



ESTUDO NUMÉRICO DO COMPORTAMENTO À TRAÇÃO DE BLOCOS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADOS COM FIBRAS DE AÇO.

NUMERICAL STUDY OF THE TENSILE BEHAVIOR OF FIBER REINFORCED CONCRETE BLOCKS

Fabiana G. O. Rocha (1); Eduardo M. R. Fairbairn (2); Romildo D. Toledo Filho (3); Ederli Marangon (4)

(1) Engenheira Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(2) Dr. Prof. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(3) Dr. Prof. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(4) Dr. Prof., Universidade Federal do Pampa, Alegrete – RS, Brasil.

Email para Correspondência: fabianaguedes@coc.ufrj.br; (P) Apresentador

Resumo: Os concretos com reforço híbrido, armaduras e diferentes frações volumétricas de fibras de aço, vêm sendo profundamente estudados nas últimas quatro décadas, buscando, principalmente, aplicações estruturais. Neste contexto, os avanços já alcançados possibilitaram a utilização dos concretos reforçados com armaduras e fibras de aço em diversas estruturas, tais como, lajes apoiadas nos solos, lajes lisas, vigas e vertedouros. No entanto, a modelagem computacional do comportamento dos concretos com reforço híbrido é complicada, visto que, a resposta destes concretos depende de muitos fatores, como: as porcentagens e do tipo das armaduras, as características geométricas e os tipos de fibras, as frações volumétricas de fibras utilizadas e a orientação destas fibras em relação aos carregamentos solicitados. Sendo assim, este trabalho tem por objetivo comparar os resultados da modelagem numérica de três blocos de concreto com reforço híbrido, submetidos a um carregamento axial de tração, com os resultados experimentais, realizados no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ. Os ensaios experimentais dos blocos foram modelados pelo método dos elementos finitos, no programa comercial DIANA 10.2. A fissuração foi modelada com uma abordagem frágil e com modelo de fissuração distribuída. A comparação dos resultados numéricos com os experimentais mostrou que a capacidade dos modelos utilizados em representar o comportamento do ensaio real depende da taxa de armadura, da porcentagem de fibras adicionadas aos concretos, das simplificações feitas na modelagem numérica e do cálculo da energia de fratura.

Palavras chaves: *concreto reforçado com fibras de aço, método dos elementos finitos, análise não linear.*

Abstract: Structural applications of hybrid reinforced concrete, rebars and steel fibers at several volume fractions have been extensively studied in the last four decades. In this context, the advances already achieved made possible the application of hybrid reinforced concrete in many structures, such as slabs on ground, free suspended elevated slabs, beams and spillways. However, the computational modeling of hybrid reinforcement concrete is complicated because its behavior depends on several factors, such as rebar and fibers types and ratios, geometric characteristics, volume fractions and orientation. The objective of this work is to present the numerical modeling of three hybrid reinforced concrete blocks submitted to tensile loading. It



is compared to experimental results of tests carried out at the Structural Laboratory of COPPE / UFRJ. Modeling was performed by using the commercial software DIANA® 10.2. Cracking was modeled with a brittle approach and with linear and multilinear smeared-cracking model. The comparison between numerical and experimental results showed the models ability to simulate the experimental tests, indicating that its behavior depends on the reinforcement, the fibers volume fractions incorporated in the concretes, the numerical modeling simplifications and the fracture energy calculation.

1. INTRODUÇÃO

As fibras de aço como reforço de elementos de concreto começaram a ser utilizadas, comercialmente, a partir da década de 1960 (Varma et al., 2012). Desde então, as aplicações estruturais utilizando fibras de aço em concretos vem crescendo cada vez mais.

Para viabilizar as aplicações estruturais é necessário conhecer o comportamento do concreto com reforço fibroso. A maioria dos códigos de projetos utiliza ensaios de flexão para caracterizar este comportamento e determinar os parâmetros necessários para o diagrama tensão versus deformação (Singh, 2016). Entretanto, conforme citado por Toledo Filho et al. (2014), ensaios com dimensões estruturais têm maior representatividade em relação ao volume de concreto, mecanismos de falha e tenacidade para caracterização destes compósitos. Adicionalmente, conforme citado por Briffaut (2010), o desempenho das estruturas reais difere dos resultados de laboratório, o que justifica que, para a consideração das propriedades mecânicas obtidas em teste de laboratórios nas estruturas reais, os efeitos de escala sejam considerados.

No entanto, a modelagem computacional do comportamento dos concretos com reforço híbrido é complicada, visto que, a resposta destes concretos depende de muitos fatores, como: as porcentagens e do tipo das armaduras, as características geométricas e os tipos de fibras, as frações volumétricas de fibras utilizadas e a orientação destas fibras em relação aos carregamentos solicitados.

No sentido de contribuir ao entendimento do comportamento dos concretos reforçados com fibras de aço, Marangon (2011) realizou testes de tração axial com cinco blocos de concreto com reforço híbrido, armaduras e diferentes frações volumétricas de fibras de aço, com dimensões próximas a de estruturas reais. Para entender melhor o comportamento estrutural dos concretos, três dos blocos (B1, B3 e B4) foram numericamente simulados, no programa comercial DIANA, usando modelos de fissuração distribuída (*smeared cracking models*), que dependem da resistência à tração do material f_t , da largura de banda h e da energia de fratura G_f .

Assim, este trabalho tem por objetivo comparar os resultados da modelagem numérica de três blocos de concreto com reforço híbrido (B1, B3 e B4), submetidos



a um carregamento axial de tração, com os resultados experimentais, realizados no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ.

2. METODOLOGIA

A modelagem numérica dos três blocos de concreto com reforço híbrido foi realizada com o modelo de fissuração distribuída, que depende da resistência à tração do material f_t , da largura de banda h e da energia de fratura G_f . Neste modelo, quando a resistência à tração é alcançada, forma-se a zona de processo de fratura (*fracture processing zone* – FPZ) para a qual é estabelecida uma lei tensão-deformação que depende dos parâmetros G_f e h (Bažant e Oh, 1983; Shah et al., 1995).

Considerando um ensaio de tração direta, a energia de fratura G_f de um material correspondente à área sob a curva carga-deslocamento pela área da seção transversal da peça na região da falha (Hilleborg et al. 1976; Cintora, 1987).

De acordo com Bažant e Oh (1983), não há sentido em se utilizar elementos finitos com a menor dimensão, menor que a largura da banda de fissura h . Os autores sugerem utilizar para a largura de banda de fissura aproximadamente três vezes o diâmetro máximo do agregado. Rots (1988) realizou uma série de análises numéricas, sem considerar diretamente o diâmetro máximo do agregado, e propôs relações entre a largura da banda de fissura e o tamanho da aresta do elemento finito utilizado na representação do concreto fissurado. No programa comercial DIANA, as relações propostas por Rots (1988) podem ser consideradas, automaticamente, da seguinte forma: para análises bidimensionais, o programa adota $h = \sqrt{2A}$, para elementos com interpolação linear e $h = \sqrt{A}$ para interpolação quadrática, onde A é a área do elemento finito. Neste trabalho, foram utilizadas as relações propostas por Rots (1988), disponíveis automaticamente no programa comercial DIANA.

Para a orientação da abertura de fissuras, podem ser utilizados os conceitos de fissura fixa (*fixed crack model*), fissura rotacional (*rotating crack model*) ou fissura fixa multidirecional (*multi-directional fixed crack model*). Optou-se, neste trabalho, por utilizar o terceiro: fissura fixa multidirecional, que é um modelo intermediário entre os outros dois, possibilitando a abertura de várias fissuras em um mesmo ponto (Rots e Blaauwendraad, 1989).

No modelo de fissura fixa multidirecional, para a formação de fissuras subseqüentes duas condições devem ser satisfeitas simultaneamente: a tensão principal de tração deve ultrapassar o valor máximo estabelecido e o ângulo entre o eixo normal à fissura existente e a tensão principal de tração deve exceder o ângulo limite (*threshold angle*) α definido previamente (Rots, 1988). No programa comercial DIANA, o valor padrão para o ângulo limite é 60° e a definição da tensão principal de tração máxima pode ser feita usando-se o critério constante ou o linear. Utilizou-se, neste trabalho, o critério constante, em que a abertura de fissura ocorre se a máxima tensão principal de tração exceder a resistência à tração do material.

Para a modelagem das armaduras, Gamino (2007) cita que existem quatro formas de representação das armaduras por meio do método dos elementos finitos: discreta, incorporada, distribuída e axissimétrica. Todas estas formas estão disponíveis no programa comercial DIANA. Neste trabalho, foi utilizada a representação incorporada (*embedded*) em que o reforço transpõe os elementos finitos da malha. A vantagem desta representação é que o posicionamento das armaduras não depende da malha utilizada.

2.1 Ensaios realizados por Marangon (2011)

Os blocos de concreto B1, B3 e B4 produzidos por Marangon (2011), no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, eram de concreto autoadensável reforçados com 1.25% fibras de aço. Tais fibras tinham ganchos nas extremidades e relação de aspecto (comprimento / diâmetro) de 80, conforme mostra a Figura 1.

Os concretos foram produzidos utilizando cimento CPIII 40, com resistência à compressão aos 28 dias de 40 MPa, areia de rio com partículas de dimensões menores que 4.8 mm, agregado graúdo com dimensão máxima de 19 mm, cinza volante, sílica 325 (granulado de quartzo), sílica fume, superplastificante e fator água/cimento 0.27.

Os blocos tinham as dimensões de 500 mm x 500 mm x 1500 mm e foram produzidos com diferente taxas de armaduras (área de aço/área de concreto). As características dos blocos B1, B3 e B4, utilizadas nas modelagens numéricas, estão descritas na Tabela 1.

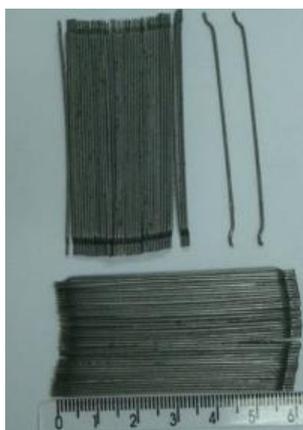


Figura 1 – Fibra de aço DRAMIX 80/60.

Fonte: (Marangon, 2011)

Tabela 1. Características dos blocos utilizados na modelagem (Marangon, 2011).

Blocos	Diâmetro das barras (mm)	Taxa de armadura (%)	As (cm ²)	Concretos	Resistência à compressão (MPa)
B1	25.0	1.00	25.00	C2	70.20
B3	20.0	0.63	15.75	C2 1.25% 80	76.06
B4	16.0	0.40	10.00	C2 1.25% 80	76.06

A Figura 2 mostra a posição das cinco barras de aço no interior dos blocos, nomeadas como T1, T2, C1, B1 e B2. A região de interesse do estudo é o terço central da amostra, sendo que os terços extremos dos blocos tem a função apenas de ligação entre o atuador hidráulico e os berços de ancoragem e a realização da transferência de esforços.

Os blocos foram submetidos a um carregamento axial de tração, com controle de deslocamento a uma taxa de 0.1 mm/min. A carga de tração foi aplicada aos blocos utilizando um atuador hidráulico com capacidade máxima à tração de 1200 kN.

As barras de aço foram instrumentadas com *strain gauges*, instalados dentro do concreto. Externamente, os blocos foram instrumentados com LVDT's. Inicialmente, os blocos eram submetidos a incrementos de carga de 50 kN. Indentificada a primeira fissura, os incrementos de carga eram reduzidos para 20 kN. A abertura de cada fissura era monitorada, utilizando um fissurômetro com 0.02 mm de precisão.

Maiores detalhes sobre os ensaios dos blocos podem ser encontrados em Marangon (2011).

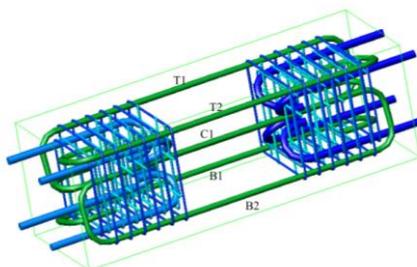


Figura 2 – Distribuição das barras nos blocos.

Fonte: (Marangon, 2011)

2.2 Modelagem numérica

Conforme citado por Marangon (2011), como a região de interesse do estudo é o terço central, somente esta parte foi modelada no programa comercial DIANA. A

simulação numérica dos resultados experimentais dos blocos foi realizada através de um modelo bidimensional com controle de deslocamentos.

A malha de elementos finitos utilizada no modelo numérico, levou em consideração as constatações de Bažant e Oh (1983) e Bédard e Kotsovos (1986), em que a menor dimensão do elemento finito da malha deve ser maior que duas ou três vezes o tamanho do maior agregado do concreto. Assim, considerando que a dimensões do maior agregado do concreto é de 19 mm, a malha utilizada é composta de composta por 10 x 10 elementos de interpolação linear, associados ao estado plano de tensão, codificados na biblioteca de elementos do DIANA como Q8MEM. A Figura 3 apresenta as condições de contorno e a malha utilizada no modelo numérico.

As armaduras transversais foram representadas da forma incorporada (*embedded*). Apesar desta representação permitir a consideração ou não da perda de aderência entre o aço e concreto, optou-se pela consideração de aderência perfeita.

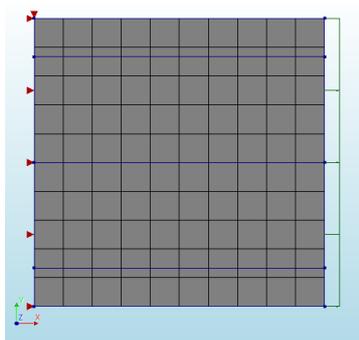


Figura 3 –Malha e condições de contorno utilizadas no modelo numérico.

2.3 Comportamento dos materiais

2.3.1 Concreto

O comportamento do concreto sob tração, foi representado através de um modelo linear, com um ramo linear elástico até a resistência à tração ser atingida e, em seguida, por um ramo de amolecimento representado por uma função linear decrescente (Figura 4).

Para o concreto do bloco B1, sem reforço fibroso, foi utilizado o valor de $G_f = 0.05 \text{ N/mm}$, proposto por Ben Ftima (2013). No concreto dos blocos B3 e B4, que possui reforço fibroso, o cálculo de G_f foi realizado através da curva do ensaio de tração direta.

No modelo de amolecimento linear, a área sob a curva é equivalente à energia necessária para abrir uma unidade de fissura na tração, determinada pela relação G_f/h , sendo G_f a energia de fratura e h a largura da banda de fissura.

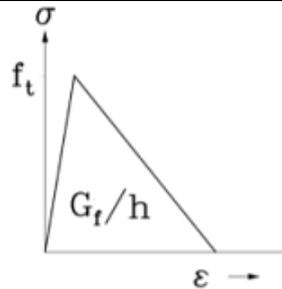


Figura 4 – Modelo linear de comportamento à tração com curva de amolecimento do modelo linear.

Fonte: (Diana, 2018 - adaptado)

O cálculo do valor da energia de fratura foi realizado através da área sob a curva do ensaio de tração direta realizado nos corpos de prova de concreto do tipo C2 1.25% 80 (Figura 5).

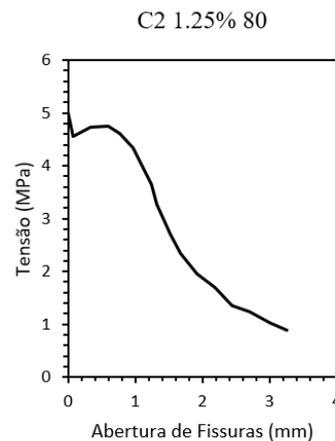


Figura 5 – Curva do ensaio de tração direta de C2 1.25% 80.

Fonte: (Marangon, 2011)

Aproximando a curva tensão versus abertura de fissura por um triângulo, a energia de fratura foi calculada conforme a Eq. (2).

$$G_f = \frac{f_t \times w_u}{2} = \frac{5.02 \frac{N}{mm^2} \times 3 \text{ mm}}{2} = 7.53 \text{ N/mm} \quad (2)$$

Onde

f_t é a resistência à tração do material

w_u é a abertura de fissura considerada

Nos ensaios de tração direta, Marangon (2011) observou que a fratura dos corpos-prova ocorreu com formação de fissura única, ou com formação de fissura principal e



fissuras menores ramificadas da principal, o que possibilitou a aplicação do modelo de fissuração distribuída na modelagem numérica.

2.3.2 Efeito escala

Conforme citado por Briffaut (2010), o desempenho das estruturas reais difere dos resultados de laboratório, o que justifica que, para a consideração das propriedades mecânicas obtidas em teste de laboratórios nas estruturas reais, os efeitos de escala sejam considerados. Briffaut (2010) acrescenta, que apenas a resistência à tração do concreto é afetada.

Com relação as fontes do efeito escala, Ben Ftima (2013) cita que os pesquisadores da área da mecânica da fratura, apontam duas fontes predominantes (Bazant e Planas, 1998). A primeira é a fonte energética determinística do efeito escala devido à liberação da energia armazenada da estrutura na frente da fratura, acredita-se que esta seja a fonte mais importante do efeito escala. A segunda é a fonte estatística do efeito escala que é causada pela aleatoriedade da resistência do material. Esta aleatoriedade da resistência, pode ser modelada através da teoria de Weibull (1939), que é baseada no modelo de cadeia, em que a falha de uma cadeia é determinada pelo elemento mais fraco.

Briffaut (2010) também cita a teoria de Weibull, e explica que nesta teoria o efeito de escala é levado em conta por uma distribuição aleatória de resistências locais. Esta variabilidade de resistência é governada pela chamada distribuição de Weibull (1939) usada para deduzir a probabilidade de ruptura de uma estrutura a partir do conceito de elo mais fraco.

Neste trabalho, em que a resistência à tração foi caracterizada por teste de tração direta e os blocos em análise estão submetidos a tração direta, baseado nas análises de Briffaut (2010), parece apropriado usar a lei de Weibull (1939), os resultados de Van Vliet M.R.A. e Van Mier J.G.M. (2000) e os estudos de Ben Ftima (2013) para transpor os resultados dos testes de tração direta para os blocos.

Assim, baseado na lei de Weibull (1939) e no trabalho de Van Vliet M.R.A. e Van Mier J.G.M. (2000), Ben Ftima (2013) propôs a equação (3) para reduzir a resistência à tração do concreto nos modelos de elementos finitos. A equação (3) será utilizada neste trabalho.

$$f_t = 0.5 \sqrt{f_c} \left(\frac{D}{150} \right)^{-\frac{n_d}{m}} \quad (3)$$

onde

f_t é a resistência à tração do material

f_c é a resistência à compressão do material

D é a dimensão característica da estrutura

n_d é a similitude dimensional da estrutura (sendo n_d igual a 1, 2 ou 3 respectivamente para os casos de uma, duas ou três dimensões)

m é o módulo de Weibull geralmente adotado igual a 12

Para aplicação da equação (3), proposta por Bem Ftima (2013), foram utilizando os valores de resistência à compressão apresentado na Tabela 1, a dimensão característica da estrutura $D = 1500 \text{ mm}$, que é o comprimento total dos blocos, e os valores de $n_d = 2$ e $m = 12$.

A Tabela 2 resume os valores de resistência à tração dos blocos, calculados segundo a equação (3), o módulo de elasticidade, obtidos por Marangon (2011) e a energia de fratura, calculada conforme item 2.3.1. O coeficiente de *poisson* utiliza do foi $\nu = 0.2$ para todos os blocos.

Tabela 2. Resistência à tração, módulo de elasticidade e energia de fratura dos blocos utilizados na modelagem.

Blocos	Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Energia de Fratura (N/mm)
B1	2.85	33.10	0.05
B3	3.00	34.43	7.53
B4	3.00	34.43	7.53

2.3.3 Armadura

Uma vez que as armaduras foram representadas na forma incorporada, em um modelo bidimensional, buscando representar, satisfatoriamente, a configuração do ensaio experimental, a área de aço foi transformada em uma área equivalente e disposta em uma camada segundo seu centro geométrico (ver Figura 3).

Para a representação do comportamento mecânico das armaduras de aço, o programa comercial DIANA possui opções de modelos pré-definidos adotados pela norma holandesa NEN 6720/1995. Para as armaduras passivas (sem aplicação de esforços iniciais) a norma sugere que a utilização do modelo elastoplástico perfeito.

Assim, neste trabalho, o modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento mecânico das armaduras de aço foi o elastoplástico perfeito, que adota um diagrama bilinear para representação do comportamento tensão versus deformação (Figura 6). Para as armaduras foi adotado módulo de elasticidade $E_s = 210 \text{ GPa}$, coeficiente de poisson de $\nu = 0.15$ e a tensão de escoamento do aço $f_s = 500 \text{ MPa}$.

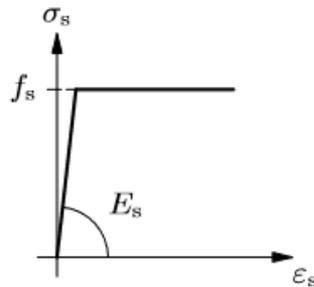


Figura 6 – Modelo constitutivo para o comportamento do aço.

Fonte: (Diana, 2018)

3. RESULTADOS

As Figura , Figura e Figura , apresentam a comparação entre os diagramas carga versus deformação obtidos nas modelagens numéricas, com o modelo de fissuração distribuída, e os resultados experimentais obtidos por Marangon (2011) para os blocos B1, B3 e B4, respectivamente.

Observa-se que para o bloco B1, sem fibras metálicas, o modelo linear de comportamento à tração com a curva de amolecimento linear reproduziu bem o comportamento experimental do bloco. Entretanto, a equação (3), para avaliação do efeito escala, superestimou a resistência à tração do bloco.

Em relação aos blocos com reforços híbrido, B3 e B4, o modelo linear de comportamento à tração com a curva de amolecimento linear, reproduziu muito bem o comportamento do bloco B3 até aproximadamente a deformação de 360 micro-strain, e para o bloco B4 o modelo representou, satisfatoriamente, até aproximadamente a deformação de 780 micro-strain. Nos blocos B3 e B4, a resistência à tração do concreto foi satisfatoriamente estimada com a equação (3) para a avaliação do efeito escala.

Tanto para o bloco B3, quanto para o bloco B4, os resultados dos modelos numéricos se mostraram mais rígidos que os dados experimentais. As diferenças nos resultados estão relacionadas com as simplificações feitas na modelagem numérica, como a consideração da aderência perfeita entre o aço e o concreto e os valores médios de energia de fratura calculados considerando a existência de apenas uma fissura.

Bloco B1

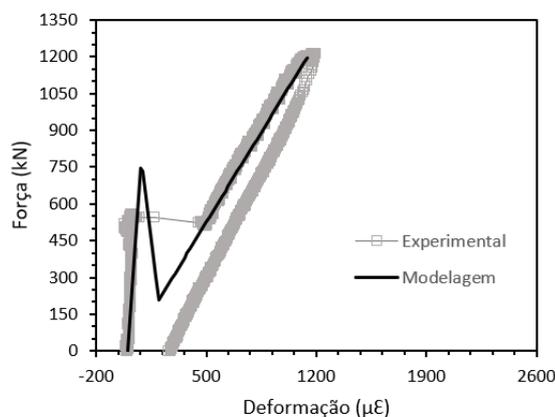


Figura 7 – Diagrama carga versus deformação bloco B1.

Bloco B3

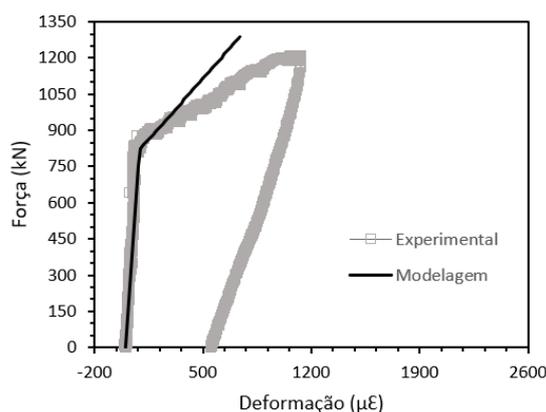


Figura 8 – Diagrama carga versus deformação bloco B3.

Bloco B4

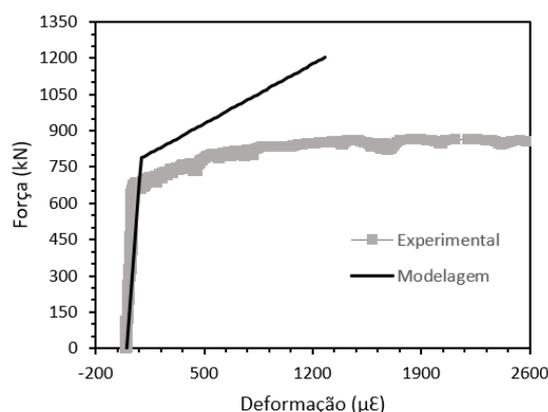


Figura 9 – Diagrama carga versus deformação bloco B4.

A comparação dos resultados numéricos com os experimentais mostrou que a capacidade dos modelos utilizados em representar o comportamento do ensaio real depende da taxa de armadura, da porcentagem de fibras adicionadas aos concretos, das simplificações feitas na modelagem numérica e do cálculo da energia de fratura.

Assim, verifica-se que a simplificação da modelagem numérica com a aderência perfeita entre o aço e o concreto, nem sempre é adequada. Além disso, conforme observado por Mota et al. (2017), faz-se necessária a determinação experimental mais precisa da energia de fratura, principalmente quando se trata de concreto reforçado com fibras.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001; do Conselho



Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil (CNPq) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro - FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- Bazant, Z. P.; Oh, B. H., 1983. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16 (93), p. 155-177.
- Bazant, Z.P. e Planas, J., 1998. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*, CRC Press, Boca Raton and London.
- Bédard, C., Kotsovos, M. D., 1986. Fracture processes of concrete for NLFEA methods. *Journal of Structural Engineering*, v. 112, 573-587.
- Ben Ftima, M., 2013. Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé: application aux structures massives. Tese de Doutorado. École Polytechnique de Montréal.
- Briffaut, M., 2010. Etude de la fissuration au jeune âge des structures massives en béton: influence de la vitesse de refroidissement, des reprises de bétonnage et des armatures. Tese de Doutorado. École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- Cintora, T., 1987. Softening Response of Concrete in Direct Tension. Master Thesis. New Jersey Institute of Technology.
- DIANA, 2018. User's Manual - Release 10.2. January 23, 2018 – Primeira edição.
- Gamino, A. L., 2007. Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo/ São Paulo.
- Hillerborg, A.; Modéer, M.; Petersson, P. E., 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v. 6, p. 773-782.
- Kim D.J., Naaman A.E., El-Tawil S., 2008. Comparative flexural behavior of four fiber reinforced cementitious composites. *Cement & Concrete Composites*. pp. 917-928.
- Marangon, E., 2011. Caracterização Material e Estrutural de Concretos Autoadensáveis Reforçados com Fibras de Aço. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ/Rio de Janeiro/RJ.
- Mota, M. T., 2012. Modelagem numérica da flexão de vigas de concreto reciclado armado. Dissertação de Mestrado. UEFS/Feira de Santana/BA.
- Mota, M. T., Andrade, R. G. M., Fairbairn, E. M. R. 2017. Sensibilidade de modelos numéricos em elementos finitos a parâmetros associados à fissuração. *Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, Florianópolis, SC, Brazil, November 5-8, 2017.
- Rots, J. G., 1988. Computational modeling of concrete fracture. PhD Thesis. Delft University of Technology, 141 p.



Rots, J. G.; Blaauwendraad, J., 1989. Crack models for concrete: discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? *Heron*, v. 34, n. 1, p. 1-59.

Shah, S. P.; Swartz, S. E.; Ouyang, C., 1995. *Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics do Concrete, Rock or Other Quasi-Brittle Materials*. New York, John Wiley & Sons inc.

Singh, H., 2016. *Steel fiber reinforced concrete: behavior, modelling and design*. Springer.

Toledo Filho, R. D. ; Marangon, E. ; Silva, F. A. ; Mobasher, B., 2014. Effect of steel fibers on the tensile behavior of self-consolidating reinforced concrete blocks. In: *FRC 2014 Joint ACI-fib International Workshop Fibre Reinforced Concrete: from Design to Structural Applications*, 2014, Montreal - Canada. *Fibre Reinforced Concrete: from Design to Structural Applications*. Canada: ACI-fib Workshop Proceedings, p. 609-617.

Van Vliet M.R.A., van Mier J.G.M., 2000. Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension, *Engineering Fracture Mechanics*, vol.65, p. 165-188.

Varma, R., Barros, J. A. O. & Sena-cruz, J. M., 2012. *Design-Curves of Strain Softening and Strain Hardening Fibre Reinforced Concrete Elements Subjected to Axial Load and Bending Moments*. Guimarães, Portugal, s.n.

Weibull, W., 1939. Phenomenon of Rupture in Solids. *Ingenioers vetenskaps akademien, Handlingar proceedings*, 153, 1-55.