



Analysis of special concrete flat structures by implementation of the strut and tie model

Análise de estruturas planas de concreto via Implementação do modelo de bielas e tirantes

Miguel Angelo Araújo Lima (1); Paulo Anderson Santana Rocha (2); Tiago José Ferreira (1); Jhonatan Willian Souza Faria (1)

(1) Ms. Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

Email para Correspondência: miguel_angelo05@yahoo.com.br; (P) Apresentador

Resumo: O presente trabalho tem como principal objetivo realizar análises elástico-lineares através de um programa computacional destinado à implementação numérica do Modelo de Bielas e Tirantes, utilizando-se uma formulação baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF). Com este modelo será possível analisar o comportamento de elementos estruturais planos, como blocos de fundação, vigas-parede, consolos curtos e sapatas rígidas. Nesse trabalho foram analisados dois elementos estruturais distintos: um consolo curto utilizando malha livre e posteriormente um bloco de fundação com malha estruturada. Com o fim de validar as implementações realizadas, utilizou-se resultados obtidos por meio do software ANSYS 17, buscando obter valores das tensões que permitem identificar regiões comprimidas (bielas) e tracionadas (tirantes). Por fim, determinou-se as armaduras de aço nas regiões tracionadas, comparando com resultados de expressões normativas encontradas na literatura e utilizadas na elaboração de projetos estruturais.

Palavras chaves: Método dos elementos finitos; Modelo de bielas e tirantes; Blocos de fundação; Consolos curtos; Análise estrutural.

Abstract: The present work has as main objective to perform elastic-linear analyzes through a computational program with numerical approach of the strut-and-tie model using a formulation based on the Finite Element Method (FEM). In this model, it is possible to analyze the behavior of structural elements such as foundation blocks, wall beams, short consoles, also represent the region of a beam developed by MONTROYA et al. (1991), besides numerically modeling a wall beam with a large aperture, developed by SCHLAICH et al. (1987). In this work, two distinct structural elements were analyzed: a short console was analyzed using a free mesh and later a foundation block with a structured mesh. In order to validate the numerical implementations performed, the numerical models were used with the aid of ANSYS software 17. Through the analyzes carried out, the nodal displacements were obtained in order to verify the possibility of excessive deformations that generate fissures in the elements. Finally, steel reinforcements in the tractioned regions of the structural elements were dimensioned, using the values of tensions found in the analyzes by the Finite Element Method and comparing with results of normative expressions found in the literature used in the elaboration of structural projects.

Keywords: Strut-and-tie model; Finite elements; Foundation block; Short Consoles; Structural Analysis.



1 INTRODUÇÃO

A concepção de projetos estruturais estabelece três propósitos: economia, tempo e segurança. Para atingir o equilíbrio entre esses fatores há uma ampla quantidade de materiais e métodos disponíveis no mercado, que são abordados em várias pesquisas por todo o mundo. Tratando-se dos elementos estruturais, o aço e o concreto são os materiais mais utilizados, visto que, se completam quando trabalham em conjunto. Muitas vezes em uma análise estrutural o projetista é forçado a propor uma solução simplificada para um problema que requer uma análise mais específica, devido aos prazos reduzidos impostos pelo mercado. Esse fato pode acarretar no superdimensionamento dos elementos estruturais, gerando desperdício devido ao gasto excessivo de materiais.

O Método dos Elementos Finitos (MEF), concebido na década de 50, vem sendo utilizado com grande sucesso na engenharia estrutural. Existe uma infinidade de softwares com poderosos pós-processadores e com os mais avançados modelos construtivos para o tratamento do concreto armado (SOUZA, 2006). Em uma modelagem utilizando o MEF é necessário que se faça um levantamento dos parâmetros a serem considerados, uma análise cuidadosa da aplicação dos carregamentos e das condições de contorno, para que se possa realizar uma análise precisa e confiável dos resultados obtidos.

O Modelo de Bielas e Tirantes vem como uma alternativa para solucionar casos específicos em que não se aplica a hipótese de Bernoulli ou hipótese das seções planas. Este procedimento permite identificar as regiões da estrutura que exibem comportamento diferenciado em relação às distribuições de tensões e deformações.

O estudo levou em consideração que os materiais se comportam de maneira elástico-linear. Nesse caso, após sofrer deformações, a estrutura tende a retornar ao seu estado original quando o carregamento externo for cessado. Além disso, há uma relação linear entre as componentes de tensão e deformação do material, conhecida como módulo de elasticidade (FONTES, 2005). Nessa pesquisa será utilizada a formulação isoparamétrica do Método dos Elementos Finitos, na qual as funções de forma dos elementos são dadas no sistema local de coordenadas naturais ξ e η (VICENTE & OLIVEIRA, 2009).

O trabalho tem como objetivo realizar análises elástico-lineares em elementos especiais planos, desenvolvendo um programa computacional destinado à implementação numérica do Modelo de Bielas e Tirantes utilizando-se uma formulação baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF). O programa foi implementado em linguagem computacional FORTRAN 90, adotando os elementos finitos triangulares, conhecidos como *Constant Strain Triangle* (CST), sendo seus resultados comparados com resultados obtidos por meio de modelagens feitas com auxílio do software ANSYS 17. Com este modelo será possível analisar o comportamento de elementos estruturais como blocos de fundação e consolos curtos, obtendo os valores de tensões elementares, tensões principais e deslocamentos nodais, além de realizar os dimensionamentos das armaduras de aço via MEF. Estes resultados, por sua vez, serão comparados com respostas obtidas através de expressões normativas.

2 MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

O Modelo de Bielas e Tirantes tem como princípio a idealização que a força do pilar se concentra em algumas regiões do bloco de fundação até chegar às estacas. São formadas zonas de concreto comprimidas (bielas), como Mörsch idealizou no caso das vigas. Este modelo foi comprovado ao analisar um bloco de fundação utilizando o método dos elementos finitos (DELALIBERA, 2005), comprovando a formação das bielas.

Logo, o Método de Bielas e Tirantes consiste em admitir que um bloco possui um funcionamento estrutural básico similar à de uma treliça espacial, constituído de barras comprimidas e inclinadas (bielas), formada pelo concreto comprimido e responsáveis pela transmissão do carregamento dos pilares para as estacas e barras tracionadas (tirantes), representados pelas armaduras principais.

Os modelos e conceitos apresentados são embasados em ensaios relatados na bibliografia, e pode-se dizer que se iniciaram com os estudos de HOBBS & STEIN (1957), que analisaram o comportamento de blocos sobre duas estacas de forma analítica e experimental, em setenta modelos em escala 1:3 e de BLÉVOT & FRÉMY (1967), ensaiando 100 blocos em suas análises.

2.1 Método de Blébot & Frémy para Blocos de Fundação

A partir dos resultados obtidos pelos ensaios realizados por BLÉVOT & FRÉMY (1967), deu-se origem a um processo de cálculo para a armadura longitudinal (tirante) e verificação da tensão de compressão na biela, sendo similar ao processo de Biela e Tirante, mas se difere na definição da seção da biela. Este processo tem sido de grande utilidade nas construções brasileiras, apesar da ABNT NBR 6118:2014 não citá-lo explicitamente.

Portanto, o Método de Blébot & Frémy, também entendido como o de Biela e Tirante, consiste no cálculo das armaduras tracionadas e verificação da tensão nas bielas de compressão que se desenvolvem no interior do bloco, devendo ser feita junto à base do pilar e junto à cabeça da estaca.

2.2.1 Verificações das Bielas de Compressão

Como dito anteriormente, as tensões das bielas comprimidas devem ser verificadas junto à base do pilar e junto à cabeça da estaca. A tensão nas bielas na base do pilar é verificada pela relação entre as áreas da seção transversal do pilar (A_{pilar}) e da biela (A_{biela}^P) na base do pilar. Dividindo-se a força na biela pela área da biela (A_{biela}^P) tem-se a tensão normal na biela junto ao pilar ($\sigma_{c,biela,P}$):

$$\sigma_{c,biela,P} = \frac{N_d}{A_{pilar} \sin^2 \alpha} \quad (1)$$

De maneira análoga, a tensão nas bielas junto à estaca pode ser verificada pela relação entre as áreas da seção transversal da estaca (A_{estaca}) e da biela (A_{biela}^e) junto à estaca. Dividindo-se o

valor da força atuante na biela (F_b), pela área da seção transversal da biela (A_{biela}^e) tem-se a tensão normal na biela junto à estaca ($\sigma_{c,biela,e}$):

$$\sigma_{c,biela,e} = \frac{N_d}{2 A_{estaca} \sin^2 \alpha} \quad (2)$$

2.2.2 Cálculo da armadura principal de tração

A armadura principal de tração (A_s), no Estado Limite Último (ELU), pode ser calculada em função da força atuante na armadura (F_t) e da resistência de cálculo ao escoamento do aço (f_{yd}). Como $F_t = A_s f_{yd}$, realizando manipulações matemáticas, tem-se que a armadura principal de tração (A_s) é dada por:

$$A_s = \frac{N_d}{3,6} \frac{a}{f_{yd} d} \left(1 - \frac{a_0}{2a} \right) \quad (3)$$

2.2 Método de Blévo & Frémy para Consolos Curtos

O comportamento estrutural dos consolos curtos e muito curtos se difere das vigas, pois não se pode levar em consideração a hipótese da teoria clássica de flexão. Para analisar sua capacidade resistente ou realizar seu dimensionamento, não se pode utilizar os modelos de cálculo de vigas que levam em consideração a hipótese da manutenção das seções planas após sofrerem deformações. Desta forma, o projeto desses elementos estruturais deve ser feito obedecendo a recomendações específicas (FERNANDES & EL DEBS, 2005).

Segundo a ABNT NBR-9062:2006, os consolos são calculados seguindo intervalos da razão entre a distância da força aplicada até a face do pilar (a) e a altura útil do consolo (d), sendo que os consolos curtos ($0,5 \leq a/d \leq 1,0$) possuem metodologia de cálculo realizado via Modelo de Biela e Tirante.

O Modelo de Bielas e Tirantes para consolos curtos consiste em idealizar o comportamento do concreto, nos trechos descontínuos, através das bielas (compressão) e tirantes (tração), com suas posições definidas a partir do fluxo de tensões. Os elementos são conectados por nós, idealizando uma treliça. Sendo assim, o dimensionamento utilizando esse método consiste em verificar a resistência à compressão em uma seção fictícia da biela e calcular a área da armadura do tirante em função da tensão de escoamento do aço. O modelo clássico consiste no equilíbrio de forças e momentos no esquema de treliça apresentado na figura 1.

A armadura do tirante é determinada realizando o equilíbrio de momento em relação ao ponto A, resultando na seguinte equação:

$$A_{stir} = \frac{V_d}{f_{yd}} \frac{a}{0,9 d} + 1,2 \frac{H_d}{f_{yd}} \quad (4)$$

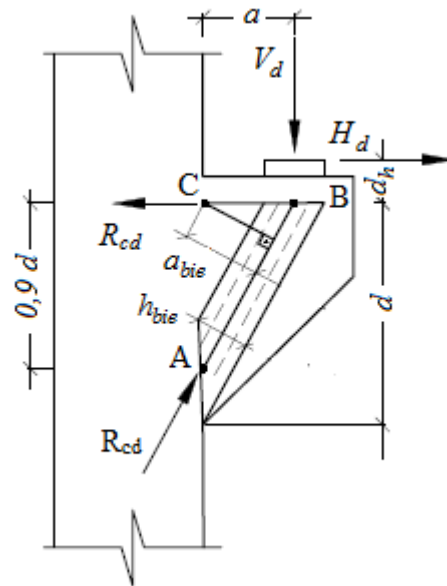


Figura 1 - Modelo de análise e características geométricas de

Consolo curto – (LEONHARDT & MÖNNIG adaptado por EL DEBS (2005))

Por meio de manipulações matemáticas e realizando o equilíbrio de momentos em relação ao ponto C, determina-se que a tensão de compressão na biela (σ_{cd}) é calculada pela equação 5, limitando-se o valor da tensão na biela em βf_{cd} . Adota-se $\beta = 1$ no caso de forças diretas e $\beta = 0,85$ para forças indiretas.

$$\sigma_{cd} = \frac{V_d}{0,18 b d} \sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2} \leq \beta f_{cd} \quad (5)$$

3 FORMULAÇÃO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.1 Introdução

A formulação de elementos finitos bidimensionais segue etapas usadas nos problemas unidimensionais. Os deslocamentos, os valores de componentes de força de superfície e de força de corpo distribuídas são funções das posições indicadas por (x, y) . A relação entre as tensões e deformações é dada pela Eq. (6), dada por:

$$\sigma = D \varepsilon \quad (6)$$

3.2 Modelagem pelo Método dos Elementos Finitos

Uma região bidimensional é dividida em triângulos de lados retos. Esses triângulos que em sua totalidade formam a região analisada são chamados de elementos. As componentes do

deslocamento de um nó j qualquer são consideradas como Q_{2j-1} na direção x e Q_{2j} na direção y . O vetor de deslocamento global da estrutura é indicado por:

$$\mathbf{Q} = [Q_1 \ Q_2 \dots \ Q_n]^T \quad (7)$$

As conectividades ou incidências de um elemento referem-se aos nós que formam um elemento, adotando o sentido anti-horário para estabelecer uma sequência para identificar os seus nós. O vetor de deslocamento no sistema local é indicado como:

$$\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \dots \ q_n]^T \quad (8)$$

Os deslocamentos nos pontos dentro de um elemento precisam ser representados em termos dos deslocamentos nodais do elemento. O MEF usa o conceito de funções de forma no desenvolvimento sistemático dessas interpolações. Para o CST (Constant Strain Triangle), as funções de forma são lineares sobre o elemento. As funções de forma N_1 , N_2 e N_3 correspondem aos nós 1, 2 e 3 do elemento. A função N_1 assume o valor unitário no nó 1, e se reduz linearmente para os nós 2 e 3, definindo uma superfície plana, que podem ser vistos na figura 2. As funções de forma independentes são representadas pelas coordenadas naturais η e ξ , como:

$$N_1 = \xi \quad (9.1)$$

$$N_2 = \eta \quad (9.2)$$

$$N_3 = 1 - \xi - \eta \quad (9.3)$$

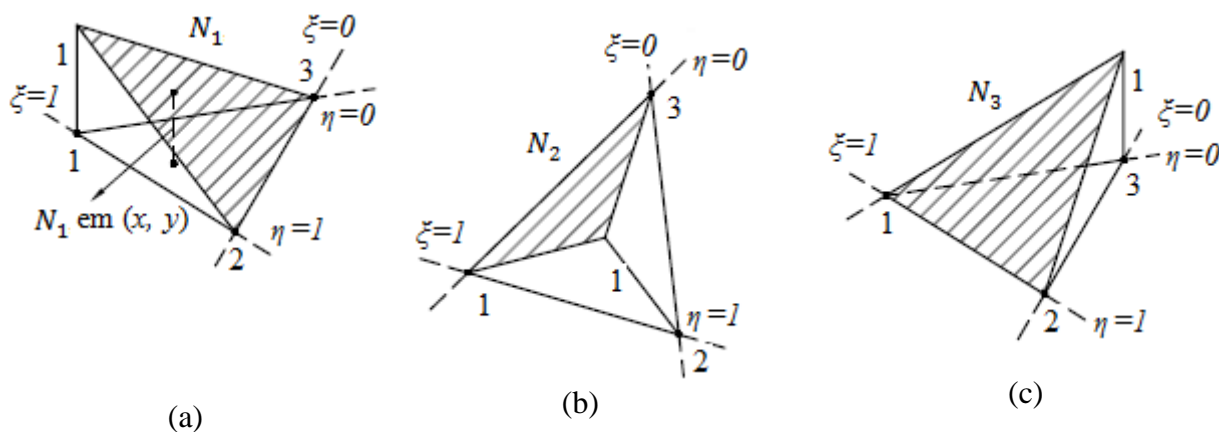


Figura 2 - Representação das funções de forma no nó 1 (a), nó 2 (b) e nó 3 (c)

Os deslocamentos dos elementos são escritos usando as funções de forma e os valores nodais do campo de deslocamento desconhecido.

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_3 + N_3 q_5 \quad (10.1)$$

$$v = N_1 q_2 + N_2 q_4 + N_3 q_6 \quad (10.2)$$

Sendo N_1 , N_2 e N_3 expressos pelas equações 9.1, 9.2 e 9.3, as equações 10.1 e 10.2 ficam representadas, na forma simplificada, por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{q} \quad (11)$$

As coordenadas x e y também podem ser representadas em termos de coordenadas nodais pelo uso das mesmas funções de forma. Essa é a chamada representação isoparamétrica. As representações isoparamétricas relacionam as coordenadas cartesianas x e y às coordenadas naturais η e ξ . Na avaliação das deformações específicas, as derivadas parciais de u e v devem ser tomadas com relação à x e y . Pelas representações isoparamétricas verifica-se que u , v , x e y são funções de η e ξ . Logo, podem ser representadas por:

$$u = u[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \quad (12.1)$$

$$v = v[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \quad (12.2)$$

Usando-se a regra da cadeia para derivadas de u , obtém-se a matriz quadrada (2x2) denotada como Jacobiana de transformação, logo:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Realizando-se as derivadas da matriz Jacobiana, e através de algumas manipulações matemáticas chegam-se às relações deformação específica-deslocamento, que pela definição de x_{ij} e y_{ij} demonstra-se que $y_{ij} = -y_{ji}$ e $y_{ij} = y_{ik} - y_{jk}$, podendo ser escrita, de forma sucinta, da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (14)$$

A energia potencial do sistema é dada por:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_A \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} t dA - \int_A \mathbf{u}^T \mathbf{f} t dA - \int_L \mathbf{u}^T \mathbf{T} t dL - \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{P}_i \quad (15)$$

Sendo que os termos correspondem à energia de deformação do elemento, força de corpo, força de superfície e carregamento pontual, respectivamente. Discretizando o sistema, a energia potencial total pode ser escrita da seguinte forma, sendo que U_e representa a energia de deformação do elemento.

$$\pi = \sum_e U_e - \sum_e \int_A \mathbf{u}^T \mathbf{f} t dA - \sum_e \int_L \mathbf{u}^T \mathbf{T} t dL - \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{P}_i \quad (16)$$

A matriz de rigidez do elemento é obtida por meio da energia de deformação do elemento, substituindo-se a Equação 14 na energia de deformação do elemento, tem-se:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_e \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{q} t dA \quad (17)$$

Considerando-se a espessura do elemento como t_e e discretizando por meio de triângulos a área a ser analisada, a matriz de rigidez do elemento pode ser obtida da Eq. (17), dada por:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t_e A_e \quad (18)$$

Considerando-se a energia de deformação, os termos de força, as condições de contorno e realizando-se as modificações de rigidez e forças, a equação 16 fica definida como:

$$\mathbf{K} \mathbf{Q} = \mathbf{F} \quad (19)$$

Sendo que \mathbf{K} refere-se à matriz de rigidez da estrutura analisada, \mathbf{Q} ao vetor de deslocamentos nodais da estrutura e \mathbf{F} ao vetor de cargas globais aplicadas.

Como as deformações específicas são constantes em um elemento CST, as suas componentes de tensões também permanecem constantes. Os valores das tensões devem ser calculados para cada elemento, usando as relações de deformação específica-deslocamento do elemento. Substituindo-se a Eq. (14) na Eq. (6), tem-se que a tensão em cada elemento é dada por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (20)$$

A conectividade será utilizada para extrair os deslocamentos nodais do elemento \mathbf{q} do vetor de deslocamentos globais \mathbf{Q} . Para fim de interpolação, as tensões obtidas através da equação 20 podem ser usadas como um valor referente ao centroide do elemento analisado. As tensões principais e suas direções principais são determinadas a partir das relações do Círculo de Mohr.

4 APLICAÇÕES

Neste capítulo são mostradas as aplicações do presente trabalho, representando de forma numérica o Modelo de Bielas e Tirantes. Inicialmente foram realizadas análises e dimensionamentos para dois tipos de elementos estruturais: um consolo curto e um bloco de fundações sob duas estacas de concreto. Os resultados das análises realizadas pelo programa computacional desenvolvido são comparados com resultados determinados por meio da utilização do software ANSYS 17. Por sua vez, os dimensionamentos são comparados com expressões normativas encontradas na literatura.

4.1 Consolo Curto

O consolo curto analisado está submetido a um carregamento pontual igual a 400kN, cujas dimensões são mostradas na figura 3. O concreto apresenta módulo de elasticidade igual a 2800kN/cm² e coeficiente de Poisson igual a 0,25. O consolo curto foi discretizado pelo

software ANSYS 17, gerando uma malha livre com 223 elementos finitos triangulares (CST) e com 139 nós, conforme figura 4. A mesma malha foi utilizada para a realização das modelagens numéricas com o programa computacional desenvolvido nesta pesquisa.

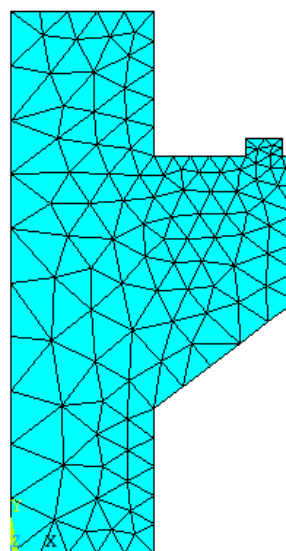
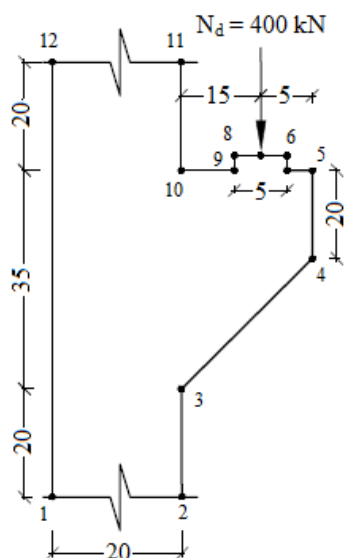


Figura 3 - Dimensões do consolo curto (cm)

Figura 4 - Malha livre do consolo curto - ANSYS

As configurações deformadas do elemento em análise submetido às tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3) são mostradas nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente.

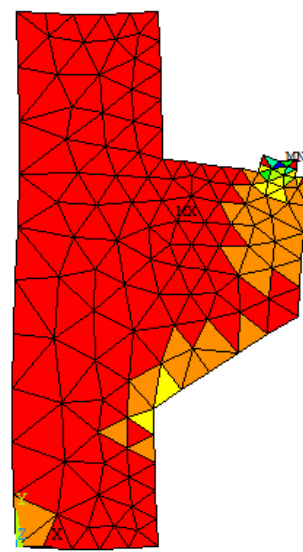
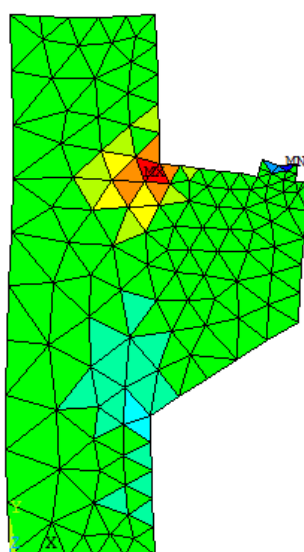
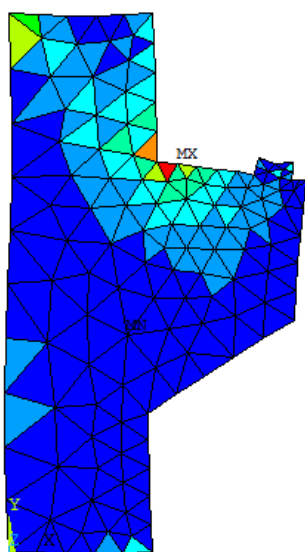


Figura 5.1 - Tensão principal σ_1

Figura 5.2 - Tensão principal σ_2

Figura 5.3 - Tensão principal σ_3

Logo é possível visualizar a transferência dos esforços internos por meio de uma representação vetorial mostrado na figura 6, determinando as regiões tracionadas e comprimidas, indicando os pontos de maiores solicitações que devem receber uma atenção especial no dimensionamento.

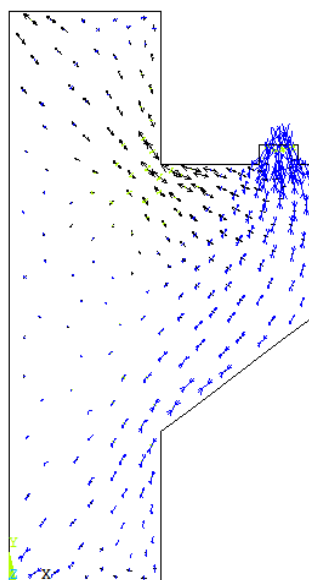


Figura 6 - Representação vetorial do consolo curto – ANSYS

As Tabelas 1 e 2, apresentam comparações entre as tensões principais obtidos através do programa computacional desenvolvido e pela modelagem numérica realizada com auxílio do software ANSYS 17.

Tabela 1. Tensão Principal σ_1 (kN/cm²)

Elemento	Presente Trabalho	ANSYS	Presente Trabalho/ANSYS
10	12.8900	12.8890	1.0001
30	8.7870	8.7871	1.0000
50	5.7190	5.7192	1.0000
70	5.1550	5.1546	1.0001
90	1.9850	1.9850	1.0000
110	0.0349	0.0349	0.9999
130	0.1274	0.1274	1.0000
150	15.7000	15.7010	0.9999
170	8.8630	8.8627	1.0000
200	20.6300	20.6280	1.0001

Tabela 2. Tensão Principal σ_2 (kN/cm²)

Elemento	Presente Trabalho	ANSYS	Presente Trabalho/ANSYS
10	-45.3000	-45.2980	1.0000
30	-93.2500	-93.2460	1.0000
50	-20.3100	-20.3050	1.0002
70	-2.5250	-2.5255	0.9998
90	-26.0800	-26.0790	1.0000
110	-22.1000	-22.0960	1.0002
130	-17.6400	-17.6410	0.9999
150	-2.3040	-2.3043	0.9999
170	-29.6000	-29.5990	1.0000
200	-2.7110	-2.7109	1.0000

As Figuras 7.1 e 7.2 mostram comparações gráficas entre os deslocamentos nodais obtidos através do programa desenvolvido e os resultados do ANSYS 17. Neste caso, foram considerados os nós referentes à parte superior do consolo curto, onde ficam localizadas as armaduras de tração.

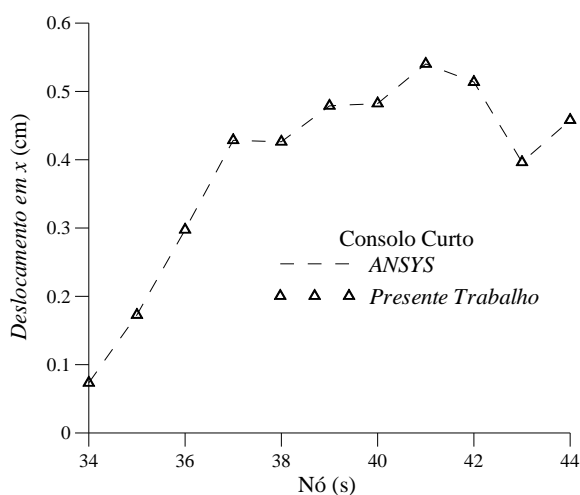


Figura 7.1 - Deslocamento em x

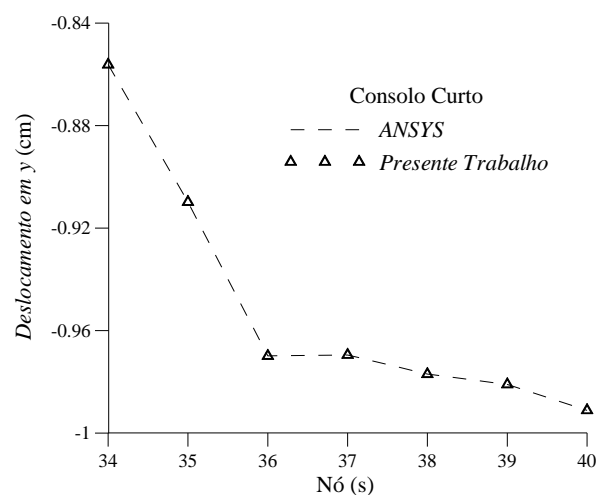


Figura 7.2 - Deslocamento em y

Por fim, realizou-se o dimensionamento do consolo curto por meio do Método de Blévoit & Frémy, comparando com resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos, sendo os valores das tensões elementares extraídos da modelagem desenvolvida no ANSYS 17. Para a realização do dimensionamento, considerou-se: $d=31cm$, $d'=4cm$, $a=15,5cm$ e

$f_{yd} = 43,47\text{kN/cm}^2$. A Tabela 3 mostra os resultados dos dimensionamentos, verificando uma boa aproximação entre os resultados encontrados.

Tabela 3. Área de Aço (cm²)

Bielas e Tirantes	Presente Trabalho	Presente Trabalho/Bielas e Tirantes
5.11	4.64	0.91

4.2 Bloco de Fundação sob duas Estacas de Concreto

O bloco de fundação com duas estacas está submetido a um carregamento pontual igual a 1500kN, e suas dimensões são mostradas na figura 8. Considerou-se concreto com módulo de elasticidade igual a 2800kN/cm² e coeficiente de Poisson igual a 0,25. O bloco de fundação foi discretizado com auxílio do software ANSYS 17, gerando-se uma malha estruturada com 328 elementos finitos triangulares (CST) e com 202 nós, conforme mostra a figura 9.

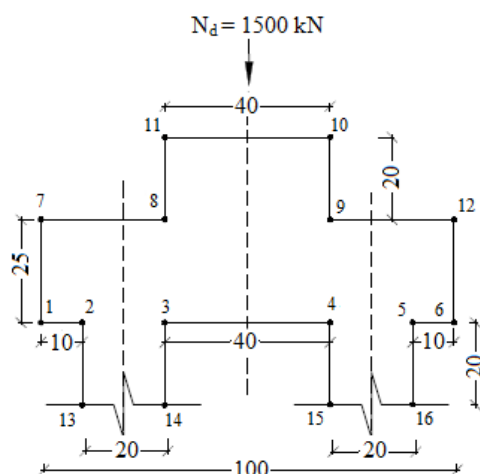


Figura 8 - Dimensões do bloco de fundação com duas estacas de concreto (cm)

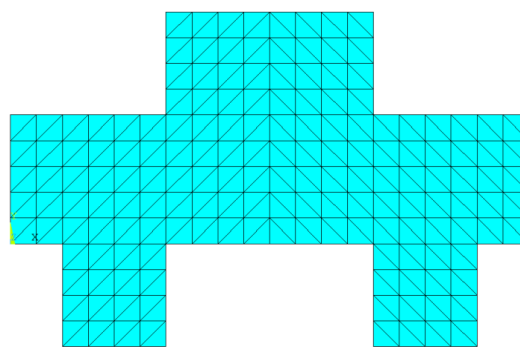


Figura 9 - Malha mapeada do bloco de fundação - ANSYS

Com auxílio do ANSYS 17 é possível observar o comportamento e as deformações do bloco de fundação submetido às tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3). Essas configurações deformadas são mostradas nas figuras 10.1, 10.2 e 10.3, respectivamente.

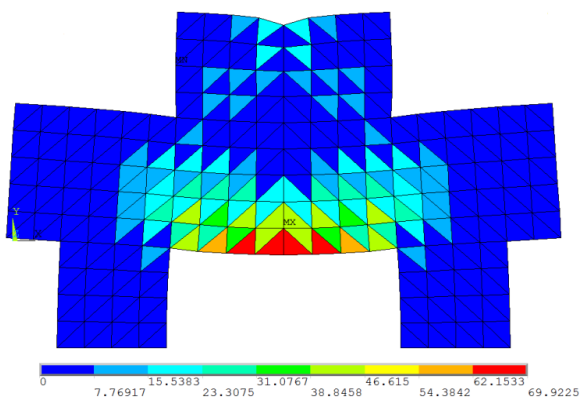


Figura 10.1 - Tensão principal σ_1

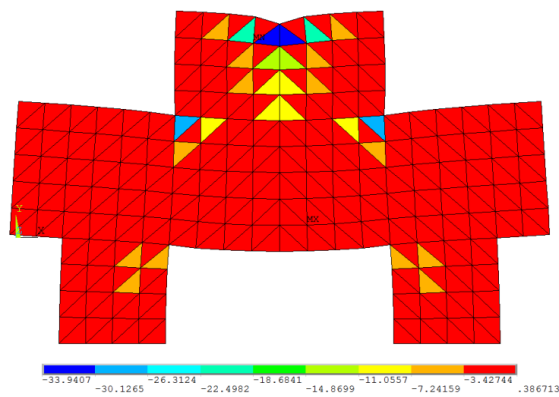


Figura 10.2 - Tensão principal σ_2

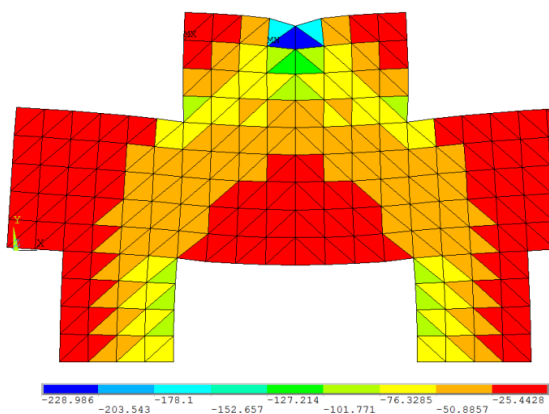


Figura 10.3 - Tensão principal σ_3

Na Figura 11 mostra-se, de forma vetorial, as tensões de tração e compressão no bloco de fundação, que garantem o equilíbrio do elemento estrutural.

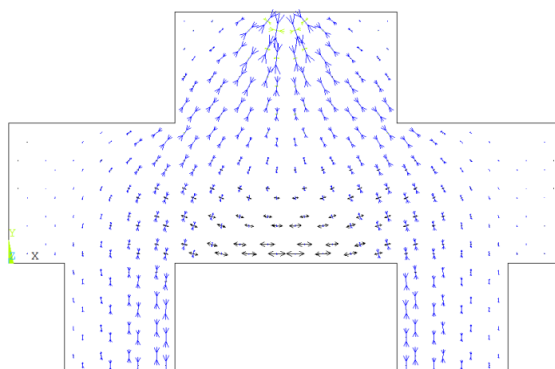


Figura 11 - Representação vetorial do bloco de fundação - ANSYS



As Tabelas 4 e 5 apresentam comparações entre os resultados numéricos obtidos por meio do programa computacional desenvolvido e por meio do software ANSYS 17. Neste caso, percebe-se também excelente aproximação entre as simulações numéricas realizadas.

Tabela 4. Tensão Principal σ_1 (kN/cm²)

Elemento	Presente Trabalho	ANSYS	Presente Trabalho/ANSYS
10	-6.6470	-6.6467	1.0000
20	-6.5110	-6.5111	1.0000
30	-9.5450	-9.5453	1.0000
40	-33.9400	-33.9410	1.0000
50	6.3890	6.3890	1.0000
60	1.9750	1.9754	0.9998
70	2.5020	2.5019	1.0000
80	7.7710	7.7711	1.0000
90	40.6700	40.6740	0.9999
100	60.8200	60.8200	1.0000

Tabela 5. Tensão Principal σ_2 (kN/cm²)

Elemento	Presente Trabalho	ANSYS	Presente Trabalho/ANSYS
10	-16.3700	-16.3670	1.0002
20	-75.8300	-75.8320	1.0000
30	-77.4300	-77.4290	1.0000
40	-229.0000	-228.9900	1.0000
50	-30.1500	-30.1460	1.0001
60	-54.2300	-54.2290	1.0000
70	-36.7000	-36.6980	1.0001
80	-20.6900	-20.6920	0.9999
90	-28.2400	-28.2360	1.0001
100	-1.7430	-1.7435	0.9997

As figuras 12.1 e 12.2 mostram comparações gráficas entre os deslocamentos nodais obtidos através do programa desenvolvido e os resultados do ANSYS 17, sendo os nós referentes à parte inferior do bloco de fundação, localizados entre as estacas de concreto.

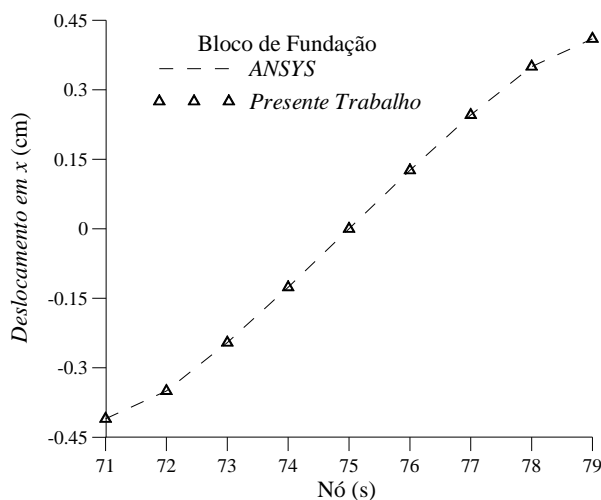


Figura 12.1 - Deslocamento em x

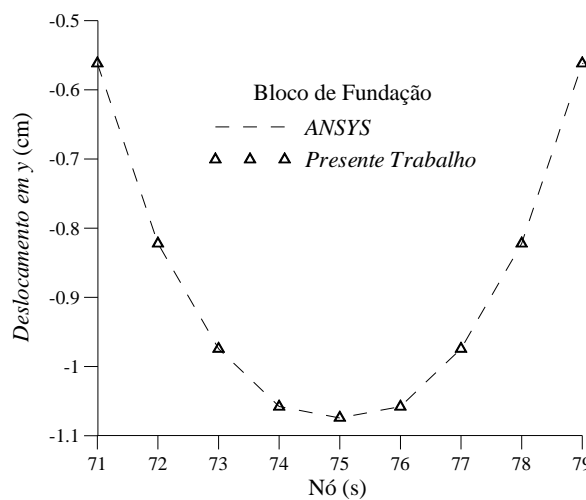


Figura 12.2 - Deslocamento em y

Por fim, encontrou-se a área de aço da armadura tracionada através do Método de Blévo & Frémy comparando com resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos. Para a realização do dimensionamento, considerou-se que a altura do bloco é: $h=25cm$, $d'=4cm$, $a_0=40cm$, $a=60cm$ e $f_{yd} = 43,47kN/cm^2$. Os resultados são mostrados na Tabela 12, verificando uma boa aproximação entre os resultados para o caso analisado.

Tabela 6. Área de Aço (cm²)

Blévo & Frémy	Presente Trabalho	Presente Trabalho / Blévo & Frémy
18.25	16.35	0.90

5 CONCLUSÕES

Em ambas as aplicações, observou-se uma ótima convergência entre os resultados numéricos obtidos com o programa computacional implementado e as respostas encontradas a partir do software ANSYS 17. Logo, verifica-se que a implementação desenvolvida foi bem sucedida, contribuindo com valores precisos de tensões elementares, tensões principais e deslocamento das estruturas planas com comportamento elástico-linear.

Com relação ao dimensionamento, nas duas aplicações obtiveram-se resultados com cerca de 90% de aproximação, comparados com as metodologias normativas. Foi possível notar que os dimensionamentos das armaduras de aço com a equação referente ao consolo curto e com o modelo de Blévo & Frémy se mostraram mais conservadores, porém de qualquer modo,



a realização do dimensionamento destes elementos estruturais com o uso do método dos elementos finitos é possível, uma vez que, os resultados encontrados se aproximaram bem das respostas obtidas com base nas considerações normativas vigentes e com o método clássico de Blévyot & Frémy.

REFERÊNCIAS

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R.. *Semelles sur piex. Analles d' Institut Techique du Bâtiment et des Travaux Publics*. Paris, 1967.

DELALIBERA, R. G.. *Estudo experimental e analítico de blocos sobre estacas submetidos a momento e normal*. Qualificação de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, São Paulo, Brasil, 2005.

FERNANDES, R. M., EL DEBS, M. K.. *Análise da capacidade resistente de consolos de concreto armado considerando a contribuição da armadura de costura*. Cadernos de Engenharia de Estruturas da UFSCar, 2005.

FONTES, F. F.. *Análise Estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, São Paulo, Brasil, 2005.

FUSCO, P. B.. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. Editora Pini, São Paulo, 1995.

HOBBS, N. B.; STEIN, P.. *An investigation into the stress distribution in pile caps with some notes on design*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1957.

NBR-6118. *Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

NBR-9062. *Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 2006.

SOUZA, R. A.. *Análise, dimensionamento e verificação de elementos especiais em concreto armado utilizando o método dos elementos finitos e o método das bielas*. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 2006.

VICENTE, W. M.; OLIVEIRA, W. C.. *Análise de Tensões em Placas Circulares Utilizando Elementos Finitos Axissimétricos*. Trabalho Final de Graduação de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil, 2009.