



ANÁLISE DA INTERPRETAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE UMA ATIVIDADE SOBRE FUNÇÕES REALIZADA NO GEOGEBRA COM O OLHAR DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Marcelo Muniz ¹
Verônica Gitirana ²
Rosilângela Lucena ³

RESUMO

Neste estudo, recorte de dissertação, serão apresentados resultados preliminares da pesquisa, cujo objetivo foi analisar a compreensão de licenciandos em matemática, com o olhar da Teoria dos registros de representação semiótica, na resolução de uma atividade sobre funções definida por partes, no contexto de ensino remoto, em um curso de Licenciatura em Matemática. A metodologia consistiu na resolução colaborativa, em dupla, de uma situação adaptada de uma questão da OBMEP (2ª fase nível 3 de 2014). Mesmo com o uso do recurso tecnológico, percebeu-se que os professores não conseguiram realizar completamente a conversão do registro em linguagem natural, representado pelo enunciado do problema, para o registro figural. Isto porque no enunciado há a informação de que a formiga parte do ponto A e vai até o ponto D e a conversão incompleta entre os registros descritos anteriormente influenciaram para a construção parcial do gráfico no GeoGebra.

Palavras-chave: Registro de representação semiótica. Função definida por partes. Ensino Remoto. Educação Tecnológica.

INTRODUÇÃO

A partir da interpretação e manipulação das informações apresentadas em diferentes linguagens, em uma atividade matemática, o aluno procura traduzi-las naquelas que lhes são mais familiares (SOUZA; CORDEIRO; MORETTI, 2004). Dessa forma, o domínio do aluno

¹ Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica EDUMATEC - UFPE, marcelo.msantos@ufpe.br;

² Professor orientador: PhD, Campus Acadêmico do Agreste - UFPE, veronicagitirana@gmail.com.

³ Professor coorientador: Doutora, Secretaria de Educação Municipal do Recife - PE, rosi.lucenasc@gmail.com.



sobre objetos matemáticos parte do entendimento dessas diferentes linguagens em que este objeto se expressa.

Estas diferentes linguagens são as diferentes representações semióticas do objeto matemático para o qual um indivíduo está tendo acesso (DUVAL, 2009). Logo, as representações semióticas podem ser representadas pelas frases em linguagem natural, pelas equações (representação algébrica), gráficos (representação gráfica) e tabelas (representação tabular) as quais representam um dado objeto matemático, que em nosso estudo foram as funções.

A Teoria das representações semióticas (DUVAL, 2009) põe em pauta o papel primordial do funcionamento e da constituição de um sistema de representação que rege a construção da aprendizagem sobre o objeto matemático a ser estudado. Isso torna esta teoria um importante instrumento de pesquisa, já que é possível analisar uma estrutura cognitiva complexa do sujeito referente ao aprendizado em matemática.

Portanto, neste artigo, um recorte de dissertação, serão apresentados resultados de pesquisa em andamento, a partir de uma atividade sobre função definida por partes, cuja questão central procurou responder ao seguinte problema: Como professores de Matemática interpretam o enunciado de uma atividade sobre função definida por partes desenvolvida com suporte do *software* GeoGebra?

A partir da questão apresentada, buscamos, neste estudo, analisar a compreensão de um professor de matemática, com o olhar da Teoria dos registros de representação semiótica, na resolução de uma atividade sobre funções, no contexto de ensino remoto, realizada com o GeoGebra.

A situação proposta na atividade exigiu dos participantes transformações do tipo tratamentos e conversões dos registros de representação semiótica em linguagem natural e registro algébrico do objeto matemático função definida por partes. Assim, cada segmento em que a formiga se encontra no percurso (AB, BC e CD) representa uma função de área diferente do triângulo ADF no gráfico. No entanto, o sujeito percebeu a área sendo formada apenas enquanto a formiga estava sob o segmento AB, não levando em consideração o triângulo ADF formado nos outros dois segmentos.



Assim, mesmo com o uso do recurso tecnológico, o participante não conseguiu realizar completamente a conversão do registro em linguagem natural, representado pelo enunciado do problema, para o registro figural. Isto porque no enunciado há a informação de que a formiga parte do ponto A e vai até o ponto D e a conversão incompleta entre os registros descritos anteriormente influenciaram para a construção parcial do gráfico no GeoGebra.

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Raymond Duval, pesquisador francês com formação em Psicologia e Filosofia e com a psicologia cognitiva como sua principal temática de estudos, desenvolveu suas pesquisas entre os anos 1970 e 1995 no IREM (Instituto de Pesquisas sobre o Ensino de Matemática) em Estrasburgo, na França.

As representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, tabelas e gráficos de um certo objeto matemático. Logo, é na atividade cognitiva de formação dessas representações que o estudante consegue, como afirma Duval (2009, p.53), “expressar” uma representação mental ou “evocar” um objeto real”.

Duval (2012b) classifica os registros de representação em: registro natural, caracterizado como o escrito discursivo, cuja intenção é expressar um conceito internalizado; registro gráfico - que pode explicar uma situação com grande quantidade de dados escritos ou ainda descrever um percurso durante um dado intervalo de tempo. Além destes, pode-se, também, destacar outro registro importante: o registro algébrico. Este não serve apenas para expressar variáveis, como também pode ser mobilizado em situações que envolvem conjuntos; o registro tabular descreve várias informações em tabelas e quadros, podendo ou não estar associado a outro registro de representação semiótica.

No entanto, para que um sistema semiótico seja considerado uma representação, deve permitir as três transformações cognitivas fundamentais (DUVAL, 2012b, p. 6): formação de uma representação identificável, tratamento e conversões. A primeira transformação cognitiva



corresponde a enunciação de uma frase, escrita de um texto ou construção de uma figura. Para esta transformação, há de se respeitar as regras (sejam gramaticais, no caso da escrita do texto, seja para a construção da figura, mantendo-se as propriedades desta). Os tratamentos, por sua vez, correspondem a transformações dentro de um mesmo registro de representação, ou seja, não há a modificação do sistema semiótico. Este tipo de transformação pode ser utilizado na resolução de uma situação de função, tal como observado a seguir na Figura 01.

Figura 01 - Resolução de situação de função

Seja f a função definida por $f(x) = x^2 - 4x + 16$.
A imagem desta função quando $x = 2$ é:

$$\begin{aligned}f(2) &= 2^2 - 4 \cdot (2) + 16 \\f(2) &= 4 - 8 + 16 \\f(2) &= 12\end{aligned}$$

Fonte: Muniz (2022)

Portanto, a expressão algébrica apresentada na Figura 1 pode ser igualada à 12, desde que o tenhamos o $x = 2$. Como a notação $f(x)$ pode ser escrita igualando-a a y , percebe-se a transformação realizada na equação $y = x^2 - 4x + 16$ ao termos realizado o valor numérico de um dado x para encontrar o valor de y correspondente a fim de tornar verdadeira a expressão.

O registro em língua natural, segundo Moretti e Hillesheim (2018), é imprescindível no âmbito da comunicação e na criação de um espaço de construção didática em sala de aula. Há de se destacar, porém, segundo esses autores, que existem duas utilizações contrárias da língua natural como registro de representação semiótica nas situações de ensino. Uma delas é o do campo da transformação de tratamento, segundo o qual Duval (2004) destaca a importância da comunicação oral, seja entre alunos, seja entre aluno e professor durante a execução de uma atividade. A outra, ainda segundo Duval (2004), é a utilização matemática deste registro para fins de tratamento nas produções escritas, seja para formular definições, seja para deduzir, a partir de propriedades dadas de outras propriedades utilizando teoremas (DUVAL, 2004).

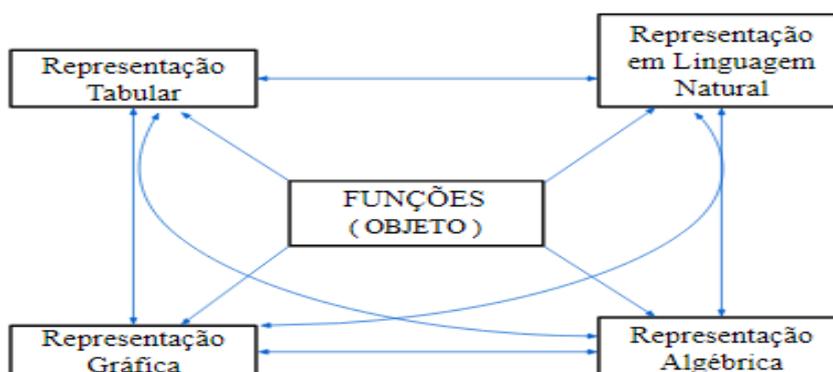


Desta forma, percebe-se que o registro em linguagem natural não desempenha apenas a função de comunicação como também outras funções discursivas são primordiais. Assim sendo, para Duval (2004), uma língua, para ser considerada um sistema semiótico, deve ser capaz de cumprir todas as funções discursivas as quais, para este autor, são classificadas em: referencial, apofântica, expansão discursiva, e reflexividade discursiva. A função referencial é a que o sujeito utiliza para designar objetos, seguida da função apofântica, em que trata de enunciados completos e suas respectivas operações de proposição; a função de expansão discursiva é possibilitada pela composição de enunciados e suas operações cognitivas de descrição, narração, explicação e raciocínio e, por fim, a função de reflexividade discursiva é evocada por meio de leis ou propriedades válidas do ponto de vista epistêmico.

As funções discursivas são importantes conceitos a serem considerados na educação matemática. Tomando como exemplo a situação “Um dado retângulo é decomposto em três triângulos diferentes. A soma das áreas destas figuras será igual à área da figura inicial”. Como pode-se perceber, essa situação foi escrita em linguagem natural, entretanto, para o procedimento de resolução, são as funções discursivas que precisam ser tratadas.

A última transformação cognitiva, para Duval (2012b), são as conversões, que por sua vez, correspondem à mobilização entre diferentes registros de representação semiótica. Portanto, representa a passagem de um tipo de registro para outro, diferente do registro de partida. A Figura 02 apresenta um esquema de conversões entre diferentes registros de representação do objeto matemático função, representadas pelas setas.

Figura 02 - Conversão entre diferentes registros de representação



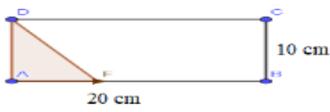
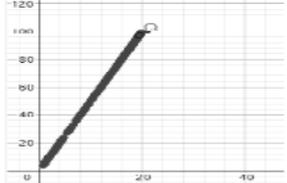
Fonte: Muniz (2022)



Do esquema apresentado na Figura 02, é preciso destacar, conforme aponta Duval (2012b), que não há regras para conversões entre registros de representação, tal como existe na formação de uma representação identificável ou nos tratamentos.

Para exemplificarmos o esquema apresentado na Figura 02, propusemos a Figura 03 na qual um mesmo objeto foi contemplado em diferentes registros.

Figura 03 - Objeto matemático função apresentado em diferentes registros de representação semiótica

<p>Registro na Língua Natural</p> <p>Dado o retângulo ABCD, de lados $AB = 20 \text{ cm}$ e $BC = 10 \text{ cm}$, calcule a área do triângulo ADF, sabendo-se que o ponto F varia sobre o lado AB.</p>	<p>Registro Geométrico</p> 	<p>Registro Gráfico</p> 												
	<p>Registro Algébrico</p> $f(x) = \frac{10}{2} \cdot x$	<p>Registro Tabular</p> <table border="1" data-bbox="1101 996 1348 1108"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table>	x	f(x)	0	0	1	5	2	10	3	15	4	20
x	f(x)													
0	0													
1	5													
2	10													
3	15													
4	20													

Fonte: Muniz (2022)

Apreensões na aprendizagem de geometria

Duval (2012a) também nos conduz para o caminho da aprendizagem que ocorre na geometria. Para este teórico, os problemas geométricos apresentam uma especificidade em relação aos demais problemas matemáticos, pois o ensino da geometria passa pela condução de fazer o outro enxergar aquilo que eu vejo (DUVAL, 2003). Então, os estudos de Duval (2012a) nos mostram que, no campo geométrico, as aprendizagens se dão por meio das apreensões, que podem ser, dentre outras, perceptiva e discursiva.

A apreensão perceptiva, bem como apontam Moretti e Brandt (2015), tem a função de identificação, a qual, segundo Duval (2012a), é aquela solicitada em atividades de construção ou descrição, em que deseja-se reproduzir uma figura.

Para Duval (2012a), não importa qual figura está desenhada em uma atividade matemática. O que deve-se levar em consideração é que ela será objeto de duas atitudes, geralmente contrárias: uma imediata e automática, o que esse autor chamou de apreensão perceptiva das formas e uma outra controlada, a apreensão discursiva, a qual viabiliza a



aprendizagem e a interpretação discursiva dos elementos figurais. Tais apreensões geralmente apresentam-se em conflito porque a figura pode mostrar objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente (DUVAL, 2012a).

METODOLOGIA

Esse estudo foi realizado como uma pesquisa de intervenção com uma dupla de professores, fruto da pesquisa de dissertação (MUNIZ, Muniz (2022)).

Uma atividade foi proposta aos sujeitos por meio da plataforma Google *Meet*, a qual os estudantes puderam resolvê-la a partir de uma interação remota de forma síncrona (MUNIZ; GITIRANA; LUCENA, 2021; MUNIZ, 2022). Em todas as atividades a funcionalidade gravação da plataforma estava ativada, mediante anuência e sob a condição de anonimato dos participantes, já que eles estavam com áudios e câmeras ligados.

Dessa forma, o vídeo produzido decorrente da gravação, com duração de 1h 22min, foi assistido reiteradas vezes, de modo a contribuir para facilitar a análise dos dados no sentido de verificar não somente as discussões dos licenciandos durante a resolução da situação, mas também as articulações entre diferentes registros de representação semiótica de funções matemáticas. Para analisar esses dados, a combinação entre a análise microgenética e a videografia forma um modelo de coleta e análise de dados que permite uma interpretação robusta e consistente dos mecanismos psicológicos subjacentes à atividade humana (MEIRA, 1994).

Sujeitos e Ambiente da pesquisa

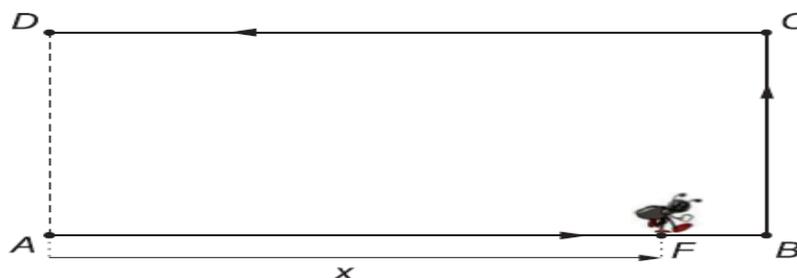
Os sujeitos desta pesquisa professores de matemática, os quais foram selecionados após convites terem sido enviados no grupo de pesquisa do qual os sujeitos fazem parte, por meio do aplicativo *Whatsapp*. No convite, foi delimitado que os participantes poderiam ser professores em formação e da dupla de sujeitos que aceitaram participar desta pesquisa, um era professor de Matemática e o outro, concluinte do curso de licenciatura em Matemática.

Este último não teve os dados analisados pois interagiu apenas pelo *chat*, já que tanto o microfone quanto a câmera estavam inoperantes. A fim de preservar suas identidades e respeitando as nomenclaturas presentes em Muniz (2022), chamaremos o primeiro sujeito de A5, enquanto que o segundo será A6.

A atividade consistiu na resolução, em dupla, da questão 2 da prova de segunda fase da OBMEP⁴ 2014 nível 3, em que demanda dos sujeitos conhecimentos sobre funções, em um contexto geométrico, conforme descrita e apresentada a seguir na Figura 03. Esta atividade é composta por quatro perguntas, adaptadas de modo que pudéssemos contemplar as atividades cognitivas principais: atividades de reconhecimento, tratamentos e conversões. Neste trabalho, iremos analisar a interpretação do enunciado, por parte deste professor, a qual está associada com a resolução da primeira pergunta.

Figura 03 - Uma formiga anda sobre o contorno de um retângulo ABCD. Ela parte do ponto A, anda 20 centímetros até chegar em B, depois anda mais 10 centímetros até chegar em C e finaliza seu trajeto em D.

Durante esse percurso, considere F_x o ponto em que a formiga se encontra ao percorrer x centímetros.



Fonte: adaptado do site oficial da OBMEP

Na primeira questão da atividade, foi solicitado aos participantes o esboço do gráfico da função da situação descrita no enunciado. Desta forma, esperava-se dos sujeitos a visualização de uma função definida por partes, em que a área será formada por uma função polinomial de 1º grau crescente, caracterizada quando a formiga estiver no segmento AB, seguida de uma função constante, já que em qualquer ponto do trecho BC implica em triângulos de mesma área e, finalmente, quando a formiga estiver no segmento CD, haverá uma função polinomial de 1º grau decrescente.

⁴ OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas: <http://www.obmep.org.br/>

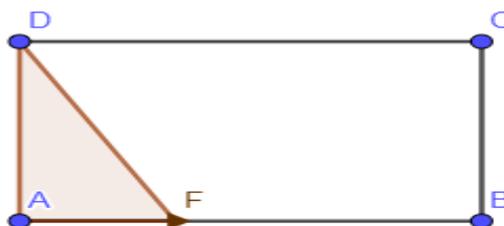
RESULTADOS E DISCUSSÃO

No início da atividade, ao passo que a leitura do enunciado é realizada, os licenciandos começam a compreender o problema. Em seguida, os sujeitos iniciaram uma interação colaborativa de interpretação do enunciado, em que A5 esboça suas interpretações no vídeo com o áudio ligado, conforme apresentado na transcrição a seguir, enquanto que A6 participou no *chat* concordando com o que seu colega apresentava, de modo a encontrarem elementos para solucionar o problema.

A5 - o que acontece é que se é de A até D e F, ele vai gerar um triângulo. Então se ele vai gerar um triângulo, ele vai depender de quem? Ele vai depender de um deslocamento horizontal, mas ele tem uma constante que é 10 (cm). Então eu vou ter que calcular a minha área de um possível deslocamento de A para direita, porque já tenho uma altura. Então, se eu estou em D e ele vai deslocar pra cá, para a direita, ele vai gerar a área de uma figura, que no caso seria um triângulo.

O triângulo ADF, de acordo com a fala do participante A5, é o que está apresentado na figura 04 a seguir.

Figura 04 - Triângulo ADF esboçado pelo professor A5



Fonte: Muniz (2022)

Há de se destacar, no entanto, que a conversão do registro de representação em linguagem natural para o registro figural, apresentado na figura 04, fora realizado de maneira incompleta. Isto porque, para cada trecho que a formiga percorre, teremos diferentes expressões algébricas de função, como já destacado anteriormente. Logo, quando a formiga estiver no segmento AB, haverá uma função polinomial de 1º grau crescente, já que com o avanço do percurso, a área aumenta, diferente de quando a formiga estiver no trecho BC e CD. Assim, esperava-se que os professores distinguíssem essas funções, o que não ocorreu.

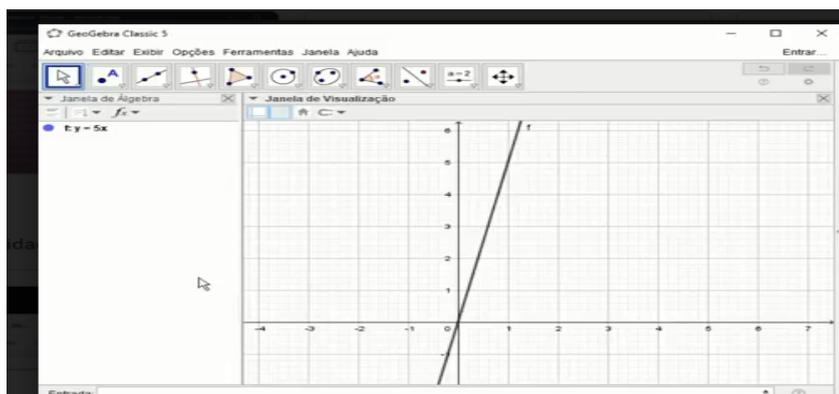


Para eles, a função que representa a situação proposta é $f(x) = 5x$, já que a base mede 10 cm, a altura é a variável independente x e, quando realiza-se o tratamento desta expressão, encontramos a representação algébrica da função descrita anteriormente.

Duval (2012a) nos chama a atenção para esse tipo de problema, pois nos remete a apreensões dos tipos perceptiva e discursiva da linguagem natural. Portanto, a figura de um problema não é necessariamente o que ela apresenta ali, e sim a interpretação para a qual ela é levada a mostrar, em geral, o que está escrito no enunciado (DUVAL, 2012a).

A conversão incompleta apresentada pelo sujeito influenciou na conversão da representação figural para a representação gráfica da função do problema, conforme apresentado na figura 05.

Figura 05 - Esboço do gráfico da função $f(x) = 5x$ realizado pelo professor A5



Fonte: dados da pesquisa de Muniz (2022)

Mesmo que o professor realizasse os tratamentos do gráfico na figura anterior, definindo o domínio para que a reta iniciasse na origem, pode-se concluir que o recurso tecnológico utilizado (GeoGebra) não auxiliou a resolução do problema. Desta forma, concluímos que este recurso foi usado meramente como elemento de construção gráfica, não influenciando na transformação entre os diferentes registros de representação semiótica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade realizada mostrou ser uma experiência a qual levará os professores a vivenciarem as dificuldades que seus alunos poderão encontrar ao resolver uma situação desse



tipo no ambiente remoto, haja vista ter sido utilizada uma questão de prova para estudantes de Ensino Médio (2ª fase da OBMEP 2014 - nível 3). Foi nesta atividade, ainda, que podemos também observar as interpretações feitas pelos sujeitos, assim como as ações, os conhecimentos evocados, utilizados e desenvolvidos.

Mesmo com o uso do recurso tecnológico, percebeu-se que os professores não conseguiram realizar completamente a conversão do registro em linguagem natural, representado pelo enunciado do problema, para o registro figural. Isto porque no enunciado há a informação de que a formiga parte do ponto A e vai até o ponto D e a conversão incompleta entre os registros descritos anteriormente influenciaram para a construção parcial do gráfico no GeoGebra.

Apesar disso, pode-se destacar que a atividade favoreceu a uma dupla de professores a resolução de uma situação no ambiente remoto, o que possibilitou o trabalho em conjunto, a mobilização de diferentes concepções, as quais contribuíram com o desenvolvimento da construção coletiva de resolução da situação.

REFERÊNCIAS

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Traducción de Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidad del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía, 2004.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Ver e ensinar a matemática de outra forma. **Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. 1. ed. São Paulo, PROEM Editora, 2011

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Mércles T. Moretti. REVEMAT, v. 7, n. 1, UFSC/PPGECT, Florianópolis, 2012a. Disponível em <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>. Acessado em janeiro de 2022.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de Mércles Thadeu Moretti. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**,



Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012b. Disponível em <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acessado em janeiro de 2022.

MEIRA, Luciano. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. **Temas em Psicologia**, Ribeirão Preto, v. 3, n. 1, p. 59–72, 1994.

MORETTI, M. T.; HILLESHEIM, S. F. Linguagem natural e formal na semiosfera da aprendizagem matemática: O caso da geometria para a formação do pedagogo. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 9, p. 1-19, 2018. Disponível em [Linguagem Natural e Formal na Semiosfera da Aprendizagem Matemática: o caso da Geometria para a formação do Pedagogo | Moretti | Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana \(ufpe.br\)](#). Acessado em janeiro de 2022.

MUNIZ, M.; GITIRANA, V.; LUCENA, R.. Orquestração instrumental on-line para a aprendizagem de função no contexto de ensino remoto. In: Congresso Sobre Tecnologias na Educação (CTRL+E), 6., 2021, Evento Online. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2021. p. 81-89. Disponível em [Orquestração instrumental on-line para a aprendizagem de função no contexto de ensino remoto | Anais do Congresso sobre Tecnologias na Educação \(Ctrl+e\) \(sbc.org.br\)](#). Acessado em janeiro de 2022.

MUNIZ, M. Representações semióticas como instrumentos para a aprendizagem de funções: uma análise da gênese instrumental de licenciandos em matemática no ensino remoto. **Dissertação de Mestrado** da Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC, 2022.

SOUZA, R. N.; CORDEIRO, M. H. B. V.; MORETTI, M. T. Desenvolvendo o conceito de função linear: análise de uma experiência didática utilizando diferentes registros de representações semióticas. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife**, p. 19, 2004. Disponível em: [DESENVOLVENDO O CONCEITO DE FUNÇÃO LINEAR: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO \(sbem.com.br\)](#). Acessado em janeiro de 2022.