

LINKUP DE MÚLTIPLAS TRINCAS COM ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL USANDO O PROGRAMA BEMCRACKER2D

Linkup for multiple cracks growth with dual boundary element using BEMCracker2D Program

Wesley Medeiros Rodrigues (1); Gilberto Gomes (2)

(1) Engenheiro Civil, Universidade de Brasília, Brasília - DF, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade de Brasília, Brasília - DF, Brasil.

Email para Correspondência: Wesley.mrodrigues@catolica.edu.br; (1) Apresentador.

Resumo: A coalescência ou *linkup* de múltiplas trincas com o método dos elementos de contorno dual e o uso de três predições diferentes baseadas em modelos elásticos lineares é proposto. Para a aplicação da análise, o processo de crescimento de trinca é simulado com uma análise incremental de extensão de múltiplas trincas, com base no critério de máxima tensão principal onde, para cada incremento, é aplicado o método dos elementos de contorno dual para realizar uma análise de tensão na estrutura trincada, bem como o processo de *linkup* é estimado com base no critério de plastificação do ligamento de Dugdale. Além disso, o programa BEMCracker2D para análise de trinca com elementos de contorno, bem como a interface gráfica BEMLAB2D, para pré- e pós-processamentos, são utilizados. A verificação da análise é avaliada através de um exemplo, da literatura aberta, com o objetivo de demonstrar a precisão e eficiência da análise e avaliar o programa.

Palavras chaves: elemento de contorno dual; coalescência; linkup; múltiplas trincas.

Abstract: The linkup or coalescence of multiple cracks growth with dual boundary element method and using three different predictions based on linear elastic models is proposed. For the application of the analysis, the crack-growth process is simulated with an incremental multiple-crack extension analysis, based on the maximum principal stress criterion where, for each increment, the dual boundary element method is applied to perform a stress analysis of cracked structure, as the linkup process is estimated with the ligament yield criteria based on Dugdale. Moreover, the computer program BEMCracker2D for crack analysis with boundary element, as well as a graphical user interface BEMLAB2D for BEM generation model, visualization of the propagation process, linkup and deformed mesh, are used. The verification of the analysis is assessed through an example, from the open literature, aiming to demonstrate the accuracy and efficiency of the analysis and evaluate the program.

Keywords: dual boundary element; coalescence; linkup; multiple crack-growth.

1 INTRODUÇÃO

Elementos estruturais, submetidos a cargas cíclicas, apresentam fissuras e trincas pelo denominado processo de fadiga. O fenômeno do *linkup* representa quando duas ou mais trincas se propagam, por conta da fadiga excessiva, e ocasionam o coalescimento das mesmas, resultando em uma trinca muito maior do que a original, a qual deve ser analisada com o propósito de garantir a segurança em serviço da estrutura.

A mecânica da fratura tem suas equações fundamentadas na teoria da elasticidade linear para estudar o comportamento de cada trinca, que atuam de forma singular envolvendo parâmetros como a sua geometria, posição, orientação e a proximidade de suas extremidades em função do seu comprimento. Contudo, todas essas características geram dificuldades acerca da modelação e do cálculo dos fatores de intensidade de tensão. Por conta disso, Lacerda e Wrobel (2001), deixam claro que, para quaisquer mecanismos físicos estudados, métodos numéricos incrementais deverão ser utilizados para analisar o processo de propagação de trincas.

Métodos incrementais de crescimento de trinca foram utilizados por alguns pesquisadores e se tornaram bastante reconhecidos no campo da mecânica da fratura por terem se tornado uma relevante técnica para analisar problemas de elasticidade. Foram eles: o Método dos Elementos de Contorno (MEC) no trabalho de Blandford, Ingraffea e Liggett (1981), com a utilização da abordagem de sub-regiões, em que um contorno artificial é ligado com a trinca, separando a estrutura em duas novas sub-regiões sem trincas. Porém, essa técnica se torna desfavorável em uma análise incremental por conta da inserção repetida desse contorno artificial, sempre que surge uma nova trinca, o qual ocasiona aproximações ao longo da interface entre as sub-regiões e acaba gerando sistemas de equações algébricas maiores; e, o Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD) no trabalho desenvolvido por Portela, Aliabadi e Rooke (1992), o qual propuseram uma técnica que conta com apenas uma região de contorno e suas duas equações independentes, a equação integral do contorno de deslocamento sendo aplicada em uma das superfícies da trinca e a equação integral do contorno de tração na outra superfície. Essa técnica tem a vantagem de não precisar de uma remalhagem na extensão da ponta da trinca, como é necessário tanto no Método dos Elementos Finitos (MEF), quanto nas sub-regiões do MEC.

O uso da mecânica computacional revolucionou o campo da engenharia a partir de sua precisão e praticidade na resolução de problemas, o que impulsionou muitas pesquisas acerca de diversos temas. Entre essas aplicações, a utilização de métodos numéricos em programas capazes de modelar e fazer simulações numéricas apresentou um bom comportamento para análise de estruturas da engenharia, seja por meio do MEF ou do MEC.

Vários são os modelos acerca do tamanho da zona plástica, tais como o critério de Irwin, de Dugdale e de von Mises. Neste artigo, e por questões de simplificação, será utilizado o critério de Dugdale. E ainda, para análise da coalescência de múltiplas trincas, é utilizada a mecânica da fratura linear elástica, onde a modelagem e o processo de análise são desenvolvidos com uso da interface gráfica BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017) para pré- e pós-processamentos, e do processador BemCracker2D (GOMES, 2016) para análise via MECD, a fim de atestar e validar a eficiência das técnicas utilizadas.

O conteúdo deste trabalho está organizado nas seguintes seções: seção 2, uma breve descrição sobre o Método dos Elementos de Contorno Dual, sobre o cálculo dos fatores de intensidade de tensão e a do critério de direção de propagação da trinca; a formulação do critério de Dugdale sobre o *linkup* na seção 3; a modelagem computacional, bem como o BEMLAB2D e o BEMCracker2D são apresentadas na seção 4; o modelo analisado é apresentado na seção 5; por fim, as considerações finais na seção 6.

2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL

A utilização do Método dos Elementos de Contorno, em alguns casos que envolvem trincas, se tornou complexa, quando é gerado uma singularidade. Tal característica, ocorre quando há uma coincidência de dois pontos em uma mesma coordenada, mas de faces opostas da trinca, onde as equações integrais desses pontos geram uma matriz singular. A resolução desse caso com MEC padrão acarretaria em um volume muito grande de incógnitas e com um elevado número de sistemas de equação.

Para resolver este problema evitando essa singularidade de forma mais objetiva, foi criado o Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD), o qual foi implementado numericamente por Portela, Aliabadi e Rooke em 1992. Essa técnica considera duas equações independentes, as equações integrais de contorno de deslocamento e de tração, com o mesmo caminho de integração para as coordenadas dos pontos que são coincidentes, porém com equações integrais de contorno distintas que irão gerar equações algébricas independentes. Essas equações são detalhadas nas subseções seguintes.

2.1 Formulação do MECD

De acordo com Aliabadi (2002), a equação integral de deslocamento do MECD, considerando a inexistência de forças de corpo e a continuidade de deslocamentos, é descrita como,

$$C_{ij}(x')u_j(x') + CPV \int_{\Gamma} T_{ij}(x', x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x', x) t_j(x) d\Gamma(x) \quad (1)$$

onde i e j representam as componentes cartesianas; $T_{ij}(x', x)$ é a solução fundamental de Kelvin para tração, $U_{ij}(x', x)$ é a solução fundamental de Kelvin para deslocamento, ambas em um ponto x do contorno; o termo CPV é a integral com Valor Principal de Cauchy; e, $C_{ij}(x')$ representa os coeficientes dados para a expressão $\delta_{ij}/2$, onde δ_{ij} é o delta de Kronecker, para um contorno suave no ponto x' .

Assumindo também, a ausência de forças e a continuidade nas deformações e trações em x' sobre um contorno suave, a partir da equação integral de força de superfície é obtida a equação das componentes de tração t_{ij} , definida por,

$$\frac{1}{2} t_j(x') + n_i(x') HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(x', x) u_k(x) d\Gamma(x) = n_i(x') CPV \int_{\Gamma} D_{ijk}(x', x) t_k(x) d\Gamma(x) \quad (2)$$

onde o termo HPV é a integral com Valor Principal de Hadamard; os tensores $S_{ijk}(x',x)$ e $D_{ijk}(x',x)$, respectivamente, são as derivadas de $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$; n_i representa a i -ésima componente do vetor normal unitário ao contorno, no ponto x' .

Representando a base do Método dos Elementos de Contorno Dual, a Eq. (1) e a Eq. (2) formam o sistema linear de equações algébricas, onde os deslocamentos e as forças de superfície são calculados sobre os pontos do contorno:

$$Hu = Gt \quad (3)$$

onde **H** e **G** engloba, respectivamente, as integrais relacionadas às soluções fundamentais T_{ij} e U_{ij} , ou às integrais S_{ijk} e D_{ijk} ; as componentes de tração no contorno representada no vetor t ; e, as componentes de deslocamentos no contorno no vetor u .

Dessa forma a Eq. (3) pode ser reescrita como:

$$Ax = By = f \quad (4)$$

onde A e B são matrizes compostas a partir da reordenação, na forma convencional do MEC, das matrizes H e G; o vetor x representa os termos t_i e u_i ; e, o vetor y contém as condições de contorno \bar{t}_i e \bar{u}_i .

2.2 Cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão

Irwin (1957) e Williams (1957) apresentaram um novo conceito para a Mecânica da Fratura Linear Elástica, denominado de Fator de Intensidade de Tensão (FIT), o qual é capaz de definir a magnitude do campo de tensões em volta de uma trinca, bem como prever o ângulo de propagação e incrementos de trincas, em peças predominantemente elásticas.

Para cada tipo de modo de carregamento (abertura, cisalhamento no plano e cisalhamento fora do plano), constituídos pela MFLE, existe um fator de intensidade característico (K_I , K_{II} e K_{III}), bem como um valor crítico do fator de K_I , o qual é conhecido como tenacidade à fratura (K_{Ic}).

Os Fatores de Intensidade de Tensão podem ser obtidos através de técnicas de deslocamento ou extrapolação de tensão e, também, por métodos que dependam de uma aproximação de energia, as quais evitam singularidades perto da ponta da trinca. O MEC é usualmente prático na avaliação de FITs, através de uma integral independente de trajetória. Com as equações integrais de contorno chegam-se diretamente nos valores de deslocamento, derivadas de deslocamento e tensões nos pontos internos.

Segundo Portela, Aliabadi e Rooke (1992), a Integral J é um método bastante eficiente para obter o valor dos FITs e resolver problemas de trincas em geral. Sua metodologia é baseada em pós-processamento e em integrais ao longo de um limite independente de caminho, como relatado nos trabalhos de Rice e Tracey (1973).

Segundo Rice e Tracey (1973), a integral J se relaciona com os FITs de acordo com a seguinte expressão:

$$J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} \quad (5)$$

onde, K_I , K_{II} são os fatores de intensidade de tensão na ponta da trinca, respectivamente para o modo I e modo II; e, o módulo de Young é representado por E' , o qual para o plano de tensão tem-se que $E'=E$ e para o plano de deformação que $E'=E(1-\nu^2)$, o qual ν é o coeficiente de Poisson.

Separando os modos representados em cada FITs, a integral J pode ser escrita como a soma das duas integrais,

$$J = J^I + J^{II} \quad (6)$$

onde cada parte dessas integrais é representada por,

$$J^I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (7)$$

e

$$J^{II} = \frac{K_{II}^2}{E'}. \quad (8)$$

Com o uso MECD é possível determinar, precisamente, o campo elástico interior ao longo do caminho de contorno, levando em conta que a variação do campo elástico interno se forma dentro da solução fundamental do problema. E, por essa razão, a técnica da Integral J possui bastante alcance para calcular os fatores de intensidade de tensão.

2.3 Direção da propagação de múltiplas trincas

Muitas características e parâmetros, como a geometria do elemento e o tipo de carregamento, irão afetar a posição inicial da trinca à fadiga, bem como a sua forma de propagação. Diversos critérios foram propostos a fim de descrever a direção local do crescimento de trincas no modo misto. Contudo, um dos mais utilizados é o critério da Tensão Principal Máxima na ponta da trinca, como utilizado por Erdogan e Sih (1963). Esse critério tem como base que o crescimento de uma trinca irá acontecer em uma direção perpendicular à máxima tensão principal. Portanto, a posição da direção do crescimento dessas trincas é determinada quando a tensão de cisalhamento local for nula, da seguinte forma:

$$K_I \sin \theta_t + K_{II} (3 \cos \theta_t - 1) = 0 \quad (9)$$

onde θ_t é a coordenada angular centrada na ponta da trinca e medida do eixo da trinca a frente da ponta; e, K_I e K_{II} são os fatores de intensidade de tensão, dos modos de deslocamento de abertura (modo I) e de cisalhamento (modo II) na ponta da trinca, respectivamente.

Por se tratar de um critério contínuo, a Tensão Principal Máxima não leva em conta a discretização da propagação da extensão da trinca, conforme a Figura 1. Para contornar tal problemas, em uma análise incremental, deverá ser feita uma correção nas trajetórias referentes a propagação de múltiplas trincas, previstas inicialmente pela equação (9), afim de fornecer a direção real do incremento de propagação da trinca, de tal forma que o requisito da unicidade do caminho seja atendido.

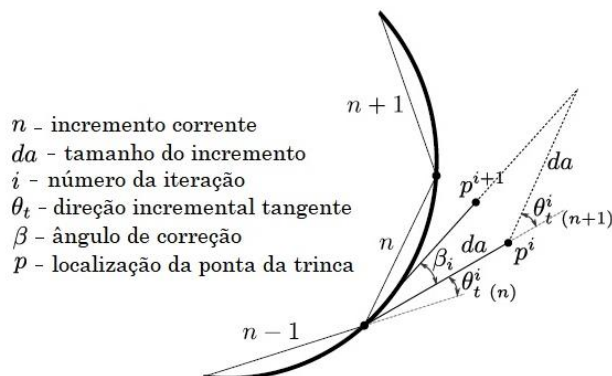


Figura 1. Esquema da direção incremental do crescimento da trinca.

Fonte: Adaptado de Aliabadi (2002).

Como observado, para se fazer tal correção é necessário introduzir um ângulo de correção (β) na direção tangente ($\theta_{t(n)}$), prevista pelo critério da Tensão Máxima Principal, no que diz respeito sobre a continuidade da equação. Desta forma será possível estimar a direção do n -ésimo incremento do crescimento da trinca. Este ângulo é dado por,

$$\beta = \theta_{t(n+1)} / 2 \tag{10}$$

onde, $\theta_{t(n)}$ é a direção do próximo incremento de extensão de trinca.

Essa técnica de correção quando aplicada iterativamente, é utilizada para todas as trincas coexistentes a fim de analisar a interação entre elas, apenas quando o valor da correção, em cada iteração, for inferior à sua precedente.

3 LINKUP

O cenário de dano múltiplo é corriqueiramente observado em estruturas que possuem furos, entalhes e qualquer particularidade que sejam concentradoras de tensões, como em juntas rebitadas da fuselagem de aeronaves, conforme a Figura 2, e em estruturas com defeitos presentes, principalmente quando estão submetidas a cargas cíclicas. Essa característica é definida como *Multiple Site Damage* (MSD), e conta com a presença simultânea de múltiplas trincas de fadiga na estrutura.

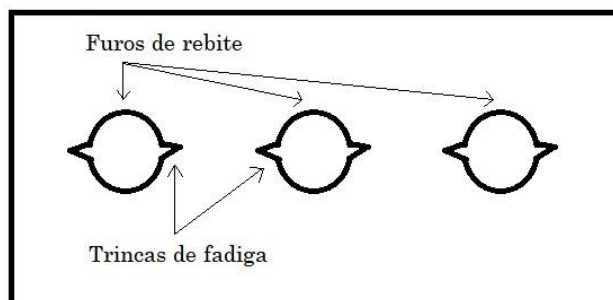


Figura 2. Esquema MSD em uma estrutura de fuselagem com furos de rebite.

Existem três diferentes fases, distintas pelo mecanismo, que pode ser dividido o MSD. Na ordem de acontecimentos, são elas: fase local, fase de propagação das trincas e *linkup* (ligamento das trincas), a qual diz respeito a carga de falha da estrutura, pois nessa etapa as trincas se unem formando outras cada vez maiores.

O dano generalizado presente nas estruturas inicia trincas no elemento e as conduzem para suas propagações, onde irá ocorrer uma interação entre elas, levando a coalescência de trincas, ou *linkup*, diminuindo de forma drástica a resistência residual após alcançar uma situação crítica.

A coalescência de trincas é definida representada pelo modelo de contato de zonas plásticas (SWIFT, 1993), critério que define o *linkup* entre duas trincas adjacentes e diz que o mesmo irá ocorrer quando suas zonas plásticas se tocam, ou seja, o ligamento entre as trincas plastifica e falha. A Figura 3 ilustra o esquema de *linkup* entre duas trincas, acompanhado de suas respectivas zonas plásticas.

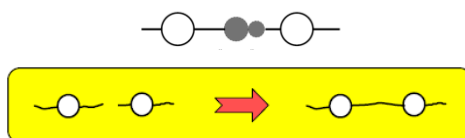


Figura 3. Exemplo coalescência de trincas.

Na ponta de cada trinca surge uma zona plástica, por se tratar de uma área concentradora de tensões, ainda que sejam aplicadas cargas muito pequenas. A área em torno de uma ponta de trinca contém informações muito importantes acerca sobre a propagação da trinca, ajudando a descobrir para qual direção ela vai crescer, e, por essa razão, tornou-se foco de muitos pesquisadores da mecânica da fratura. Com o objetivo de prever as características que essa região se comporta sob carga, Irwin (1957) e Dugdale (1960) realizaram trabalhos sobre a zona plástica, de maneira que seja possível determinar o tamanho e a forma do raio de deformação plástica em torno da ponta da trinca.

3.1 Critério de Irwin

Irwin (1957) percebeu a presença de uma singularidade nas tensões na ponta de trinca, a partir das soluções para o campo de tensão elástico. Essa singularidade deixará de existir no

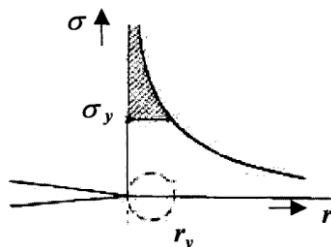


Figura 4. Correção para zona plástica de Irwin.

Fonte: adaptado de Broek (1986).

local onde ocorre a deformação plástica. Como o escoamento, para a maioria dos materiais, irá ocorrer localmente na ponta da trinca, as superfícies da trinca separam-se sem extensão na trinca. A Figura 4 apresenta a magnitude da tensão σ_y em um plano $\theta=0$.

Após essas observações, Irwin fez uma correção para o tamanho da zona plástica já presente na literatura da MFLE. De tal forma que o raio da zona plástica para o caso de tensão plana é a seguinte:

$$r_y = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (11)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material; r_y é o valor do diâmetro da zona plástica; e, os valores dos fatores de intensidade de tensão são determinados pela análise com o MECD em cada ciclo computacional do crescimento das trincas.

Como a propagação de trinca tende acontecer no modo I, as equações referentes ao cálculo do raio plástico só dependem do FIT relativo a esse modo.

3.2 Critério de Dugdale

Em 1960, Dugdale também desenvolveu um modelo para o cálculo da zona plástica na ponta da trinca. De tal forma que as regiões plásticas têm a forma de duas retas de comprimento R, com início de cada extremidade da trinca, conforme a Figura 5.

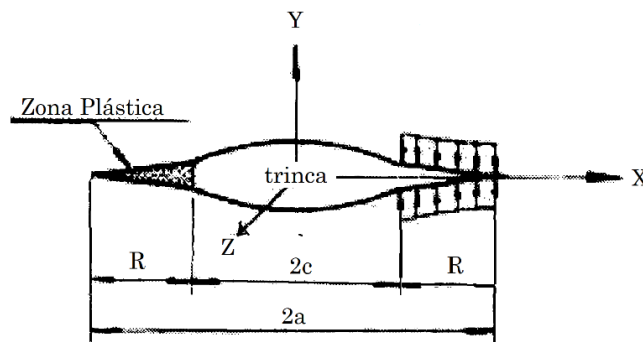


Figura 5. Zona plástica segundo Dugdale.

Fonte: adaptado de Meyers e Chawla (1982).

De acordo com o campo de tensão nas regiões plásticas e com o campo de tensão associado à tensão aplicada, Dugdale chegou ao tamanho da zona plástica, o qual é encontrado através da seguinte equação:

$$r_y = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (12)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material; r_y é o valor do diâmetro da zona plástica; e, os valores dos fatores de intensidade de tensão são determinados pela análise com o MECD em cada ciclo computacional do crescimento das trincas.

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A solução dos problemas com trincas bidimensionais, via análise pelo Método dos Elementos de Contorno Dual, eficiente por não precisar de remalhamento, é suficientemente desenvolvida no programa BEMCracker2D, ressaltando que é um programa acadêmico baseado nos trabalhos de Gomes (2000, 2006), que possui uma interface gráfica de pré e pós-processamento chamada BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017).

4.1 O Programa BEMCRACKER2D

O BemCracker2D é um programa desenvolvido na linguagem C++ para modelagem e análise de problemas elastostáticos com o MEC padrão, para discretização do contorno usando elementos contínuos, ou MECD, para discretização da trinca usando elementos descontínuos, e envolve os seguintes três módulos de processamento, segundo Gomes (2016):

- Módulo I - MEC padrão;
- Módulo II - MECD Sem Propagação;
- Módulo III - MECD Com Propagação:
 - Análise de Tensões com MEC;
 - Avaliação de Fatores de Intensidade de Tensões (Integral J);
 - Avaliação da Direção/Correção do crescimento da trinca (Critério de Tensão Máxima);
 - Avaliação de Vida à Fadiga (Lei de Paris).

4.2 A Plataforma BEMLAB2D

O BEMLAB2D é uma interface gráfica para pré e pós-processamento, escrita em MATLAB, com foco na modelagem e visualização bidimensionais de diferentes tipos de

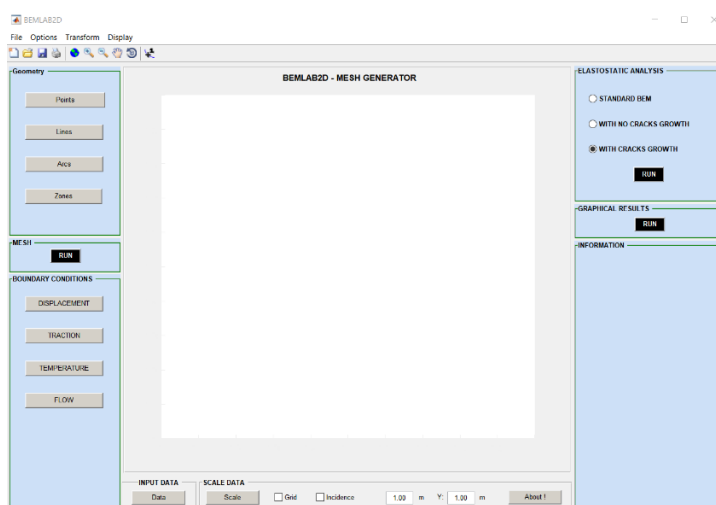


Figura 6. Interface Gráfica BEMLAB2D.

malha, bem como para análise de problemas elastostáticos, envolvendo modelos de trincas, com o processamento feito pelo programa BemCracker2D. Representa uma interface do tipo GUI (*Graphical User Interface*), que permite ao usuário uma interação direta com o programa, como ler e gravar arquivos de dados, comunicar com outras interfaces gráficas e exibir dados como tabelas ou gráficos (DELGADO NETO, 2017). A Figura 6 apresenta a configuração do BEMLAB2D.

O pós-processamento do BEMLAB2D foi desenvolvido especificamente para interagir com o programa BemCracker2D. Com isso é possível gerar *functions* que processam graficamente alguns tipos de plotagem de resultados, como a deformada da malha e o caminho de propagação da trinca. Por conta disso, o BEMLAB2D gera um arquivo padrão, estabelecido pelo BemCracker2D (*.dat*), que é utilizado na realização da análise. Subsequente à análise, o programa retorna uma série de arquivos (*.out*) que são lidos e interpretados pelo BEMLAB2D para iniciar a fase de pós-processamento, que resulta os gráficos e modelos de resultados em sua interface (DELGADO NETO, 2017).

4.3 Modelo de Estudo

O modelo ilustrado na Figura 7 representa o modelo físico, o qual será tratado através do processo de modelagem e visualização, com o fim de analisar os incrementos de propagação das trincas. É definido por uma placa, com arranjo de 5 trincas e 3 furos, submetida a fadiga de dano generalizado (MSD) em uma linha de furos no painel. A coalescência das trincas é analisada conforme o critério de plastificação do ligamento devido a Dugdale.

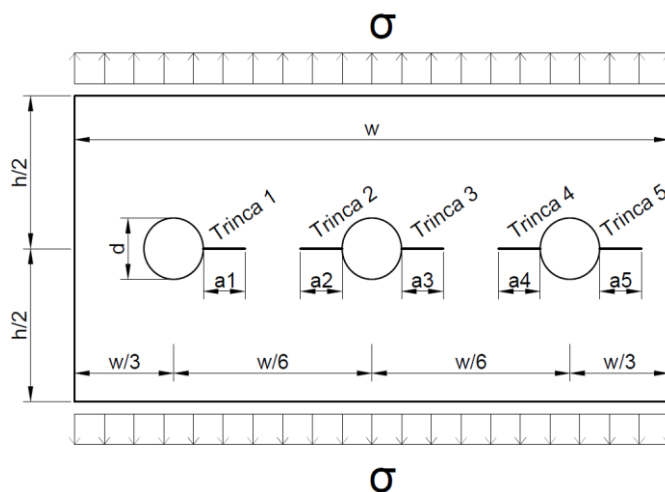


Figura 7. Modelo físico - Chapa com 3 furos.

As constantes elásticas da chapa são: $E = 73.1 \text{ GPa}$ e $\nu = 0.33$. A tensão considerada foi de $\sigma = 10 \text{ Mpa}$ e a tensão de escoamento $\sigma_y = 0.345 \text{ GPa}$. A equação de Paris é usada para a análise de fadiga com os parâmetros $C = 4.624 \times 10^{-12}$ e $m = 3.3$, e com a razão de amplitude de tensão do ciclo de carga $R = 2/3$.

O contorno da placa e dos furos apresentaram 66 elementos quadráticos contínuos. Na discretização dos elementos das trincas foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos em cada trinca, cuja razão foi de 0.4, 0.3, 0.2 e 0.1, nessa ordem. Com o total de 106 elementos e 212 nós. O modelo físico-geométrico é apresentado na Figura 8.

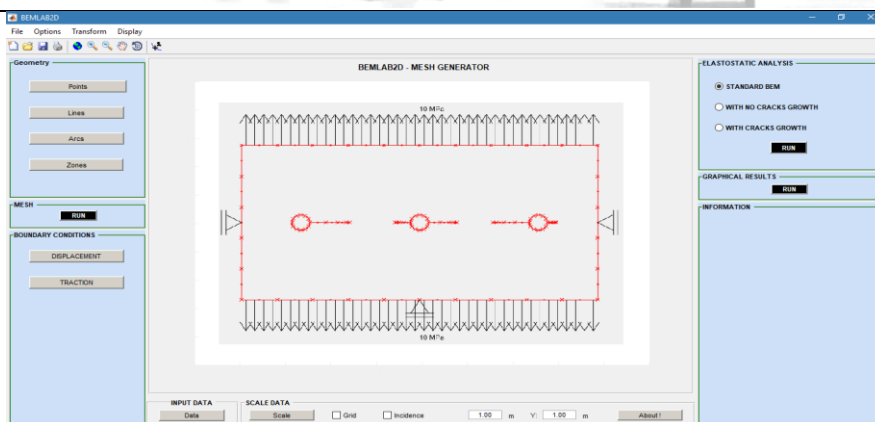


Figura 8. Modelo físico-geométrico.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Inicialmente, são apresentados, sem consideração de *linkup*, os fatores de intensidade de tensão ao longo dos 14 incrementos de crescimentos das trincas na Figura 9, bem como o número de ciclos e a resistência residual normalizada de todas as trincas por incremento na Figura 10 (a) e (b), respectivamente. Todos os resultados foram obtidos com o programa BemCracker2D.

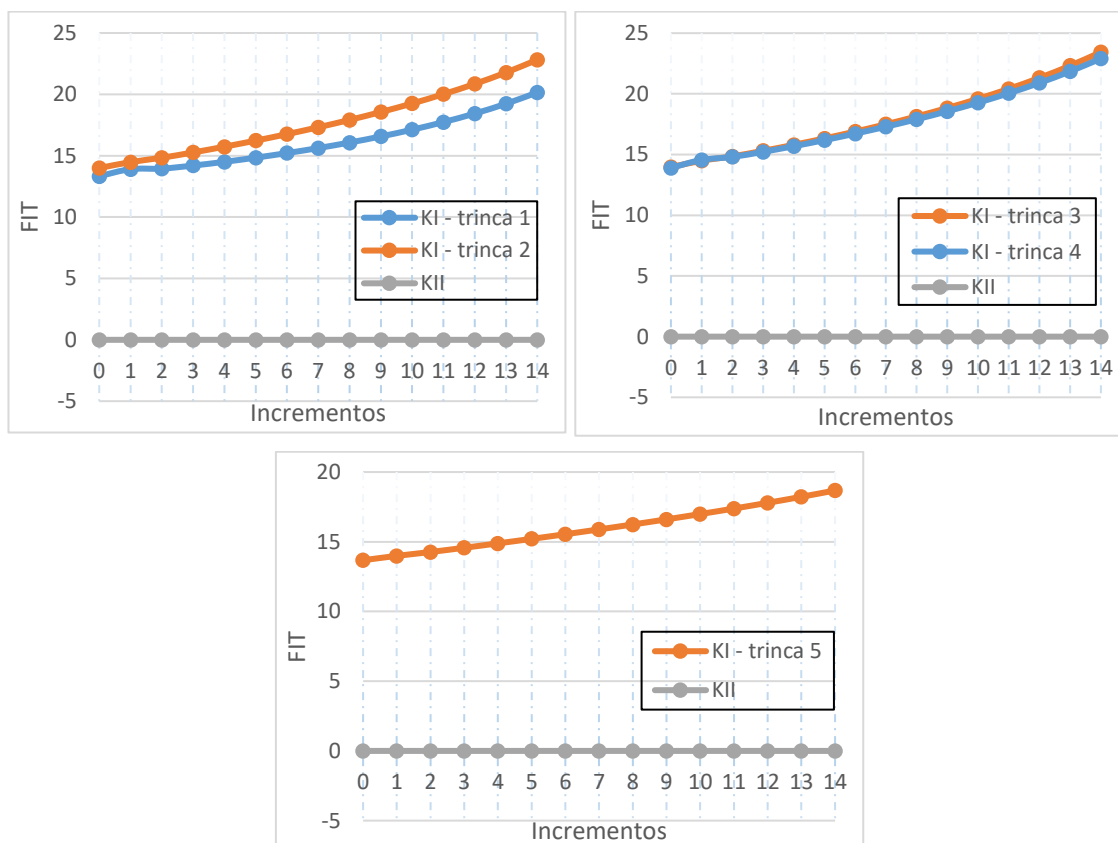


Figura 9. Fatores de Intensidade de Tensão (FIT) por Incremento.

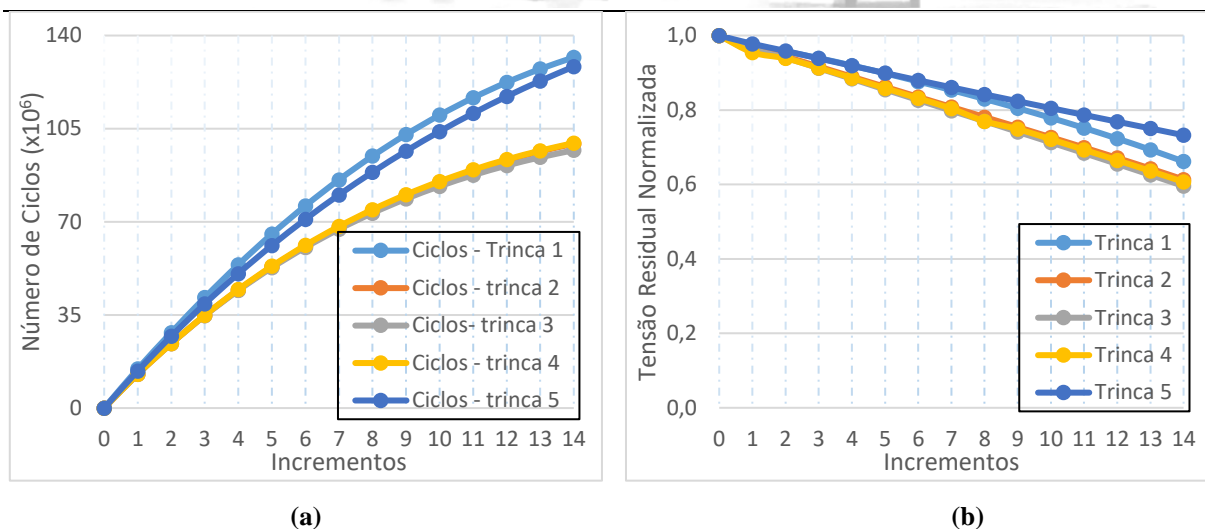


Figura 10. (a) Diagrama do Número de Ciclos. (b) Diagrama da Tensão Residual Normalizada.

Para avaliação do *linkup* um processo de pós-processamento foi realizado baseado nos resultados de FIT (KI) e do caminho de propagação (avanço da trinca em cada incremento) extraídos do BemCracker2D. Toda a análise de *linkup* está resumida no algoritmo do Apêndice A.

Lentamente as trincas começam a propagar de forma estável. É observado que entre o primeiro e segundo furo, trinca 1 e 2, cresce uma trinca principal. Após 9 incrementos de crescimento, nessas duas trincas, ocorre o primeiro *linkup* do painel, com aproximadamente $7,51 \times 10^6$ ciclos de carga, iniciando uma trinca dominante desde o primeiro furo até a ponta da trinca 3, como mostrado na Figura 11.

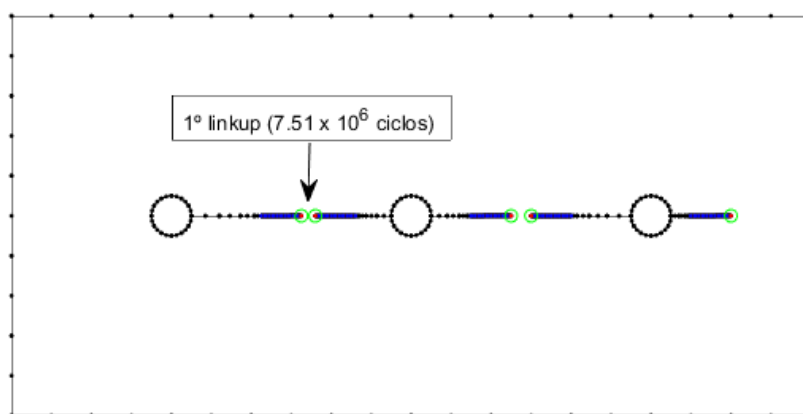


Figura 11. Primeiro Linkup entre as trincas 1 e 2.

O processo continua e a trinca dominante, com ponta na trinca 3, cresce mais rapidamente. A velocidade também aumenta na ponta da trinca 4, e quando suas zonas plásticas se encostam, as trincas coalescem entre o segundo e terceiro furo. O segundo *linkup*, Figura 12, da chapa ocorreu após $8,6 \times 10^6$ ciclos de carga, correspondentes a 11

incrementos de crescimento das trincas. O resultado é uma trinca principal maior do que anterior, com comprimento desde a extremidade esquerda do primeiro furo até a ponta da trinca 5.

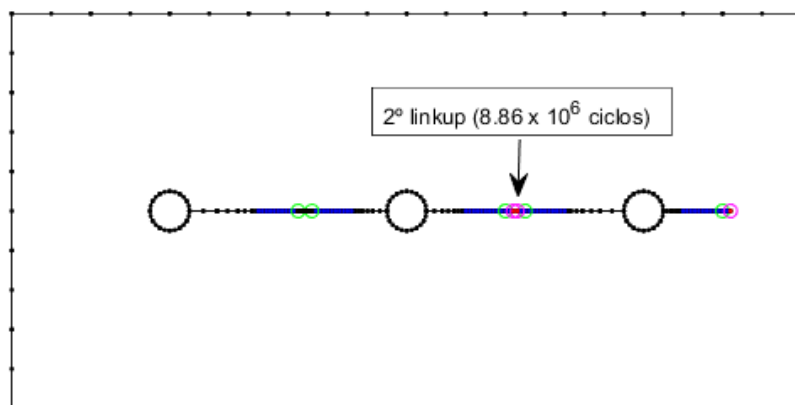


Figura 12. Segundo *Linkup* entre as trincas 3 e 4.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi realizada uma análise incremental com uso do MECD através das suas duas equações integrais de contorno - deslocamento e tração. Foi feito o processo de modelagem de uma placa com três furos e cinco trincas bidimensionais, com o fim de seguir o caminho de propagação das trincas até as suas coalescências.

Os programas fizeram uma análise de tensão, para cada incremento de extensão de trinca, gerando dados de pós-processamento, como os valores dos fatores de intensidade de tensão, número de ciclos, tensão residual e as coordenadas das pontas das trincas. De posse desses dados, foi calculado o tamanho do raio plástico de Dugdale referente a ponta de cada trinca, possibilitando visualizar em qual incremento aconteceu o *linkup* de cada trinca. Dessa maneira é possível utilizar e avaliar outros critérios de ligamento, uma vez que só depende do tamanho do raio plástico.

A interação entre os programas utilizados, BEMLAB2D e BemCracker2D, proporciona uma análise versátil e automatizada dos processos de modelagem e das análises incrementais, cada qual com suas funções. Para a análise de coalescência das trincas adjacentes, a precisão dos dados fornecidos pelos programas foi de vital importância para o estudo. O cenário de MSD mostrou que o comportamento de múltiplas trincas de fadiga, terá controle sobre a falha no elemento estrutural analisado, quando o processo de propagação e coalescimento das trincas formarem uma trinca principal, cada vez maior, através do seu crescimento ao longo dos furos, até alcançar um comprimento crítico.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq pelo apoio financeiro. Ao PECC – Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção.



REFERÊNCIAS

- Aliabadi, M. H., 2002. The Boundary Element Method – Applications in Solids and Structures, Vol. 2, Wiley, Chichester.
- Anderson, T.L., 1995. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. 2nd ed., CRC Press.
- Banks, T. M., & Garlick, A., 1984. The Form of Crack Tip Plastic Zones. *Engineering Fracture Mechanics*, 19, pp. 571-581.
- Broek, D., 1986. *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4 ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 99-122.
- Dugdale, D. S., 1960. Yielding in Steel Sheets Containing Slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8, pp. 100-104.
- Erdogan, F., & Sih, G. C., 1963. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. *Journal of Basic Engineering*, 85, pp. 519-527.
- Gomes, G., 2000. Estrutura de dados para representação de modelos bidimensionais de elementos de contorno. Universidade de Brasília - UnB. Brasília, p. 110.
- Gomes, G., 2006. Aplicação dos métodos de elementos de contorno e reciprocidade dual em problemas de plasticidade 2D orientada a objeto. Universidade de Brasília - UnB. Brasília, p. 165.
- Guerra-Rosa, L., Branco, C. M., & Radon, J. C., 1984. Monotonic and Cyclic Crack Tip Plasticity. *International Journal of Fatigue*, 6(1), pp. 17-24.
- Ingraffea, A.R., Blandford, G.E., & Liggett, J.A., 1983. Automatic Modelling of Mixed-Mode Fatigue and Quasi-Static Crack Propagation Using the Boundary Element Method, *Proc. of Fracture Mechanics: Fourteenth Symposium*, ASTM STP 791, J. C. Lewis and G. Sines (Editors), ASTM, I 407-426.
- Irwin, G. R., 1957. Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24, pp. 361-364.
- Lacerda L. A., & Wrobel, L. C., 2001. Hypersingular boundary integral equation for axisymmetric elasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52, 1337-1354.
- Meyers, M. A., & Chawla, K. K., 1982. *Princípios de Metalurgia Mecânica*. 1a ed. São Paulo: Edgard Blucher. p. 127-289.
- Portela, A., Aliabadi, M.H., & Rooke, D.P., 1992. The dual boundary element method: Effective implementation for crack problems. *International Journal for Numerical Method in Engineering* 33, 1269-1287.
- Rice, J.R., & Tracey, D.M., 1973. Computational Fracture Mechanics. *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics*, Academic Press, New York.
- SWIFT, T., 1993. Widespread Fatigue Damage Monitoring – Issues and Concerns. *Proc. 5th Int. Conf. on Structural Airworthiness of New and Ageing Aircraft*, pp. 113-150.



Williams, M. L., 1957. On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack. *Journal of Applied Mechanics*, 24, pp. 109-114.

Apêndice A

Dados: KI , numero de incrementos ($nincr$), σ_y – tensão de escoamento, Coordenadas das pontas (cx , cy)

Para cada $nincr$

Para cada trinca (ponta)

KI_{max}

1) Calcula $|KI_{cor}/KI_{max} - 1| < tol$

Verifica se a trinca é dominante, baseado em 1

2) Linkup

Calcula r_y (raio plástico) na ponta i

Calcula r_y na ponta j

Calcula distância entre as pontas: $dP_{ij}(cx, cy)$

Soma raios: $r_{xy} = r_{yi} + r_{yj}$

Calcula constante de ligamento: $ctel = \max(r_{xy}, avanço_{ij})$

Se $dP_{ij} < ctel$: “linkou”