem obtida com o módulo "P3CR\_PontosLagrange\_Grafico".

- "Sup\_Vel\_Zero\_Grafico"

Apenas informando as massas das primárias, é criado um gráfico contendo as linhas que definem as superfícies de velocidade zero do sistema (Figura 4).

Superfícies de Velocidade zero -  $\mu=0.3$

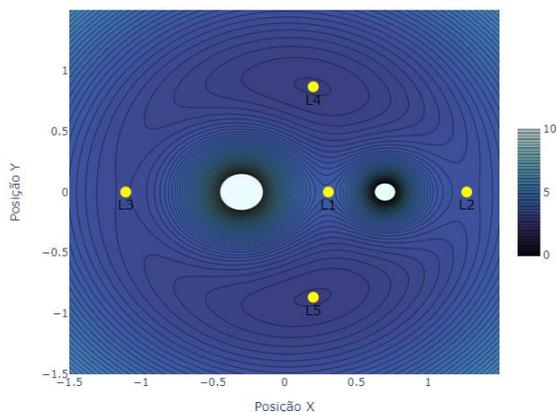


Figura 4: Gráfico contendo as Superfícies de Velocidade Zero de um sistema com  $\mu=0.3$ . Obtido com o módulo "Sup\_Vel\_Zero\_Grafico".

Estes possuem destaque entre todos os módulos principalmente pois são os mais completos, os que fornecem mais resultados ao usuário e seguem à risca os