



ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DOS AUTÔMATOS CELULARES MÓVEIS PARA ANÁLISE MECÂNICA DE MEIOS ELASTOPLÁSTICOS

Study and computational implementation of the Movable Cellular Automata Method for mechanical analysis of elastoplastic media

Gabriel Rocha Domingos (1); Cássio César dos Santos (2); Ricardo Albuquerque Fernandes (3); Tiago Peixoto da Silva Lobo (4); Adeildo Soares Ramos Júnior (5)

(1) Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, Brasil.

(2) Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, Brasil.

(3) MSc. Pesquisador, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, Brasil.

(4) Dr. Pesquisador, Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, Brasil.

(5) Dr. Prof., Universidade Federal de Alagoas, Maceió - AL, Brasil.

Email para Correspondência: gabriel.domingos@lccv.ufal.br; (P) Gabriel Rocha Domingos

Resumo: O presente trabalho aborda um estudo introdutório aos Autômatos Celulares Móveis (MCA), um método numérico baseado na interação entre partículas que modela o comportamento mecânico de meios contínuos. Devido à natureza de sua formulação teórica, a interação entre elementos no MCA é desenvolvida como um sistema multi-partículas, em que o cálculo de forças depende de sua vizinhança. Destaca-se também a presença de conexões entre células, capazes de mantê-las unidas ou não, dependendo dos níveis de tensão e dos parâmetros da simulação característicos de cada conexão. Esses atributos facilitam a análise de processos de deformação e fraturamento no MCA. O formalismo teórico do método, baseado em relações reológicas da mecânica do contínuo, também possibilita a incorporação de relações elastoplásticas, e conseqüentemente a análise de materiais com esse comportamento, como metais, solos e rochas. Dentro do contexto de um projeto de pesquisa desenvolvido na Universidade Federal de Alagoas, o método está sendo utilizado para a simulação de casos de geologia estrutural, reproduzindo o comportamento mecânico de falhas geológicas e suas zonas de dano. O conhecimento do histórico de deformações e o mapeamento dos respectivos campos de tensão nessas estruturas são de grande importância para a indústria de óleo e gás, podendo caracterizar zonas preferenciais para a concentração de hidrocarbonetos, indicando regiões mais favoráveis à exploração e produção. Uma descrição detalhada do formalismo matemático do método será apresentada, abordando um modelo constitutivo elastoplástico linear com encruamento. A fim de verificar a formulação proposta, são apresentados estudos de caso utilizando ciclos de carga aplicados a colunas de material, cujos resultados são satisfatórios. A formulação elastoplástica linear com encruamento apresentada mostra-se compatível com o MCA e possibilita simulações mais confiáveis e reais dentro de diversas aplicações de engenharia, geologia e geomecânica.

Palavras chaves: Autômatos Celulares Móveis; Sistema Multi-Partículas; Meios Elastoplásticos Lineares; Geologia Estrutural.



Abstract: This work presents an introductory study to the movable cellular automata (MCA), a numerical method based on the interaction of particles which models the behavior of continuum media. Due to the nature of its theoretical formulation, the interaction between elements used in this method is developed as a many-particle system, where the calculation of forces depends on the element's direct neighbors. The method also has a structure of links between pairs of automata, allowing elements to stay together or not, depending on the stress levels and on the simulation parameters. In addition, the theoretical formulation, which is based on rheological relationships derived from continuum mechanics, allows the incorporation of elastoplastic relationships and consequently, the analysis of materials such as rocks, metals and ceramics, which are widely known for their elastoplastic behavior. Within the context of a research project being developed at Federal University of Alagoas, the method is being used on the simulation of Structural Geology processes, reproducing the mechanical behavior of geological faults and its damage zones. It is quite important for the oil and gas industry to know the history of deformations and mapping the fields of stress in these structures, because they may characterize preferred zones for the concentration of hydrocarbons and indicate more suitable fields for exploration and production. A detailed description of the mathematical formalism of an elastoplastic constitutive model with linear -hardening is presented. Case studies using cycles of load are presented to verify the proposed formulation and show bearable results. The proposed formulation shows itself appropriate to be used with the MCA and enables more reliable simulations within many engineering, geology and geomechanics applications.

Keywords: *Movable Cellular Automata; Many-Particle System; Linear Elastoplastic Media; Structural Geology.*



1 INTRODUÇÃO

O Método dos Autômatos Celulares Móveis é um método híbrido baseado nos métodos clássicos de autômatos celulares (CA), elementos discretos (DEM) e dinâmica molecular (MD); combinando suas vantagens. Este método permite a modelagem de comportamentos e processos de materiais complexos, representando de forma discreta os materiais por um conjunto de partículas (Salman et al., 2017). O MCA foi apresentado pela primeira vez por Psakhie et. al (1995), como uma ferramenta de simulação no âmbito da mesomecânica.

Apesar de o MCA ser fundamentado no DEM, os métodos apresentam uma diferença relevante: a interação entre partículas no Método dos Autômatos Celulares é desenvolvida como um sistema multi-partículas, isto é, o cálculo de forças depende das partículas vizinhas (Dmitriev e Kuznetsov, 2015). Esta diferença faz do MCA um método adequado para simulação de meios contínuos ou pouco porosos, tais como rochas e metais, incluindo a possibilidade de implementação de modelos reológicos elastoplásticos, bem como modelos de fraturamento (Psakhie et al., 2013).

Um projeto de pesquisa em andamento na Universidade Federal de Alagoas visa modelar computacionalmente falhas geológicas e suas zonas de dano, com o objetivo de mapear os respectivos campos de tensão e deformação e zonas de falha. Esses estudos são de grande importância para a indústria de óleo e gás, pois podem sinalizar regiões favoráveis para a concentração de hidrocarbonetos, apontando zonas preferenciais para exploração e produção.

O intuito deste trabalho é acoplar ao Método dos Autômatos Celulares Móveis relações constitutivas elastoplásticas, como as apresentadas por Simo e Hughes (2000). Parte-se da ideia de um dispositivo mecânico unidimensional, exibindo as características básicas da plasticidade clássica. Posteriormente, refina-se a formulação para modelos de plasticidade mais robustos, com encruamento isotrópico e cinemático.

2 FORMULAÇÃO TEÓRICA DA INTERAÇÃO NORMAL DOS CONTATOS NO MCA

A geometria inicial do problema, definida através de modelagem computacional, conta com as células propriamente ditas, uma estrutura de empacotamento e uma estrutura de conexões entre células.

O empacotamento tem o objetivo de adequar a área do contato entre duas partículas, permitindo que esta seja definida pela face da estrutura ao invés de um único ponto (ver Figura 1). Esta adequação permite que partículas discretas sejam capazes de simular o comportamento de um meio contínuo. Arranjos hexagonais e quadráticos são exemplos de empacotamento admitidos no MCA, cujas áreas de interação inicial são dadas, respectivamente, por

$$S_{ij}^0 = \frac{r_i \sqrt{3}}{3} h, \text{ e} \tag{1}$$

$$S_{ij}^0 = 2 r_i h, \tag{2}$$

sendo S_{ij}^0 a área de contato inicial entre partículas, r_i o raio da partícula i e h a espessura das células na direção perpendicular ao plano. Os modelos tratados neste trabalho são bidimensionais, considerando-se estado plano de deformação, portanto, a espessura h é considerada unitária.

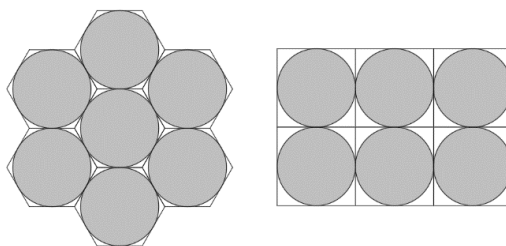


Figura 1. Representação dos empacotamentos no MCA.

Fonte: Adaptado de (Psakhie et al., 2013)

Da mesma forma que a área de contato, o volume das células também é atualizado segundo a deformação das mesmas. O volume inicial das células hexagonais e quadradas associadas a uma partícula i são dados, respectivamente, por:

$$\Omega_i^0 = 2\sqrt{3}r_i^2 h, \text{ e} \quad (3)$$

$$\Omega_i^0 = 4r_i^2 h, \quad (4)$$

onde Ω_i^0 é o volume inicial da célula i . Analogamente, a espessura h também é considerada unitária.

A estrutura de conexões, por sua vez, é responsável pela transmissão de esforços e pela atualização da geometria dentro de todo o meio contínuo (ver Figura 2). As conexões possuem rigidez própria, que depende especificamente do par de células que conectam, e são uma ferramenta poderosa no estudo de modelos reológicos e de fraturamento.

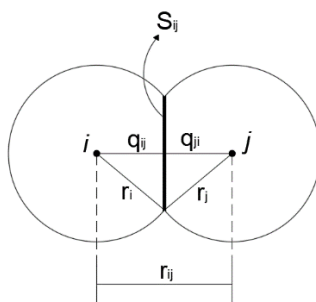


Figura 2. Parâmetros geométricos do contato entre um par de células.

Fonte: Adaptado de (Psakhie et al., 2013)

A distância q_{ij} entre o centro do autômato para a superfície de contato é importante na formulação teórica do método, como será mostrado mais adiante. Esse parâmetro é determinado através de relações trigonométricas, e é apresentado como:

$$q_{ij} = \frac{r_{ij}}{2} + \frac{r_i^2 - r_j^2}{2r_{ij}}, \quad (5)$$

onde r_{ij} é a distância entre os centros dos elementos i e j , r_i e r_j são os respectivos raios das partículas i e j .

A deformação axial nas conexões é definida como a *deformação de engenharia*, definida por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{q_{ij}}{r_i} - 1, \quad (6)$$

onde ε_{ij} é a deformação axial na conexão entre as partículas i e j .

Para a interação de partículas, tem-se a força axial através de sua definição clássica:

$$\vec{F}_{ij}^n = \sigma_{ij} S_{ij} \vec{n}_{ij}, \quad (7)$$

onde \vec{F}_{ij}^n é o vetor de força axial entre as partículas i e j , σ_{ij} é a tensão normal no contato entre as partículas i e j , e \vec{n}_{ij} é o versor na direção de r_{ij} , no sentido de i para j .

A tensão σ_{ij} , por sua vez, é descrita por Psakhie et al. (2013) através da Lei de Hooke generalizada para um meio elástico linear isotrópico. A formulação descrita na referência também considera a influência das células vizinhas, adicionando uma parcela que leva em consideração a tensão média na partícula i . Durante a revisão bibliográfica, foi feita uma alteração na expressão original apresentada no trabalho de Psakhie et al. (2013), de modo a se obter concordância com a expressão constitutiva que descreve o meio supracitado. Utilizando-se a equação apresentada em Mase e Mase (1999):

$$\sigma_{ij} = 2G_i \varepsilon_{ij} + \left[1 - \frac{2G_i}{3K_i}\right] \sigma_{\text{mean}}^i, \quad (8)$$

na qual G_i é o módulo de cisalhamento da partícula i , K_i é o módulo volumétrico da partícula i , e σ_{mean}^i é a tensão média da partícula i , definida como a média do traço do tensor de tensões desta partícula. Este tensor de tensões, por sua vez, é definido através de uma equação de homogeneização, apresentada a seguir.

As conexões são responsáveis por transferir solicitações entre as partículas, que estão sob a influência de todas as conexões que possuem. Para uma interação puramente normal, as equações de homogeneização dos tensores de tensão e deformação de uma determinada partícula são apresentadas em função de seus componentes, como sendo:

$$\bar{\sigma}^i = \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j=1}^{N_i} S_{ij} q_{ij} \vec{n}_{ij} (\sigma_{ij} \vec{n}_{ij}^T), \text{ e} \quad (9)$$

$$\bar{\varepsilon}^i = \frac{1}{\Omega_i} \sum_{j=1}^{N_i} S_{ij} q_{ij} \vec{n}_{ij} (\varepsilon_{ij} \vec{n}_{ij}^T), \quad (10)$$

onde Ω_i é o volume atualizado da partícula i , $\bar{\sigma}^i$ e $\bar{\varepsilon}^i$ são, respectivamente, os tensores de tensões e de deformações homogeneizados da partícula i . Por estarmos trabalhando considerando-se estado plano de deformações, as componentes de tensão e deformação normais ao plano xy são:

$$\bar{\sigma}_{zz}^i = \nu^i (\bar{\sigma}_{xx}^i + \bar{\sigma}_{yy}^i), \text{ e} \quad (11)$$

$$\bar{\varepsilon}_{zz}^i = 0, \quad (12)$$

onde ν^i é o coeficiente de Poisson do material do qual a partícula i é constituída.

Devido a alterações nas tensões e deformações, os valores de volume e área iniciais são naturalmente atualizados ao longo da simulação. Da mecânica do contínuo, a atualização do volume é definida por:

$$\Omega_i = \Omega_i^0 (1 + \bar{\varepsilon}_{xx}^i) (1 + \bar{\varepsilon}_{yy}^i) (1 + \bar{\varepsilon}_{zz}^i). \quad (13)$$

A área de contato é atualizada de uma maneira análoga ao volume, com base na deformação de sua conexão, como mostrado abaixo:

$$S_{ij} = S_{ij}^0 (1 + \varepsilon_{x'x'}^{ij}) (1 + \varepsilon_{zz}^{ij}), \quad (14)$$

onde S_{ij} é a área atualizada, e $\varepsilon_{x'x'}^{ij}$ é a deformação no eixo $x'x'$, que é o eixo perpendicular ao eixo definido pelos centros das partículas i e j , como mostra a Figura 3.

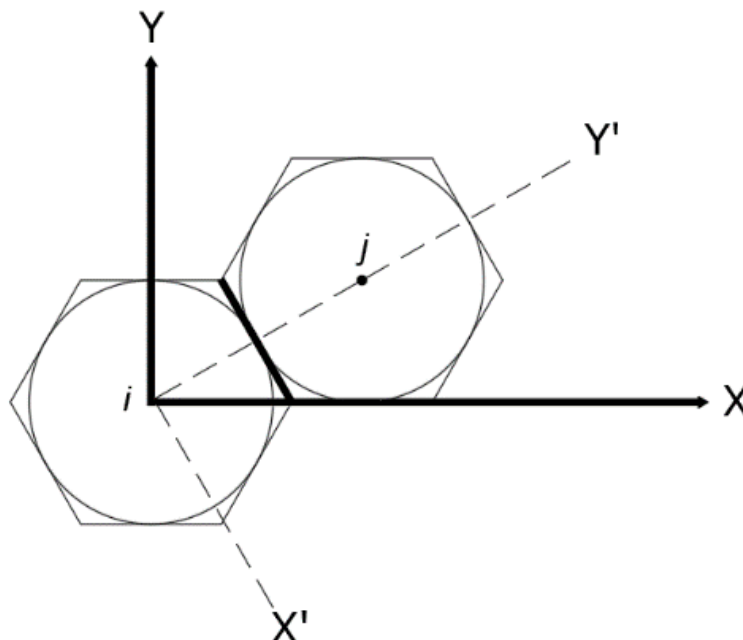


Figura 3. Sistemas de coordenadas originais e após rotação no sentido anti-horário.

Fonte: Adaptado de (Psakhie et al., 2013)

3 MODELOS DE PLASTICIDADE

3.1 Modelo de plasticidade perfeita

Em uma primeira abordagem, foi utilizada uma formulação unidimensional com plasticidade perfeita, descrita por Simo e Hughes (2000), que será aqui resumida.

O modelo é aproximado por uma mola com constante elástica E e um elemento de atrito de Coulomb com constante σ_y , associados em série, como mostra a Figura 4. Assume-se inicialmente que o conjunto dispõe de comprimento e área transversal unitários.

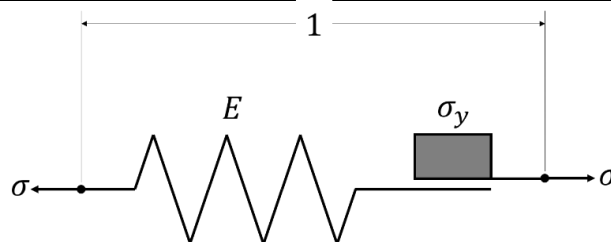


Figura 4. Analogia mecânica de um modelo de plasticidade perfeita unidimensional.

Fonte: Adaptado de (Simo e Hughes, 2000)

Ao ser aplicada uma tensão axial σ , a mola se deforma e reage através de forças restauradoras. Caso σ exceda a constante $\sigma_y > 0$ (chamada de tensão de escoamento), o elemento de atrito trabalha absorvendo toda a deformação causada pelos níveis de tensão maiores que σ_y . Se a tensão σ deixar de ser aplicada, a mola volta a seu estado indeformado, porém o elemento de atrito continua a apresentar a deformação acumulada durante o período em que foi solicitado. À deformação acumulada no elemento de atrito, dá-se o nome de *deformação plástica*, caracterizada por ser irreversível. Já à deformação sofrida pela mola, dá-se o nome de *deformação elástica*, que, por sua vez, é caracterizada como reversível. Sendo assim, tem-se que a deformação total do conjunto é dada pela expressão:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p, \quad (15)$$

onde ε é a deformação total, ε_e é a deformação elástica e ε_p é a deformação plástica.

A partir da Lei de Hooke, sabe-se que a deformação na mola pode ser reescrita pela equação $\sigma = E \varepsilon_e$. Substituindo a Eq. (15) nesta última, tem-se que:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p). \quad (16)$$

Para um modelo de plasticidade perfeita, adota-se que a tensão no elemento de atrito não pode ter valor absoluto maior que σ_y . Isto significa que as tensões admissíveis se encontram no intervalo fechado $[-\sigma_y, \sigma_y]$. Os valores extremos deste intervalo caracterizam uma *superfície de escoamento*, que neste caso se reduz a $-\sigma_y$ e σ_y .

Assim, a *função de escoamento* do conjunto é definida como:

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0. \quad (17)$$

Vale ressaltar que uma mesma função de escoamento é válida para esforços aplicados de tração ou compressão, visto que é utilizado o módulo da tensão aplicada.

A partir da definição do elemento de atrito e de uma análise na Eq. (17), conclui-se que se o valor absoluto de σ for menor que a tensão de escoamento, não haverá alteração na deformação

plástica. De uma outra maneira, $f(\sigma) < 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p = 0$ (onde $\dot{\varepsilon}_p = \frac{d}{dt} \varepsilon_p$), e a resposta à tensão σ aplicada será puramente elástica.

A partir da definição de plasticidade perfeita, sabe-se que $f(\sigma) > 0$ é inadmissível. Assim, só haverá deformação plástica quando $f(\sigma) = 0$. Quando esta condição é atendida, o elemento de atrito sofre deformação no sentido da tensão atuante, seja de tração ou compressão, com taxa de variação constante.

Seja $\gamma \geq 0$ o valor absoluto da taxa de variação de ε_p . O que já foi discutido implica nas seguintes condições:

$$f(\sigma) < 0 \Rightarrow \gamma = 0, \text{ e} \tag{18}$$

$$\gamma > 0 \Rightarrow f(\sigma) = 0. \tag{19}$$

Para que as Eqs. (18) e (19) sejam verdade, é preciso apenas que

$$\gamma f(\sigma) = 0, \tag{20}$$

sendo esta a equação que resume o modelo de plasticidade perfeita, cuja resposta é apresentada na Figura 5.

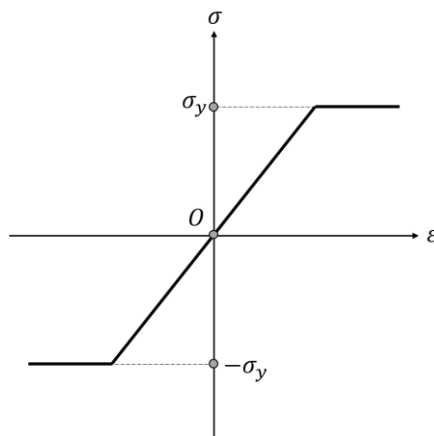


Figura 5. Resposta de um modelo de plasticidade perfeita.

Fonte: Adaptado de (Simo e Hughes, 2000)

3.2 Modelo de plasticidade com encruamento linear isotrópico

Dentro do escopo do projeto de pesquisa, a formulação foi incrementada para abranger um encruamento linear isotrópico. A diferença para o modelo anterior resume-se no fato de que o conjunto das tensões admissíveis varia conforme a quantidade de deformação plástica. Ou seja, tomando como base o modelo de plasticidade perfeita, é como se o módulo da tensão de escoamento do material aumentasse à medida que aumenta o módulo da deformação plástica.

Neste modelo, admite-se que o aumento no conjunto de tensões admissíveis é linear, segundo a função de escoamento

$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - (\sigma_y + K\alpha) \leq 0, \quad \alpha \geq 0. \quad (21)$$

Na Eq. (21), $K \geq 0$ é o módulo plástico e α é um escalar que representa o módulo de deformação plástica acumulada. Caso $K < 0$, estaremos diante de um modelo de plasticidade com amolecimento.

Diante do exposto, as equações apresentadas para o modelo de plasticidade perfeita também valem para esta formulação. Observando que a função de escoamento deste modelo é dada pela Eq. (21), e que a equação que resume este modelo também é função do parâmetro α , temos:

$$\gamma f(\sigma, \alpha) = 0. \quad (22)$$

A resposta do modelo apresentado é apresentada na Figura 6. O algoritmo disposto acima gera uma resposta análoga à da figura a seguir:

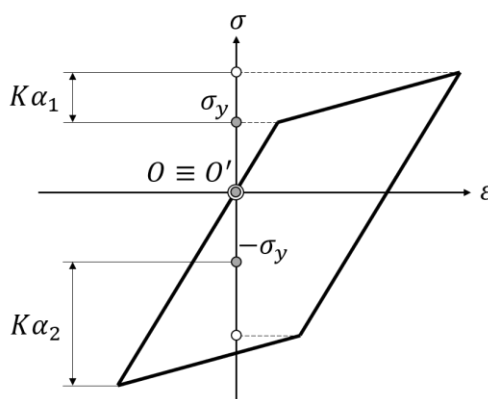


Figura 6. Resposta de um modelo unidimensional de plasticidade com encruamento linear isotrópico.

Fonte: Adaptado de (Simo e Hughes, 2000)

Nota-se na Figura 6 que os centros das superfícies de escoamento inicial (representado por O) e alterada (representado por O') são coincidentes, visto que o modelo é isotrópico.

3.3 Modelo de plasticidade com encruamento linear cinemático

O último modelo implementado foi aquele que trata casos onde há a presença do efeito Bauschinger, caracterizado por um movimento do centro da superfície de escoamento na direção da deformação plástica. Baseado nos modelos anteriores, esta formulação introduz uma variável chamada de *back stress*, que define a posição do centro da superfície de escoamento. Nesta formulação, a função de escoamento é dada por:

$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma - q| - (\sigma_y + K\alpha) \leq 0, \quad (23)$$

onde q é a variável *back stress*. A variação de q com relação ao tempo é definida pela regra de Ziegler (Simo e Hughes, 2000) como:

$$\dot{q} = H\dot{\epsilon}_p := \gamma H \text{sgn}(\sigma - q), \quad (24)$$

onde H é conhecido como o módulo de encruamento cinemático, e $\text{sgn}()$ é a função sinal. Todo o resto da formulação se mantém inalterada com relação aos modelos apresentados anteriormente, com a exceção da equação que resume o modelo, que se torna então:

$$\gamma f(\sigma, q, \alpha) = 0, \quad (25)$$

O pseudocódigo que resume a formulação discutida é apresentado como:

```

algoritmo PlasticidadeEncruamentoCinematico; %utilizando uma
                                         formulacao incremental
inicio
    alteracao na geometria do problema devido a sigma;
    atualizacao de e atraves de relacoes geometricas;
    strial = E * (e - ep);
    f = abs(strial - q) - (sig_y + K * alfa);
    se f >= 0
        dgamma = f / (E + K + H); %dgamma e igual a gamma
                                para um passo de tempo
        sigma = strial - dgamma * E * sgn(strial - q);
        dep = dgamma * sinal(strial - q); %incremento de
                                         deformacao plastica
        ep = ep + dep;
        q = q + dgamma * H * sgn(strial - q);
        alfa = alfa + dgamma;
    fim
fim

```

Pseudocódigo 1. Algoritmo de um modelo de plasticidade com encruamento linear cinemático.

Fonte: Elaborado pelos autores com base na formulação descrita por (Simo e Hughes, 2000)

O Pseudocódigo 1 gera uma resposta análoga à apresentada na Figura 7:

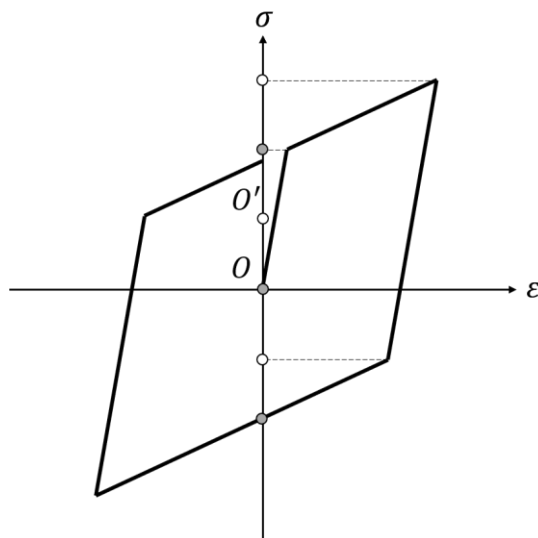


Figura 7. Resposta de um modelo unidimensional de plasticidade com encruamento cinemático linear.

Fonte: Adaptado de (Simo e Hughes, 2000)

onde O é o centro da superfície de escoamento inicial, e O' é o centro da superfície de escoamento alterada. Aqui, ao contrário da Figura 6, percebe-se que o centro O' se encontra deslocado na direção do fluxo plástico inicial, como prevê o efeito Bauschinger.

4 INCORPORAÇÃO DO MODELO DE PLASTICIDADE AO MCA

Partindo da ideia de que, para exemplos teóricos unidimensionais, as conexões entre células no MCA podem ser comparadas a elementos finitos resistentes somente a esforços axiais, a formulação apresentada no Pseudocódigo 1 foi incorporada a uma implementação do MCA realizada pelos autores. Nesta situação, a variável *strial*, que representa a tensão normal naquele passo de tempo, é substituída por uma alteração na Eq. (8), de modo a abranger somente a parcela de deformação elástica, como segue:

$$\sigma_{ij} = 2G_i(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p) + \left[1 - \frac{2G_i}{3K_i}\right] \sigma_{\text{mean}}^i, \quad (26)$$

onde ε_{ij}^p é a parcela de deformação plástica na conexão que une as partículas i e j .

Os três modelos de plasticidade foram incorporados e testados separadamente, utilizando a formulação descrita no Pseudocódigo 1. A partir da calibração dos parâmetros é possível trabalhar com qualquer um dos três modelos utilizando o algoritmo apresentado. Os testes foram realizados utilizando uma coluna de partículas, análoga a uma coluna de material contínuo, conforme a Figura 8.

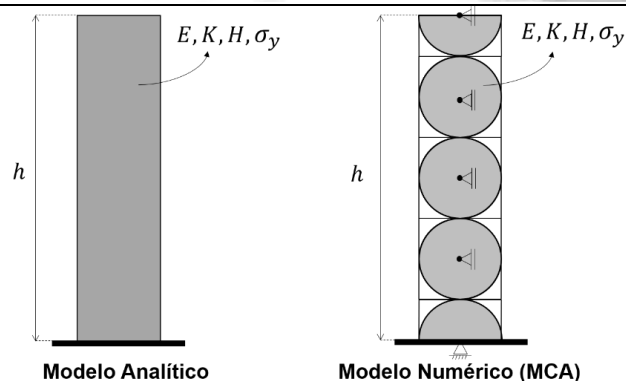


Figura 8. Modelagem de uma coluna de partículas assumida na realização dos testes de verificação.

Fonte: (Autor, 2018)

Ambas as colunas são constituídas do mesmo material, não sofrem o efeito da gravidade e possuem a mesma altura h . A coluna numérica possui cinco partículas, sendo a da base com translação restringida, e a do topo com deslocamento prescrito. O domínio e o volume das partículas do topo e da base também são considerados pela metade para facilitar o processo de aplicação das condições de contorno do problema no centroide dessas partículas.

4.1 Teste de verificação 1

No primeiro teste, a partícula do topo possui deslocamento prescrito partindo da posição inicial até um aumento de 0,5% da altura e em seguida retorna à posição inicial. Essa deformação gera tensões que em determinado momento são maiores que a tensão de escoamento, e dessa forma faz com que seja possível uma variação na deformação plástica. Por apresentar um comportamento elastoplástico, ao retornar à posição inicial, é esperado que o material apresente um nível de tensão diferente de zero, de forma a compensar a deformação plástica acumulada. Neste teste é utilizado o modelo de plasticidade perfeita, sem encruamento.

4.2 Teste de verificação 2

Este teste tem como objetivo avaliar o comportamento do modelo devido ao encruamento, utilizando carregamentos cíclicos, que aumentam a tensão até determinado nível e a reduzem a zero seguidas vezes. O resultado esperado é uma série de curvas ascendentes, que caracterizam regiões de regime elástico e de regime plástico, onde a tensão de escoamento vai aumentando à medida que a deformação aumenta. Utiliza-se o modelo de plasticidade com encruamento linear isotrópico.

4.3 Teste de verificação 3

O último teste busca comparar as formulações de encruamento linear isotrópico e cinemático, apresentando as diferenças entre ambos. Espera-se que a formulação cinemática consiga gerar um gráfico análogo à Figura 7, apresentando a mudança no centro da superfície de escoamento.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Teste de verificação 1

O teste de verificação 1 gerou o resultado apresentado na Figura 9. É possível observar que houve um carregamento de tração que gerou 0,5% de deformação axial, e nesse intervalo o nível de tensão atingiu a tensão de escoamento do material, que entrou no regime plástico.

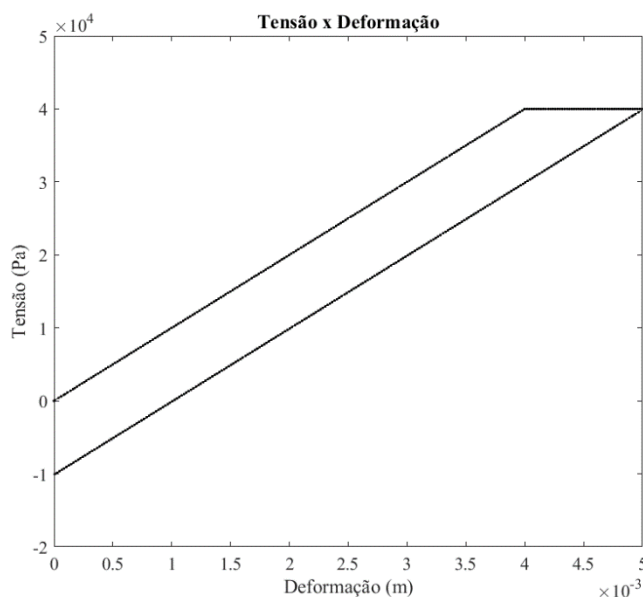


Figura 9. Resultado do teste de verificação 1.

Fonte: (Autor, 2018)

Após atingida a deformação especificada, houve um descarregamento até que o nível de tensão se tornasse nulo, onde, neste momento, a deformação medida é diferente de zero e igual à deformação plástica. Para se restaurar a posição inicial, onde a deformação é nula, houve um aumento do módulo da tensão axial. Isso se deve ao fato que o material adquiriu deformação plástica previamente, e, agora, no regime elástico, reage com forças restauradoras buscando a configuração adquirida no fim do regime plástico.

O teste apresentou resultados satisfatórios, como se pode avaliar os erros percentuais máximos na Tabela 1:

Tabela 1. Erros percentuais máximos do teste de verificação 1.

Parâmetro	Conexões	Partículas
Tensão	0,00157034 %	0,00205955 %
Deformação	0,30550060 %	0,23625278 %

5.2 Teste de verificação 2

O segundo teste de verificação gerou o resultado da Figura 10.

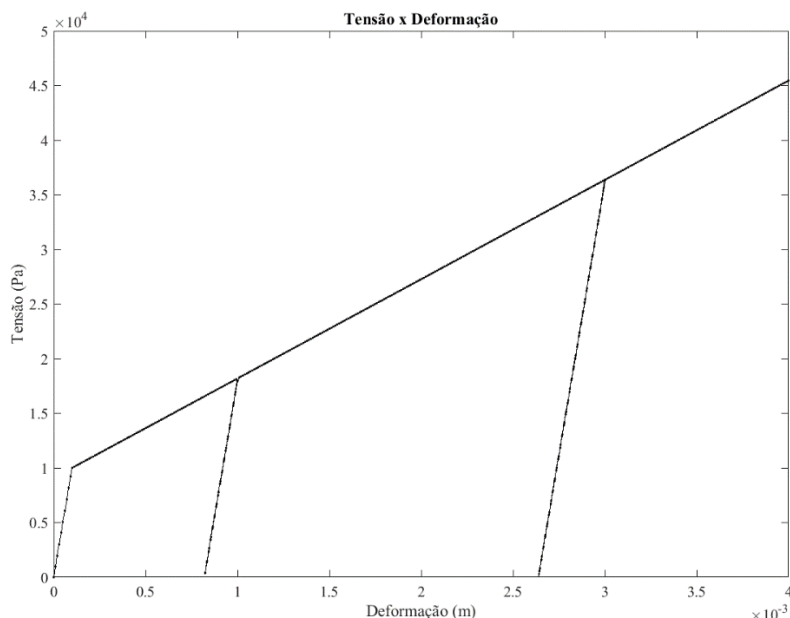


Figura 10. Resultado do teste de verificação 2.

Fonte: (Autor, 2018)

Aqui, o resultado é mais qualitativo do que quantitativo. Pode-se notar a inclinação das retas no regime elástico sendo sempre a mesma, seja para os estados de carregamento ou descarregamento (que estão sobrepostos). Também se nota a variação na inclinação da reta, ao considerar o encruamento linear isotrópico. Os parâmetros utilizados para essa simulação foram:

Tabela 2. Parâmetros mecânicos da simulação que gerou a Figura 6.

Módulo de Elasticidade (E)	Módulo Plástico (K)
100 MPa	10 MPa

A partir dos parâmetros utilizados, pode-se notar que as inclinações das retas condizem com os valores especificados.

5.3 Teste de verificação 3

O último teste avaliou a diferença nos modelos de plasticidade linear isotrópico e cinemático, cujo resultado está disposto na Figura 11:

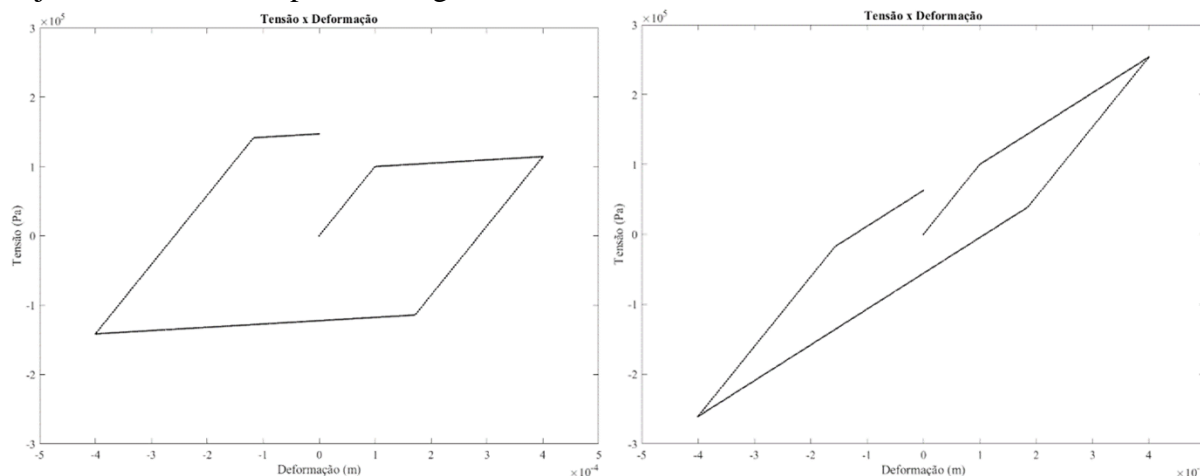


Figura 11. À esquerda: modelo elastoplástico com encruamento linear isotrópico. À direita: modelo elastoplástico com encruamento linear cinemático.

Fonte: (Autor, 2018)

No modelo à esquerda, vê-se um aumento contínuo no módulo da tensão de escoamento, cada vez que o material plastifica por tração ou compressão. No modelo à direita, entretanto, não se observa o mesmo comportamento. Na realidade, o modelo cinemático está mostrando um comportamento conhecido como efeito Bauschinger, onde o material que já plastificou torna-se mais “fraco” e plastifica mais cedo na direção oposta. Também é possível observar o deslocamento do centro da superfície de escoamento, como havíamos previsto, de acordo com a Figura 7. Os parâmetros utilizados para geração da Figura 11 foram:

Tabela 3. Parâmetros mecânicos da simulação que gerou a Figura 11.

	M. de Young (E)	M. Plástico (K)	Tensão de Esc. (σ_y)	Mód. Enc. Cin. (H)
Isotrópico	1 GPa	50 MPa	0,1 MPa	0
Cinemático	1 GPa	50 MPa	0,1 MPa	1 GPa

6 CONCLUSÃO

O estudo realizado utilizando o Método dos Autômatos Celulares Móveis e modelos de plasticidade unidimensionais se mostrou bastante satisfatório no que se trata da qualidade dos resultados obtidos, indicando que o MCA reproduz de maneira satisfatória os efeitos elastoplásticos propostos, e consequentemente apontando uma compatibilidade entre as formulações. Por reproduzir de maneira satisfatória o comportamento elastoplástico unidimensional, acredita-se que o MCA também seja capaz de simular este comportamento em



mais dimensões, utilizando modelos elastoplásticos bidimensionais. Esses estudos já estão sendo feitos e serão apresentados no futuro.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à PETROBRAS pelo apoio financeiro referente ao termo de cooperação 5850.0103315.17.9 e ao CENPES pela parceria de desenvolvimento.

REFERÊNCIAS

- Psakhie, S., Horie, Y., Korostelev, S., Smolin, A., Dmitriev, A., Shilko, E., Alekseev, S., 1995. Method of movable cellular automata as a tool for simulation within the framework of mesomechanics. *Russian Physics Journal*. 38: p. 1157–1168.
- Salman, N., Wilson, M., Neville, A., Smolin, A., 2017. Implementation of MCA in the framework of LIGGGHTS. In *5th International Conference on Particle-Based Methods-Fundamentals and Applications (PARTICLES 2017)*. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), p. 767-777.
- Dmitriev, A., Kuznetsov, V., 2015. Modeling of Nanostructuring Burnishing. *Materials Science and Energy Engineering (CMSEE 2014)*. WORLD SCIENTIFIC. p. 21–26.
- Psakhie, S., Shilko, E., Smolin, A., Astafurov, S., Ovcharenko, V., 2013. Development of a formalism of movable cellular automaton method for numerical modeling of fracture of heterogeneous elastic-plastic materials. *Frattura ed Integrità Strutturale*, v. 7, n. 24, p. 26-59.
- Simo, J., Hughes, T., 2000. Computational Inelasticity. Springer-Verlag New York Inc. Volume 7: p. 1–19.
- Mase, G., Mase, G., 1999. Continuum mechanics for engineers. 2ª Edição. CRC Press. Capítulo 6: *Linear Elasticity*.