



## UTILIZAÇÃO DA HEURÍSTICA VNS PARA OTIMIZAÇÃO DE UM MODELO DE TRÁFEGO VEICULAR

### Use of VNS heuristics for optimization of a vehicular traffic model

Danilo J. dos S. Nakoneczny (1); Liliana M. Gramani (2); Eloy Kaviski (3)

- (1) Mestrando de Programação Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil.  
(2) Dra. Profa. Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil.  
(3) Dr. Prof. Depto. de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná, Curitiba - PR, Brasil.  
Email para Correspondência: nakoneczny.ufpr@gmail.com; (1) Autor principal e apresentador.

**Resumo:** Este artigo propõe a utilização da heurística de otimização denominada *Variable Neighborhood Search* - VNS, para resolver um modelo matemático com base na equação de conservação de massa, cuja função objetivo minimiza a quantidade de veículos retidos nos semáforos de uma via. Considerando-se dados reais do trânsito de uma via principal da região da cidade de Curitiba - PR, realizam-se execuções do programa utilizando a heurística (VNS) considerando a busca aleatória para diferentes tamanhos de passos entre as simulações. Os tempos de execução do programa e os resultados da função objetivo (FO) para os casos considerados são analisados e comparados. A melhora no tempo de execução é significativa com a heurística (VNS) em relação à busca aleatória, considerando resultados da (FO) próximos em ambas as comparações. Encontra-se também uma relação que define o tempo de execução em relação ao tamanho do passo nas simulações.

*Palavras chaves:* otimização de tráfego; heurística *Variable Neighborhood Search* - VNS; minimização de esperas em semáforos.

**Abstract:** This article suggests the use of optimization heuristics named *Variable Neighborhood Search*-VNS, to solve a mathematical model based on equation of conservation of mass, whose objective function minimizes the amount of vehicles retained in lights of a via. Considering actual data traffic in a region of the main city of Curitiba-PR, carried out executions of the program using the heuristics (VNS) considering the random search for different sizes of steps between the simulations. The program and the results of the objective function (FO) for the cases considered are analyzed and compared. Improved runtime is significant with the heuristics (VNS) in relation to the exhaustive search, considering results of (FO) close in both comparisons. It is also a relationship that defines the runtime regarding the size of the step in the simulation.

**Keywords:** *traffic optimization; heurística Variable Neighborhood Search - VNS; minimization of waiting at traffic lights.*



## 1 INTRODUÇÃO

No ano de 1902, Ranson Olds deu início a produção de veículos em larga escala e com preços relativamente mais acessíveis e no final de 1913, Henry Ford implementou o conceito da linha de produção, tornando a produção mais ágil e deste então o crescimento da indústria automobilística só aumenta. Portanto com o crescimento no número de automóveis, as cidades começaram a se preocupar cada vez mais em organizar o tráfego de veículos, realizando assim a criação de novas leis e a implementação de novos modelos e sistemas semafóricos. Segundo (Noticias automotivas, 2018) a quantidade de veículos em fevereiro de 2018 no Brasil alcançou a marca de 97.591.211, onde tamanho volume de veículos tem gerado sérios problemas de trânsito nas cidades de médio e grande porte. Alguns dos maiores desafios das autoridades responsáveis pelo setor são os congestionamentos nas estradas que desencadeiam vários outros problemas, sendo alguns deles: o aumento do tempo perdido dos motoristas no trânsito, o estresse, maior gasto em combustível e aumento na poluição do ar.

Para minimizar os efeitos do problema em questão, várias iniciativas foram adotadas, sendo algumas delas a duplicação de pistas, construção de viadutos, faixas exclusivas para ônibus, proibição de circulação de veículos de grande porte em certos períodos do dia em algumas vias e a melhoria nas programações semafóricas, onde esta última iniciativa possui um custo relativamente baixo quando comparado com as duas primeiras aqui citadas, além disso possibilita grandes melhoras na fluidez do tráfego veicular. Portanto, muitas empresas privadas e órgãos públicos tem investido em pesquisas de modelos matemáticos que represente o tráfego veicular de forma mais eficiente e que possibilite obter uma melhor programação semafórica, mas além de um bom modelo matemático é importante estabelecer um bom método de busca para a solução do problema.

Com tal motivação, o presente artigo apresenta como principal objetivo a implementação de uma heurística de otimização denominada *Variable Neighborhood Search* – VNS (Mladenovic & Hansen, 1997), para resolver um modelo matemático de tráfego veicular que se baseia na equação de conservação de massa, cuja função objetivo do modelo é minimizar a quantidade de veículos retidos nos semáforos de uma via e suas transversais. Após a aplicação da heurística para resolver o modelo, os resultados foram comparados com os obtidos por meio de uma busca aleatória e analisados.

Através de uma melhor programação semafórica os problemas de congestionamentos são reduzidos, proporcionando assim uma melhor qualidade de vida aos motoristas, uma economia com gastos de combustíveis e na manutenção dos veículos, devido ao prolongamento da vida útil do mesmo, além de reduzir a emissão de poluentes na atmosfera.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os tipos de escalas que os modelos matemáticos de simulação de tráfego são baseados e em seguida é apresentada a modelagem matemática do problema. E na sequência a heurística *Variable Neighbourhood Search* – VNS e sua antecessora *Variable Neighbourhood Descent* – VND (Mladenovic & Hansen, 1997) são abordadas.

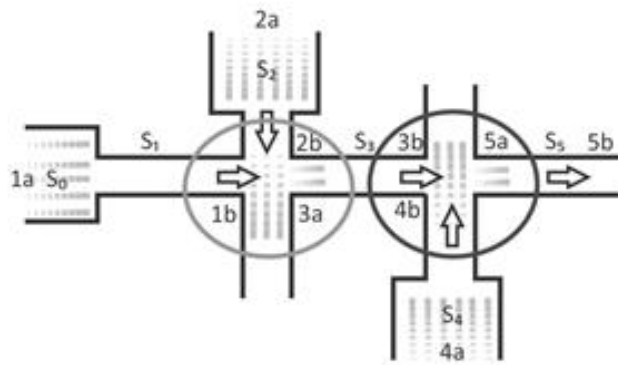
### 2.1 Tipos de escalas

Segundo Gramani (2010), Cristiani, Piccoli e Tosin (2011), o fluxo veicular pode ser abordado em três tipos de escalas, sendo elas:

- **Escala microscópica:** refere-se à identificação individual dos veículos, onde a posição e a velocidade de cada veículo definem o estado do sistema como variáveis dependentes do tempo. Sendo que os modelos matemáticos para tal escala consistem na determinação de uma equação diferencial para a dinâmica de cada veículo, baseada na mecânica newtoniana, sob a ação dos veículos ao redor. Assim a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias fornece a descrição do escoamento de veículos na estrada.
- **Escala macroscópica:** refere-se à representação do estado do sistema por uma média da quantidade de veículos, ou seja, a densidade, o momento linear e a energia, são consideradas como variáveis dependentes do tempo e do espaço. O fluxo de tráfego é modelado como um fluido compressível formado por veículos e descrito por uma estrutura macroscópica.
- **Escala cinética:** Utilizada quando o estado do sistema ainda é identificado pela posição e pela velocidade dos veículos. No entanto esta identificação, não se refere a cada veículo, mas à distribuição de probabilidade adequada ao longo do estado microscópico considerado. Os modelos com esta escala descrevem a evolução da função de distribuição por equações não-lineares e integro-diferenciais com uma estrutura semelhante a equação de Boltzmann que descreve a dinâmica dos gases.

### 2.2 Modelagem matemática

O modelo matemático desenvolvido por Nakoneczny, Gramani e Kaviski (2018) se baseia na escala macroscópica, onde se considera um sistema semelhante ao da propagação das cheias de um rio e se utiliza a equação da conservação de massa para medir o volume de veículos em cada trecho das vias em um determinado intervalo de tempo. Sendo a modelagem desenvolvida para uma rua de mão única com duas vias transversais, conforme a Figura 1.



**Figura 1. Modelagem do trecho**

Fonte: Kaviski (2017)

As variáveis utilizadas são:

$S_i$ : quantidade de veículos no trecho  $i = 1, \dots, 5$ ;

$a$ : início do trecho;

$b$ : final do trecho;

$\alpha_i$ : porcentagem de veículos que continuarão na via principal passando pelo semáforo  $i$ ;

$\beta_i$ : porcentagem de veículos que vira na via principal passando pelo semáforo  $i$ ;

$Q_{ia}$ : quantidade de veículos no início do trecho  $i$ ;

O objetivo do modelo é encontrar os tempos de verde e vermelho dos semáforos de maneira a minimizar a quantidade de veículos que ficam retidos em cada trecho ( $S_i$ ) semaforizado, ou seja,

$$\text{Min } Z = \sum_{i=0}^5 S_i \tag{1}$$

sujeito as condições de conservação de massa e capacidade:

$$\frac{d(S_0 + S_1)}{dt} = Q_{1a} - Q_{1b}, \tag{2}$$

$$\frac{d(S_i)}{dt} = Q_{ia} - Q_{ib}, \text{ onde } i = 2, 3, 4 \text{ e } 5, \tag{3}$$

$$Q_{3a} = \alpha_1 Q_{1b} + \beta_2 Q_{2b}, \quad (4)$$

$$Q_{5a} = \alpha_3 Q_{3b} + \beta_4 Q_{4b}, \quad (5)$$

$$S_i \leq S_{i,max}, \text{ sendo } i = 1, 3 \text{ e } 5, \quad (6)$$

onde  $S_{i,max}$ , representa a capacidade máxima que o trecho  $i$  pode comportar, sendo que neste modelo as restrições de capacidade são consideradas apenas para os trechos da via principal.

### 2.3 Heurística variable neighbourhood search - VNS

A heurística VNS foi proposta pela primeira vez por Boctor (1993) e consagrada pelos autores Mladenovic e Hansen (1997), sendo esta heurística vista como uma sucessora da heurística *Variable Neighbourhood Descent* - VND que consiste basicamente em gerar um conjunto de vizinhança  $N(s)$  a partir de uma solução inicial e analisar a melhor solução, onde a partir desta gera-se um novo conjunto vizinhança e o processo se repete até que algum critério de parada estabelecido seja satisfeito, onde uma vizinhança de um problema discreto de otimização pode ser definida matematicamente por  $N(s)$ , como sendo uma solução representada pelo conjunto  $\{s' \mid d(s',s) \leq \epsilon\}$ , onde  $d$  representa uma distância dada que está relacionada ao operador de movimento. Na Figura 2. abaixo é apresentado o algoritmo VND.

---

Algoritmo: *Variable Neighbourhood Descent*- VND

---

**Input:** um conjunto de estruturas de vizinhança  $N_l$  para  $l = 1, \dots, l_{max}$

$x = x_0$ ; {Gerar uma solução inicial}

$l = 1$ ;

**While**  $l \leq l_{max}$  **do**

encontra o melhor vizinho  $x'$  de  $N_l(x)$ ;

**If**  $f(x') < f(x)$  **then**

$x = x'$ ;

$l = 1$ ;

**else**

$l = l + 1$ ;

**Print:** melhor solução encontrada.

---

**Figura 2. Algoritmo da heurística VND**

**Fonte: Adaptado de Mladenovic e Hansen (1997)**

Entretanto a heurística VND é uma estratégia para melhorar a busca de uma solução local, mas esta tende a ficar presa em mínimos locais e para contornar este problema nasce a heurística VNS como sendo uma melhoria da heurística VND. Portanto, a heurística VNS possibilita realizar mudanças no local de busca através de diferentes estruturas de vizinhanças, onde tais mudanças contribuem para fugir de alguns ótimos locais, gerando



assim mais diversificação no espaço de busca, conforme se pode notar no código a seguir na Figura 3.

---

Algoritmo: Variable Neighborhood Search - VNS

---

**Input:** um conjunto de estruturas de vizinhança  $N_k$  para  $k = 1, \dots, k_{\max}$  para diversificar  
um conjunto de estruturas de vizinhança  $N_l$  para  $l = 1, \dots, l_{\max}$  para busca local

$x = x_0$ ; {Gerar uma solução inicial}

**Repeat**

$k = 1$ ;

**While**  $k \leq k_{\max}$  **do**

**Diversificar:** escolhe uma solução aleatória  $x'$  da  $k$ -ésima vizinhança  $N_k(x)$  de  $x$ ;

$l = 1$ ;

**While**  $l \leq l_{\max}$  **do**

**Busca local:** encontra o melhor vizinho  $x''$  de  $N_l(x')$ ;

**If**  $f(x'') < f(x')$  **then**

$x' = x''$ ;

$l = l + 1$ ;

**else**

$l = l + 1$ ;

**if**  $f(x'') < f(x)$  **then**

$x = x''$ ;

        {continuar a busca local com o conjunto de vizinhança  $N_k$ }

**else**

$k = k + 1$ ;

**Until** critério de parada

**Print:** melhor solução encontrada.

---

Figura 3. Algoritmo da heurística VNS

Fonte: Adaptado de MLADENOVIC e HANSEN (1997).

### 3 METODOLOGIA

No artigo foi utilizando dados da quantidade de veículos acumulados por hora nos trechos de uma via denominada Linha Verde e duas de suas transversais na cidade de Curitiba-PR, onde tais informações foram fornecidas pela SETRAN (Secretaria Municipal de Trânsito - PR). Mas para melhorar a visualização dos dados e otimizar o tempo das simulações, utiliza-se uma distribuição uniforme para discretização dos dados com intervalos de tempo em segundos, os quais são denominados de “passo”. Os tempos de verde e vermelho dos semáforos em cada simulação são valores múltiplos do tamanho do “passo”, sendo assim, quanto menor o passo maior se torna o espaço de busca de uma solução.

Para as simulações do fluxo de veículos nas vias foi adotado o modelo matemático proposto por Nakoneczny, Gramani e Kaviski (2018), sendo considerado nas simulações

um dia com 4 períodos distintos, onde os parâmetros presentes nas Eq. 4-5 foram considerados como sendo:

$\alpha_i$  = 80% dos veículos continuam na via principal  $i$  que possui 3 pistas, onde  $i = 1, 3$  e 5.

$\beta_i$  = 50% dos veículos saem da via transversal  $i$  que possui 2 pistas e entram na via principal, onde  $i = 2$  e 4.

O tempo de ciclo é fixado em 120s para todos os cruzamentos e nas simulações é considerado um tempo morto de 6s por ciclo, pois não há fluxo de nenhum sentido na interseção semaforica.

Para minimizar a função objetivo do modelo considerado foi utilizada a heurística VNS, cuja solução inicial “x” é uma matriz com tempos de verde e vermelho dos semáforos de cada cruzamento para cada período do dia. O algoritmo VNS desenvolvido utiliza 8 diferentes estruturas para criação de conjuntos de vizinhança, sendo estes:

- $N_1(x)$ : cada vizinho é gerado alterando um único elemento da matriz solução x com uma unidade para mais;
- $N_2(x)$ : cada vizinho é gerado alterando um único elemento da matriz solução x com uma unidade para menos;
- $N_3(x)$ : cada vizinho é gerado alterando uma linha da matriz solução x com uma unidade para mais;
- $N_4(x)$ : cada vizinho é gerado alterando uma linha da matriz solução x com uma unidade para menos;
- $N_5(x)$ : cada vizinho é gerado alterando uma coluna da matriz solução x com uma unidade para mais;
- $N_6(x)$ : cada vizinho é gerado alterando uma coluna da matriz solução x com uma unidade para menos;
- $N_7(x)$ : cada vizinho é gerado alterando a solução x com r unidades a mais para cada elemento da matriz, tal que, r varia aleatoriamente de zero à dois;
- $N_8(x)$ : cada vizinho é gerado alterando a solução x com r unidades a menos para cada elemento da matriz, tal que, r varia aleatoriamente de zero à dois.

Portanto, os conjuntos de vizinhança  $N_1(x)$  e  $N_2(x)$  geram vizinhos muito próximos do vizinho de referencia x, mas as vizinhanças  $N_3(x)$ ,  $N_4(x)$ ,  $N_5(x)$  e  $N_6(x)$  exploram vizinhos um pouco mais distantes de x e os conjuntos de vizinhança  $N_7(x)$  e  $N_8(x)$  são muito mais abrangentes que os demais, onde estes dois últimos são interessantes para fugir de mínimos locais, gerando uma diversificação no espaço de busca.

Na Figura 4. a seguir, pode-se analisar a estrutura do algoritmo adotado com base na heurística VNS.



---

Algoritmo: VNS adaptado.

---

**Input:** os conjuntos de estruturas de vizinhança  $N_k$  para  $k = 1, \dots, 8$ .

**For**  $i = 1$  to 1000 **do**

Gerar uma solução aleatória  $x_i$

$x =$  melhor solução  $x_i$  obtida. {solução inicial}

cont = 1;

**While** cont <= 20 **do**

**For**  $k = 1$  to 6 **do**

Gera vizinhança  $N_k(x)$ ;

**Busca local:** encontra o melhor vizinho  $x'$  de  $N_k(x)$ ;

Cont = cont + 1;

**If**  $f(x') < f(x)$  **then**

$x = x'$ ;

cont = 0;

**else**

Gera vizinhança  $N_7(x)$  e  $N_8(x)$ ;

**Busca local:** encontra o melhor vizinho  $x''$  de  $N_7(x)$  e  $N_8(x)$ ;

**if**  $f(x'') < f(x)$  **then**

$x = x''$ ;

**end while;**

**Print:** melhor solução encontrada.

---

**FIGURA 4. Algoritmo VNS adaptado**

**Fonte: Adaptado de BOCTOR (1993)**

No início da simulação as ruas são consideradas vazias e todos os semáforos fechados. Portanto o carregamento da malha viária é dado por,  $qe_{i,0} = 0$  para  $i = 3$  e  $5$ ;  $qe_{i,0}$  são valores diferentes de zero para os trechos 1, 2 e 4, os quais são calculados de acordo com o tamanho do passo escolhido sobre os dados fornecidos pela SETRAN e a velocidade média do fluxo para ambas as vias é de 16,67 m/s. Já o tamanho do passo foi sendo modificado entre as simulações. Para comparar a eficiência dos métodos de busca foram primeiramente considerados os resultados obtidos com a heurística VNS e depois tentou-se encontrar resultados próximos a eles, mas fazendo-se uso da busca aleatória. Todos os algoritmos foram implementados na linguagem de programação Pascal na plataforma Lazarus.

## 4 RESULTADOS

A seguir são apresentados alguns quadros e gráficos com os resultados da função objetivo do modelo e o tempo de execução para ambos os métodos de busca, onde foi



considerado diferentes tamanhos de passos, sendo estes de 1s, 2s, 3s, 4s, 5s, 6s e 10s. Para cada passo o modelo foi executado 10 vezes utilizando a heurística VNS e mais 10 vezes usando a busca aleatória, totalizando 140 testes realizados.

Nos Quadros 1. e 2. são apresentados tanto as médias dos resultados da função objetivo (FO) quanto os tempos de execução em segundos para cada método de busca adotado e na última linha é indicado o percentual de melhoria com a utilização da heurística VNS em relação a busca aleatória.

**Quadro 1. Média dos resultados e tempos de execução para passos de 1s a 4s**

	Passo 1s		Passo 2s		Passo 3s		Passo 4s	
	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
Média VNS	44,347	575,729	49,628	152,340	56,523	58,103	64,247	27,608
Média ale.	44,693	7897,936	50,344	1070,941	57,295	753,475	64,406	229,000
Melhoria	0,78%	1271,81%	1,44%	602,99%	1,37%	1196,80%	0,25%	729,46%

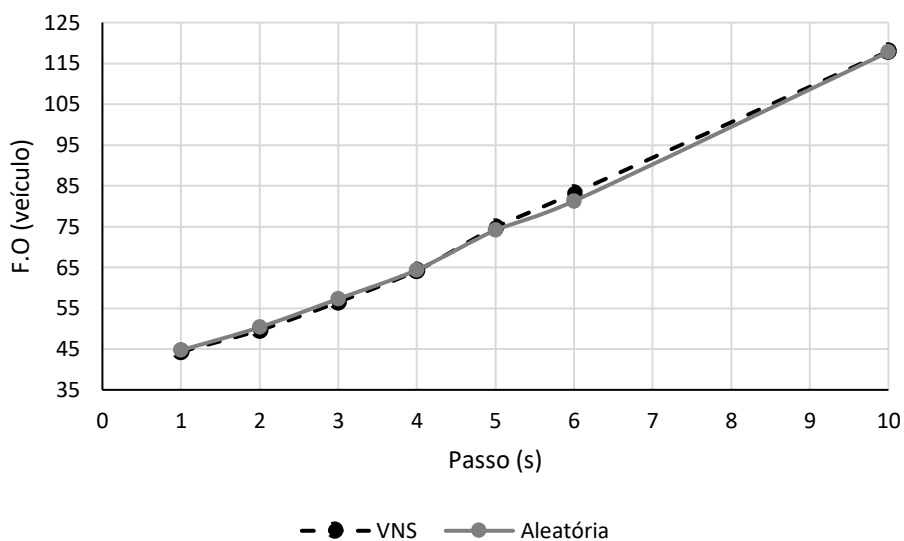
No Quadro 1. nota-se que para ambos os tamanhos de passo ocorreram melhoras nos resultados da FO e nos tempos de execução.

**Quadro 2. Média dos resultados e tempos de execução para passos de 5s, 6s e 10s**

	Passo 5s		Passo 6s		Passo 10s	
	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
Média VNS	74,831	20,656	83,218	10,528	117,975	4,887
Média ale.	74,118	145,734	81,270	112,266	117,793	36,121
Melhoria	-0,95%	605,52%	-2,34%	966,35%	-0,15%	639,13%

Para o Quadro 2. observa-se que para ambos os tamanhos de passo ocorreram melhoras nos tempos de execução, mas os resultados da FO ficaram de 0,15% a 2,34% piores.

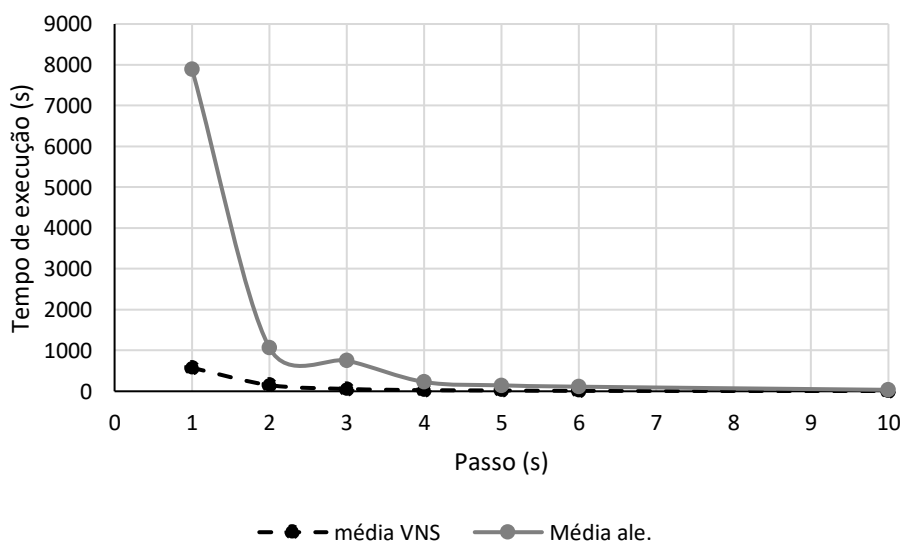
A seguir, a Figura 5. apresenta um gráfico da média dos resultados da FO em relação aos diferentes tamanhos de passo, onde uma das curvas é proveniente dos resultados obtidos através da heurística VNS e outra sendo resultante da busca aleatória.



**Figura 5. Resultados da FO em relação ao passo**

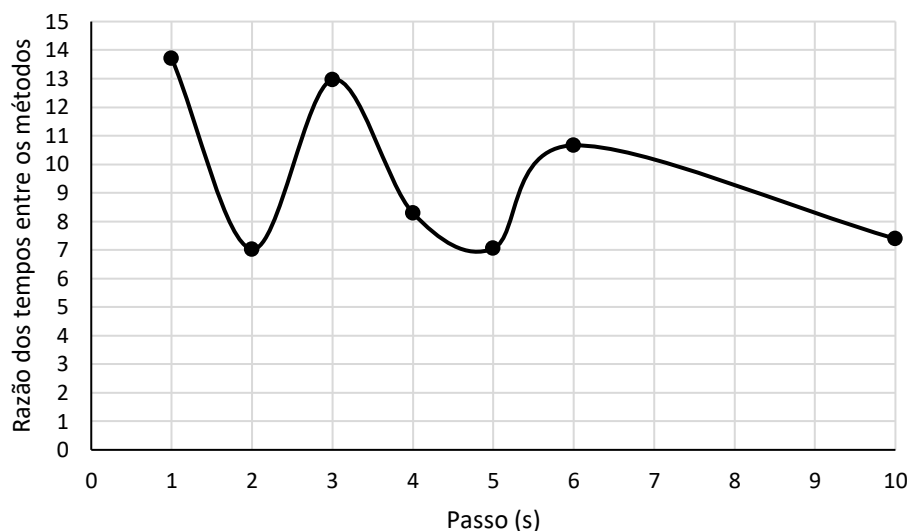
Analisando a Figura 5. pode-se notar que a FO para ambos os métodos de busca possui um crescimento aproximadamente linear com o aumento do tamanho do passo. E observa-se o quão próximo tem sido os resultados, permitindo assim, uma melhor comparação no tempo de execução entre os métodos. Pelo gráfico verifica-se que a heurística VNS possui uma pequena vantagem para passos menores e iguais a 4s.

Na Figura 6. apresenta a seguir, mostra um gráfico da média dos tempos de execução para cada algoritmo de busca aqui considerado em relação aos diferentes tamanhos de passo.



**Figura 6. Média do tempo de execução em relação ao passo**

Observa-se no gráfico da Figura 6. Uma grande diferença entre os tempos de execução da heurística VNS para a busca aleatória, onde tal diferença se evidencia melhor no passo de 1s e pouco notada nos passos maiores devido a amplitude do gráfico ser muito grande. Portanto, um novo gráfico foi gerado para saber quantas vezes a heurística VNS é mais rápida que a busca aleatória para cada tamanho de passo, conforme apresenta a Figura 7.



**Figura 7. Razão do tempo de execução entre os métodos em relação ao passo**

Analisando a Figura 7. nota-se variações não uniformes entre as razões com o aumento dos passos, mas em todos os casos as razões são limitadas entre 7 a quase 14.

O resultado da melhor programação semafórica foi encontrado na 3ª execução das 10 geradas pelo programa com a utilização da heurística VNS para o passo de 1s, conforme o Quadro 3.

**Quadro 3. Melhor programação semafórica**

Período	Semáforo 1		Semáforo 2		Semáforo 3	
	Aberto (s)	Fechado (s)	Aberto (s)	Fechado (s)	Aberto (s)	Fechado (s)
0h f 5h	86	34	72	48	67	53
5h f 9h	78	42	53	67	86	34
9h f 19h	72	48	53	67	87	33
19h f 0h	83	37	62	58	85	35
Valor da função objetivo (F.O) = 42,811466220						



## 5 CONCLUSÃO

Conclui-se que a utilização da heurística VNS para a busca de um valor ótimo é pelo menos 7 vezes mais rápida que a busca aleatória para o modelo de simulação de tráfego adotado. E a heurística possui melhores resultados principalmente quando a região de busca se torna maior, onde tal fato se observa nos passos pequenos.

Observando apenas a média dos tempos de execução da heurística VNS, foi possível estimar uma aproximação do tempo de execução em função do *passo*, de maneira que o tempo de execução do programa para um determinado tamanho de *passo* é aproximadamente o tempo de execução do programa para o passo de 1s dividido pelo quadrado do tamanho do *passo*, onde tal estimativa é restrita as características do algoritmo de otimização representada neste artigo.

Nota-se também uma redução no tempo de execução com o aumento do tamanho do passo, o que se faz justificável pela diminuição do espaço de busca com o uso de passos maiores.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudo concedida e ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE), da Universidade Federal do Paraná, o qual estudo.

## REFERÊNCIAS

Boctor, F., 1993. Discrete optimization and multi-neighbourhood, local improvement heuristic, Doc. de travail 93-35, FSA, Université Laval.

Cristiani, E., Piccoli, B., Tosin, A., 2011. Multiscale modeling of granular flows with application to crowd dynamics. Society for Industrial and Applied Mathematics: Multiscale Modeling & Simulation, v. 9, p. 155-182.

Gramani, L. M., 2010. Descrições microscópica, macroscópica e cinética do fluxo de tráfego veicular. São Carlos: SBMAC, v. 46.

Kaviski, E., 2017. Comunicação Pessoal. Professor do Departamento de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Mladenovic, N., & Hansen, P., 1997. Variable neighborhood Search. Computers and Operations Research, 24 (11), 1097–1100.

Nakoneczny, D. J. S., Gramani, L. M., & Kaviski, E., 2018. Método Computacional para Fluxo com Objetivo de Minimizar a Retenção de Veículos, “III Simposio de Métodos Numéricos em Engenharia”, Curitiba-PR. Anais.

Notícias automotivas, 2018. Disponível em:

<<https://www.noticiasautomotivas.com.br/quantos-carros-tem-no-brasil/>>. Acesso em: 08 de agosto de 2018.