**Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil em um contexto da Transferência de Calor**

**Rieuse Lopes**

**Gabriel Loureiro de Lima**

**Resumo:** Apresentamos neste trabalho alguns dados obtidos em uma pesquisa de doutorado em Educação Matemática defendida em março de 2021. Investigamos, em uma abordagem qualitativa, a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de variáveis separáveis, a partir de um problema contextualizado na Transferência de Calor, por estudantes de um curso de Engenharia Civil. Do ponto de vista teórico, a pesquisa foi subsidiada por pressupostos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (sendo que este referencial deu também subsídios metodológicos para a elaboração e implementação do problema), da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). A análise dos dados, organizados via codificação, categorização e análise de conteúdo qualitativa, evidenciou que a resolução do problema viabilizou a compreensão de conteúdos da Matemática e da Física e a construção de conhecimentos relativos a conceitos da Transferência de Calor e do Cálculo, especificamente das EDO de Variáveis Separáveis.

**Palavras-chave:** Educação Matemática no Ensino Superior. Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis. Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Teoria dos Campos Conceituais. Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

**Introdução**

A pesquisa realizada insere-se nos campos da Educação Matemática no Ensino Superior e da Educação em Engenharia. Entre os conteúdos matemáticos, particularmente do Cálculo Diferencial e Integral, que são fundamentais para as diferentes habilitações de Engenharia, destacamos as Equações Diferenciais, presentes na modelagem de uma ampla gama de situações. Optamos então por voltar nossa atenção a esse objeto matemático, particularmente as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) de Variáveis Separáveis, focalizando, especialmente, sua contextualização a partir de um problema relacionado à Transferência de Calor.

**Problema e Objetivos da Pesquisa**

Investigamos a aprendizagem de EDO de variáveis separáveis a partir de um Evento Contextualizado (EC), definido por Camarena (2017) como um problema integrador entre disciplinas matemáticas e não matemáticas, desenvolvido com estudantes de Engenharia Civil. Este EC serviu de base para a construção de uma sequência de ensino demandando do estudante a mobilização de uma série de conhecimentos relacionados a conceitos matemáticos e físicos e a partir dos dados coletados em sua implementação, tivemos por objetivo responder à questão: *Quais as contribuições trazidas por um Evento Contextualizado, construído a partir de um problema de transferência de calor, para a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias de variáveis separáveis por graduandos em Engenharia Civil?*

**Referencial Teórico**

A TMCC, segundo Camarena (2013, 2017), é uma estrutura teórica que reflete a ligação que existe entre diferentes áreas do conhecimento contempladas nos programas acadêmicos das Engenharias. Seu pressuposto filosófico educacional é que o estudante deve ser capaz de fazer a transferência de conhecimentos das ciências para áreas que exigem competências profissionais, de maneira que, considerando a Matemática, ela deve ser ensinada aos estudantes de forma a levá-los a atuar de maneira racional, lógica e analítica, considerando todas as variáveis envolvidas nos problemas e situações que deverão ser enfrentados em suas atividades profissionais. Por meio da TMCC enfatiza-se a importância de uma aprendizagem significativa e contextualizada em cursos de Engenharia. Seus pressupostos serviram de fundamento para a construção e implementação do EC de forma a auxiliar os estudantes no desenvolvimento de habilidades em transferir conhecimentos matemáticos para áreas específicas.

A TCC, por sua vez, segundo Vergnaud (1997), é uma teoria cognitivista por meio da qual preconiza-se que os conceitos matemáticos e os de outras áreas de conhecimento adquirem sentido a partir de uma variedade de situações, e que cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de um único conceito, mas, ao contrário, ela requer vários deles. Considerando o EC como uma situação no âmbito da TCC, seus preceitos foram utilizados para analisar os invariantes operatórios (base conceitual implícita que permite obter a informação pertinente e, a partir dela e dos objetivos a alcançar, inferir as regras de ação mais adequadas) mobilizados pelos estudantes nas situações de resolução e discussão do EC.

Por fim, a TRRS concentra seus estudos na aprendizagem da Matemática direcionando seu foco para os registros de representação semiótica que, segundo Duval (2012), são importantes por se constituírem como sistemas de comunicação que possibilitam a representação de objetos matemáticos, que não são perceptíveis de imediato, diferentemente do que ocorre com objetos comumente ditos reais ou físicos. No desenvolvimento do EC, identificamos e analisamos os diferentes registros de representação empregados pelos estudantes.

Para maiores detalhes acerca dos referenciais mencionados e de como foram mobilizados na investigação realizada, consultar Lopes (2021).

**Procedimentos Metodológicos**

Do ponto de vista metodológico, optamos por desenvolver uma pesquisa de abordagem qualitativa, buscando compreender e interpretar o processo de aprendizagem das EDO de variáveis separáveis durante o desenvolvimento do EC. Tal evento foi constituído por duas situações, cada uma delas com três atividades, realizadas em seis momentos de aula de aproximadamente 4h de duração cada. Foi aplicado a 21 estudantes do segundo período da Engenharia Civil de uma instituição particular que não possuíam conhecimento de EDO. Para a construção do EC, realizamos uma análise dos conteúdos matemáticos que são mobilizados pelas disciplinas não matemáticas do curso. Coletamos dados, durante a implementação do EC, por meio de gravações de áudio que foram transcritos e comparados com as anotações realizadas pela pesquisadora com o intuito de registrar fielmente os diálogos ocorridos nos momentos de aula. Os dados foram organizados tendo como base os métodos e procedimentos de codificação e categorização (CHARMAZ, 2009) e da análise de conteúdo qualitativa (GRANEHEIM; LUNDMAN, 2004).

**Resultados**

Os resultados obtidos apontam que o contexto do EC deu significado às EDO; possibilitou ao estudante compreensões que extrapolaram a resolução procedimental, permitindo reflexões acerca de conhecimentos fundamentais vinculados às equações diferenciais que poderão ser mobilizados em diferentes situações da Engenharia Civil. Possibilitou também o desenvolvimento da interdisciplinaridade em mais de uma área de conhecimento, a saber, o Cálculo e a Transferência de Calor, e o envolvimento em situações que proporcionaram a formação de atitudes, hábitos e habilidades como a leitura, a pesquisa, a argumentação e autonomia, elementos vinculados às competências gerais requeridas do futuro engenheiro.

A análise dos dados nos possibilitou identificar invariantes operatórios que, nas situações envolvendo a resolução de equações polinomiais, eram válidos e auxiliavam os sujeitos a enfrentarem com êxito as questões propostas, mas que, no âmbito das situações relativas às equações diferenciais precisam ser adaptados, reavaliados, recombinados e, por vezes, até descartados. Por fim, os dados indicam que, em algumas situações de aprendizagem que compuseram o EC, os sujeitos, ao mobilizarem alguns invariantes operatórios relacionados ao Cálculo, explicitaram não distinguir um objeto matemático de sua representação em determinado registro semiótico.

**Considerações**

Para compreender a Transferência de Calor e suas aplicações, o Engenheiro Civil precisa entender a forma como as Equações Diferenciais são mobilizadas e exploradas. Os momentos de discussão proporcionados pelo EC foram imprescindíveis para a construção desses significados. Tendo em vista a maneira como os conhecimentos relacionados ao Cálculo são mobilizados no enfrentamento de situações relacionadas à Transferência de Calor, observamos que o estudante que sabe apenas calcular derivadas ou resolver EDO, mas não compreende a ideia de taxa de variação, possivelmente não terá condições de transpor esses conteúdos matemáticos para as diferentes áreas em que são aplicados. É preciso então que o docente elabore situações que oportunizem a construção de significados para os objetos matemáticos trabalhados, a realização desse tipo de transposição e que possibilite o trânsito por representações de um determinado objeto matemático em diferentes registros semióticos. E, durante o trabalho dos estudantes com as situações elaboradas, é relevante que o professor diagnostique, de maneira cuidadosa, os invariantes operatórios mobilizados pelos estudantes para que, a partir deste diagnóstico, possa contribuir de maneira mais efetiva para auxiliá-los na construção de conhecimentos cientificamente válidos relativos a determinado conceito.

**Referências**

CAMARENA, P. A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el contexto de las ciencias”, **Revista Innovación Educativa**, v. 13, n. 62, p.17-44. 2013.

CAMARENA, P. Didáctica de la matemática en contexto. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 2, p. 01-26. 2017.

CHARMAZ K. **A construção da teoria fundamentada**: guia prático para análise qualitativa. Tradução de Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

GRANEHEIM, U. H.; LUNDMAN, B. **Qualitative content analysis in nursing research**: concepts, procedures and measures to achieve trustworthiness. Nurse Education Today, [S.l], v. 24, n. 2, p. 105-112, feb. 2004. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0260691703001515.Acesso em: 24 jan. 2021.

LOPES, R. **Equações Diferenciais Ordinárias de Variáveis Separáveis na Engenharia Civil:** uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor. 2021. 316 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) —Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

VERGNAUD, G. **The nature of mathematical concepts**. In: NUNES, T.; Bryant, P. (ed.). Learning and teaching mathematics, an international perspective. Hove: Psychology Press, 1997.