

CORRELAÇÃO NUMÉRICO – EXPERIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO DE VEÍCULO DE PASSAGEIROS COMPLETO PARA APLICAÇÃO EM ESTUDOS DE DINÂMICA VEICULAR VERTICAL

Numeric-experimental correlation of a full passenger car mathematical model for application in vertical vehicle dynamics studies

Adriano Nicholls Couto (1); Janes Landre Júnior (2); Pedro Henrique de Castro e Aquino (3)

(1) Mestre em Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

(2) Dr. Prof., Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

(3) Mestre em Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

E-mail para Correspondência: adrianonicholls@hotmail.com; (P)

Resumo: Este trabalho apresenta a modelagem matemática, implementação numérica e correlação numérico-experimental de um modelo de veículo de passageiros completo que possui 13 graus de liberdade, incluindo o motor e o sistema de suspensão motopropulsora, para aplicação em estudos de dinâmica veicular vertical e *ride comfort*. Foi desenvolvida no software MATLAB® uma rotina computacional capaz de obter a solução, utilizando-se o método de Runge-Kutta-Felhberg, das equações diferenciais que definem o sistema, permitindo desta forma obter os sinais de deslocamento, velocidade e aceleração das várias partes que compõem o modelo matemático do veículo completo quando este trafega por um perfil de pista irregular. Em um veículo de referência foram adquiridos sinais de aceleração, na direção vertical, no centro das rodas, topo dos amortecedores no ponto de ataque na carroceria, coxins motor, trilho do banco e no assoalho. Os resultados obtidos do modelo matemático foram confrontados com os resultados experimentais e os ajustes necessários foram feitos no modelo de veículo completo para que houvesse uma correlação em termos de frequências e amplitude dos sinais de aceleração.

Palavras chaves: *Modelo matemático de Veículo Completo, Ride Comfort, Correlação numérico-experimental, Dinâmica Veicular Vertical*

Abstract: This paper presents the mathematical modelling, numeric implementation and numeric-experimental correlation of a full passenger vehicle model that has 13 degrees of freedom, including the powertrain model and their suspension system for application in studies of vertical vehicle dynamics and ride comfort. Was developed a routine in MATLAB® software capable of obtaining the solution of the differential equations system using the Runge-Kutta-Felhberg method to obtain the displacement, velocity and acceleration of each part which compose the full vehicle mathematical model when it travels through an irregular



road profile. Signal of acceleration were acquired in a reference vehicle, only in vertical direction, in the wheels center, damper top mounts where this is attached to the vehicle body, engine mounts, seat rail and on the floor. The results obtained from the mathematical model were compared with the experimental results and the necessary adjustments were made in the full vehicle model so that there was a correlation in terms of frequencies and amplitude of the acceleration signals.

Keywords: *Full vehicle mathematical model, Ride Comfort, Numeric-experimental correlation, Vertical vehicle dynamics.*



1 INTRODUÇÃO

Os processos na indústria automotiva evoluíram e estão evoluindo muito rapidamente em termos tecnológicos, e, muito dessa evolução se deve à virtualização de seus processos e projetos que possibilitam redução de custos e tempo do projeto. Com isso, engenheiros no momento da concepção de vários componentes do veículo utilizam da modelagem matemática para verificação e pesquisa do comportamento destes dispositivos de acordo com as solicitações a que eles serão submetidos na prática.

O objetivo deste artigo é apresentar o um modelo de veículo completo desenvolvido usando o método de múltiplos corpos em MATLAB e a validação deste a partir dos dados de um veículo físico de referência, através de análise do espectro de amplitude no domínio da frequência, de forma, que se tenha um modelo confiável e robusto, e, também de fácil manipulação e rápida execução.

O veículo ao trafegar em perfil de pista irregular está sujeito a vibrações em sua estrutura que possuem um largo espectro de frequências. Essas vibrações são transmitidas até ao condutor e passageiros e provocam reações variadas nos mesmos e afetam sua percepção de conforto. É importante então ajustar os parâmetros de suspensão veículo, como molas e amortecedores, e suspensão motopropulsora onde se encaixam os coxins do motor que sustentam o mesmo em seu habitáculo.

As análises de avaliação de qualidade de conforto se atêm apenas à faixa de frequências que varia entre 0,5 e 100 Hz. É comumente dividida em *Ride Comfort* e *Harshness*, sendo que o *Ride Comfort* compreende apenas a faixa entre 0,5 e 25 Hz, onde se encontram os modos de vibrar de corpo rígido do chassi do veículo, do conjunto motopropulsor, do conjunto de suspensão veículo e do sistema de exaustão. Segundo Wong (2001) o termo *Ride Comfort* é utilizado para análises que buscam entender e mensurar a sensação de conforto percebido pelo passageiro em relação ao deslocamento de um veículo sobre um pavimento irregular. Na faixa de frequências onde é feita as análises de *Ride Comfort* é onde o corpo humano é mais sensível à vibração a que está submetido e está mais passível a sentir enjoos e até mesmo perdas de performance motora.

Segundo Marjanen (2010) a percepção humana de conforto depende fortemente da frequência e magnitude da vibração a que está submetido, e, também é não linear e varia significativamente de acordo com as condições de contorno avaliadas. De acordo com Stone e Ball (2004) e Park e Subramaniyam (2013) além das características construtivas dos sistemas do veículo as condições fisiológicas e psicológicas do ser humano têm forte influenciaram em sua percepção em relação ao conforto, e, por ser uma questão subjetiva, varia de indivíduo para indivíduo, mesmo que a vibração de entrada seja exatamente igual para cada um deles. Dessa forma, é possível perceber que as análises de *Ride Comfort* possuem considerável nível de complexidade pois tratam com a subjetividade da resposta humana às vibrações.



Cui e Kurfess (2010) implementaram um modelo *half car* com quatro graus de liberdade. O objetivo do trabalho foi verificar qual dos parâmetros da massa suspensa e da massa não suspensa, rigidez e amortecimento das suspensões veículo e rigidez do pneu interferem de maneira significativa no comportamento dinâmico em face de perfis de rugosidade de pista diferentes como entrada do modelo para estimar os parâmetros do mesmo. A análise do modelo para diferentes perfis de pista mostrou que os parâmetros de amortecimento da suspensão, a rigidez do pneu e o valor da massa não suspensa fizeram com que os resultados numéricos tivessem melhor aproximação com os dados experimentais de referência.

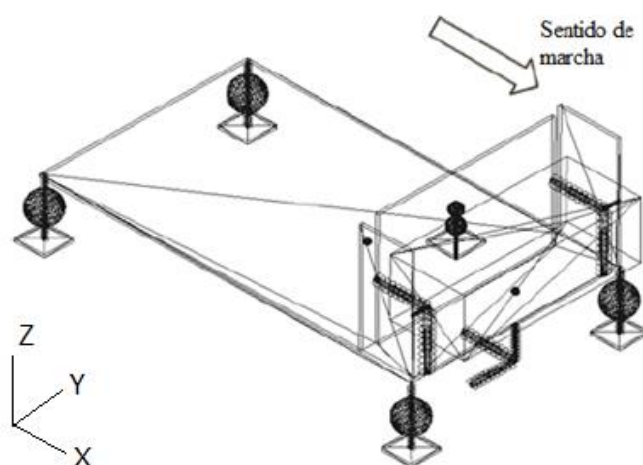
Patrício (2005) desenvolveu um modelo veicular tridimensional de 7 graus de liberdade relativos aos movimentos verticais das rodas e os modos de *bounce*, *Pitch* e *roll* da carroceria. Uma das características que distinguem este trabalho é a possibilidade de se variar os parâmetros dimensionais do veículo, bem como seus valores de rigidez e amortecimento, permitindo assim que este modelo possa ser usado em análises de *Ride comfort* e *handling*. As equações dinâmicas dos componentes do modelo foram obtidas através do equilíbrio de d'Alembert, que se mostrou uma ferramenta adequada para a proposta do trabalho e que fornecia ao projetista um melhor entendimento físico do problema proposto. A implementação numérica foi realizada no *software* MATLAB® e foi utilizada a função *ode45* para obter a resposta dinâmica do modelo. Os resultados obtidos mostraram-se coerentes com as respostas previstas na literatura.

Bouazara e Richard (2001) desenvolveram um modelo veicular tridimensional de 8 graus de liberdade como ferramenta para analisar a influência das vibrações na sensação de conforto do motorista e o comportamento do veículo ao trafegar por estradas rodoviárias. Para tal, variaram-se os parâmetros relativos ao sistema de suspensão, condições da pista e posição do banco. O modelo proposto leva em consideração os movimentos verticais das rodas e da massa suspensa, bem como, os movimentos de *roll* e *pitch* desta última, além do movimento vertical do banco. Os autores também utilizaram sistemas de suspensão ativos, semi-ativos e passivos. As equações dinâmicas que governam o sistema foram obtidas através das equações de Newton-Euler. Os parâmetros do modelo foram então otimizados levando-se em consideração o conforto do motorista e o comportamento dinâmico do veículo em tráfego e verificou-se que as suspensões ativas e semi-ativas melhoram a percepção de conforto entre 30 a 50%, no entanto, observaram que o nível de aceleração angular de *pitch* permaneceu no mesmo nível para os três tipos de suspensão devido à consideração proposta para o contato do pneu com o pavimento. De acordo, com os autores estes resultados não demonstram conclusivamente a capacidade do modelo em reduzir os níveis de vibrações causadas pelas irregularidades do perfil de pista.

2 METODOLOGIA

O modelo veicular considerado neste trabalho foi adaptado do modelo proposto por Couto (2014) e possui 13 graus de liberdade que representam, respectivamente, os movimentos das massas não suspensas, massa suspensa e motor. A Figura 1 mostra o modelo veicular proposto por Couto (2014).

Figura 1. Modelo de veículo completo proposto por Couto (2014)



Fonte: Adaptado de Couto (2014)

O modelo proposto por Couto (2014) faz as seguintes considerações de modo a simplificar a modelagem do sistema, a saber:

- O contato entre pneu e o solo é permanente.
- O pneu é infinitamente rígido.
- O movimento de guinada da massa suspensa e os movimentos longitudinal e transversal das massas não suspensas não são considerados.

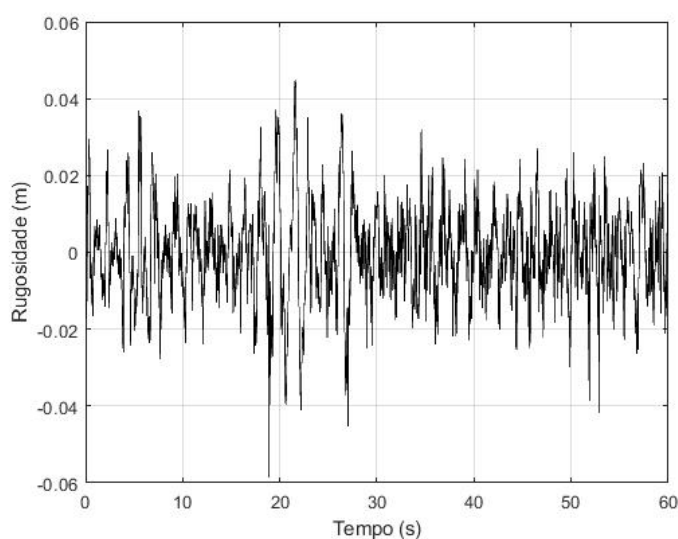
d) As propriedades visco-elásticas dos componentes da suspensão são representadas por um conjunto mola-amortecedor, perpendiculares à direção longitudinal do veículo, não sendo levado em consideração o efeito das buchas de fixação e nem os ângulos de ataque da suspensão à carroceria.

e) A massa de cada componente do modelo está concentrada em seus respectivos centros de gravidade.

f) Os coxins do motor foram modelados como uma rigidez elástica translacional linear em cada direção do sistema global do modelo. A rigidez e amortecimento da suspensão foram modelados como um sistema massa-mola na direção vertical e cujo valor é único e independente da variação de deslocamento e velocidade das rodas.

A fonte excitadora do veículo é o perfil de rugosidade da pista. O pneu é modelado como mola de rigidez muito alta, e, a receber a variação da rugosidade da pista gera uma força que é transmitida para a massa não suspensa até transmitir as vibrações para o trilho do banco. Neste trabalho foi utilizado um perfil de rugosidade que representa um trecho asfaltado em más condições de uso. A variação da rugosidade do perfil de pista em função do tempo é mostrada na Figura 2.

Figura 2 – Variação do perfil de rugosidade da pista



Fonte: Elaborado pelos autores

O desenvolvimento das equações diferenciais do modelo de veículo completo e os tensores massa, rigidez e amortecimento utilizam a formulação do equilíbrio de D'Alembert ou também conhecido como Princípio de D'Alembert. A equação do movimento, para um sistema amortecido e forçado, em sua forma matricial é apresentada na Eq. 1.

$$[M]\ddot{\mathbf{x}}(t)+[C]\dot{\mathbf{x}}(t)+[K]\mathbf{x}(t)=\mathbf{B}\mathbf{F}(t) \quad (1)$$

Onde $[M]$ é o tensor massa, $[C]$ é o tensor amortecimento, $[K]$ é o tensor rigidez e $\mathbf{F}(t)$ é vetor que carrega as forças externas atuantes sobre o sistema. O vetor \mathbf{B} indica se sobre o i -ésimo grau de liberdade do modelo atua uma força $F_i(t)$, isto é, os valores de seus elementos podem assumir apenas os valores 0 ou 1, indicando respectivamente, se existe ou não uma força atuante sobre o respectivo grau de liberdade. Para as análises propostas as forças de entrada estão nos graus de liberdade correspondentes ao movimento vertical das massas não suspensas.

A solução das equações diferenciais é obtida através da função ode45, presente no software MATLAB®. A função ode45 utiliza o método de Runge-Kutta-Fehlberg de quarta e quinta ordem com o par de Dormand-Price que possibilita o uso de um

passo h variável, sendo este um método explícito para resolução de equações ordinárias, e, estima o valor da variável de saída, conforme as Eqs. 2 e 3.

$$y_{i+1} = y_i + h \left(\frac{35}{384} K_1 + \frac{500}{1113} K_3 + \frac{125}{192} K_4 - \frac{2187}{6784} K_5 + \frac{11}{84} K_6 \right) \quad (2)$$

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + h \left(\frac{5179}{57600} K_1 + \frac{7571}{16695} K_3 + \frac{393}{640} K_4 - \frac{92099}{339200} K_5 + \frac{187}{2100} K_6 + \frac{1}{40} K_7 \right) \quad (3)$$

A Eq. 3 é de maior ordem do que a Eq. 2, possibilitando o cálculo de um erro E , conforme a Eq. 4, cuja minimização permite obter resultados mais precisos.

$$E = \hat{y}_{i+1} - y_{i+1} = h \left(\frac{71}{57600} K_1 - \frac{1}{40} K_2 - \frac{71}{16695} K_3 + \frac{71}{1920} K_4 - \frac{17253}{339200} K_5 + \frac{22}{525} K_6 \right) \quad (4)$$

A função *ode45* exige que o sistema de equações analisado seja composto de equações diferenciais de 1ª ordem, o que é obtido utilizando o método de espaço de estados no sistema de equações mostrado na Eq. 1. Além disso, um vetor contendo as condições iniciais do sistema e outro contendo o tempo inicial e final da simulação completa o conjunto de parâmetros de entrada da função.

A partir dos sinais de aceleração obtidos dos resultados da função *ode45*, através da análise do espectro de amplitudes, os resultados numéricos são comparados com os sinais experimentais. A análise do espectro de amplitude é útil para comparar os níveis de aceleração no domínio da frequência, e, desta forma é possível entender o comportamento dinâmico do sistema ao longo do espectro de frequências.

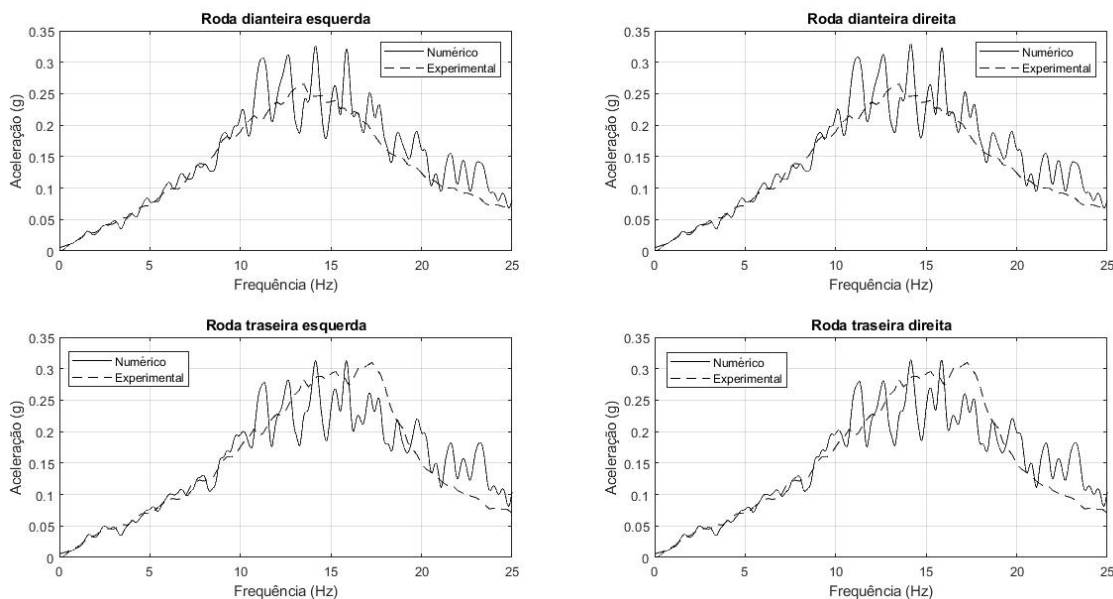
A análise do espectro de amplitudes é feita utilizando o método de Welch, cuja função no MATLAB® chama-se *pwelch*. O método de Welch é um estimador do espectro de potência de um sinal estocástico e estacionário que consiste em calcular médias de periodogramas para vários segmentos de um mesmo sinal temporal utilizando janelamento não retangular, também chamado de periodograma modificado. Este método tem como vantagem diminuir a variância da estimativa do espectro de potência em comparação a uma análise utilizando apenas uma única estimativa de um periodograma, porém, ao dividir o sinal temporal em vários segmentos e utilizar janelamento não retangular em cada destes segmentos pode reduzir a resolução do estimador.

3 RESULTADOS

A Figura 3 apresenta o sinal de aceleração medida no centro de cada roda. Este conjunto representa a massa não suspensa do veículo que corresponde ao conjunto

pneu-roda e alguns componentes de suspensão. Os modos de vibrar de corpo rígido da massa não suspensa em geral se situam principalmente na faixa de 10 a 20 Hz.

Figura 3. Aceleração no centro das rodas

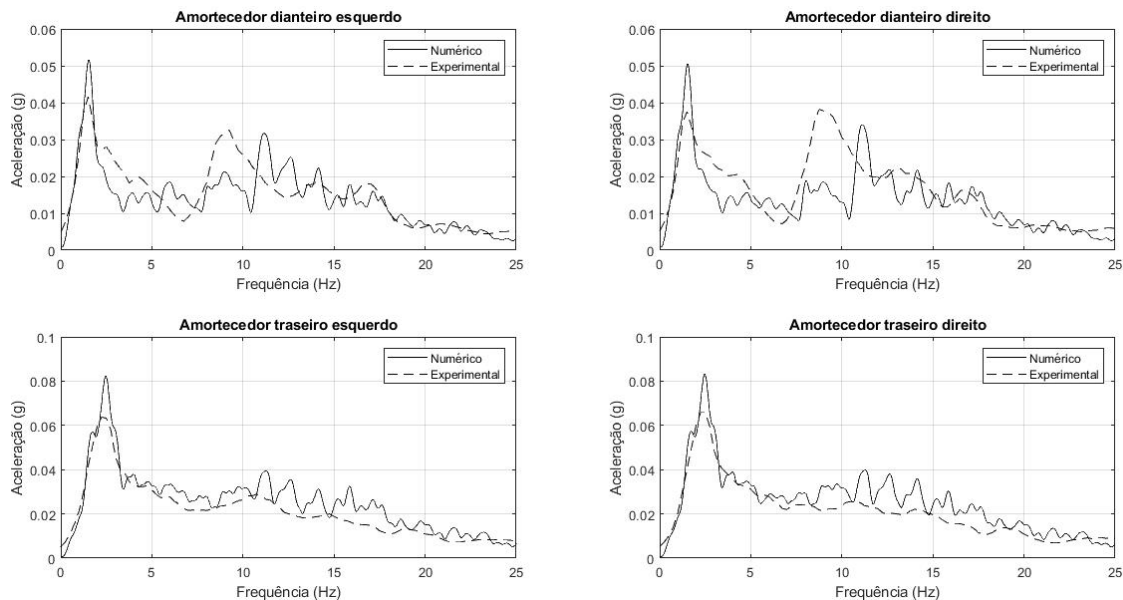


Fonte: Elaborado pelos autores

Na Figura 3 é possível verificar que há um aumento de energia nesta faixa de frequência no sinal experimental e que os resultados numéricos apresentam a mesma tendência. Em termos de amplitude de aceleração nas rodas dianteiras o sinal numérico se adequa melhor ao sinal experimental do que as rodas traseiras

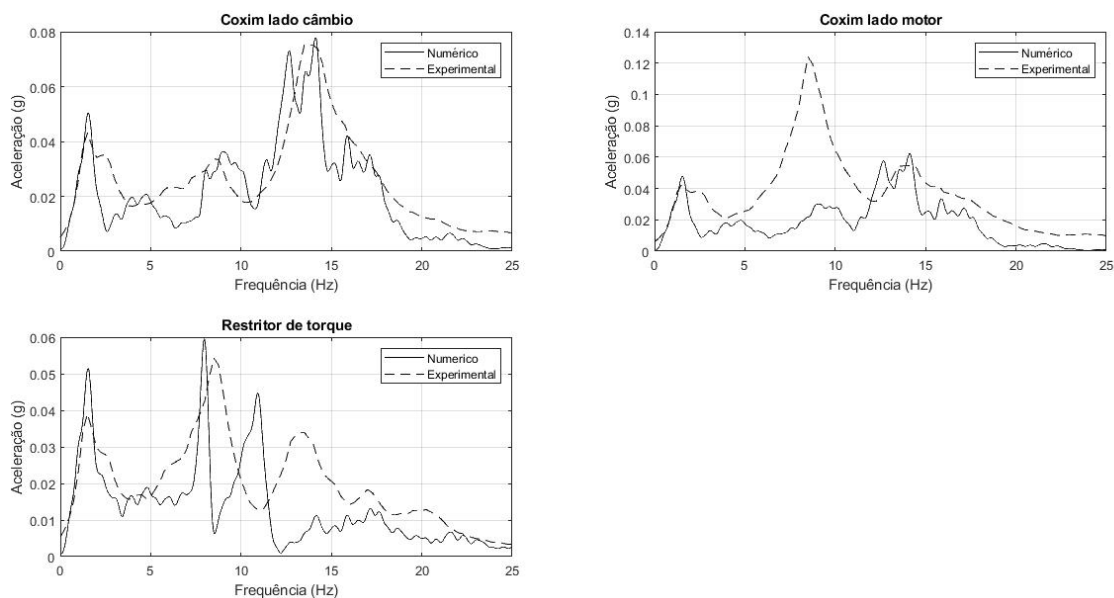
A Figura 4 apresenta o sinal de aceleração medido na parte superior dos amortecedores, onde os mesmos se conectam à carroceria. É possível verificar uma boa correlação nos sinais de aceleração nos amortecedores traseiros, havendo apenas certa diferença na amplitude dos sinais, que pode ser causada pela variação dos valores de momentos de inércia do modelo matemático para o modelo físico do veículo. Nos amortecedores dianteiros é perceptível uma diferença de amplitude na faixa de frequências entre 7 e 10 Hz. Avaliando o sinal de aceleração no coxim lado motor, apresentado na Figura 4, verifica-se que na mesma faixa de frequências há uma notável diferença na amplitude de aceleração, que pode então afetar a movimentação da massa suspensa nestas frequências.

Figura 4. Aceleração no ponto superior dos amortecedores



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 5. Aceleração nos coxins do motor



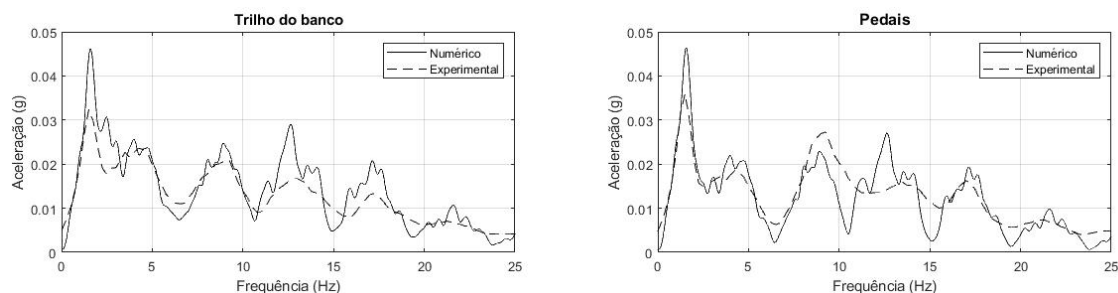
Fonte: Elaborado pelos autores

A Figura 5 apresenta os sinais de aceleração medidos nos coxins lado câmbio, lado motor e restritor de torque respectivamente. O sinal de aceleração do coxim lado câmbio apresentou melhor correlação em termos de pico de frequência. O coxim lado motor não apresentou no sinal numérico uma boa correlação. Essa diferença está relacionado ao fato deste coxim ser hidráulico, e, pelo fato do

modelo matemático aqui apresentado não levar em consideração as propriedades dinâmicas do elemento hidráulico do coxim explica a inexistência do pico de aceleração próximo de 8 Hz.

O sinal de aceleração do restritor de torque não apresentou boa correlação na faixa de frequências entre 5 e 20 Hz, pelo fato, do restritor de torque estar mais próximo do coxim lado motor, e, como mostrado anteriormente o modelo dos coxins não considera as propriedades dinâmica do elemento “hidráulico” dos coxins. Outro ponto que pode causar esta diferença são as propriedades inerciais do motor não estarem corretamente calculadas, afetando assim, a resposta dinâmica do mesmo.

Figura 6. Aceleração no trilho do banco e na região dos pedais



Fonte: Elaborado pelos autores

A Figura 6 apresenta os sinais de aceleração medidos no trilho do banco e na região do assoalho próximo aos pedais. É possível verificar que o sinal de aceleração numérico acompanha os mesmos picos de frequência do sinal experimental, porém, diferem em termos amplitude. A causa dessa diferença pode estar no cálculo dos momentos de inércia da massa suspensa e variações de posicionamento dos acelerômetros em relação à distância entre eixos do veículo.

A Tabela 1 apresenta os valores RMS dos sinais de aceleração em cada ponto de medição no veículo e os respectivos erros relativos percentuais entre os dados experimentais e os dados numéricos. Com exceção do motor, nos demais pontos de medição o erro relativo é menor do que 20 %. No caso da massa não suspensa dianteira a piora no nível de correlação é causada pela baixa correlação dos níveis de aceleração nos coxins motor. Como mencionado anteriormente, o fato de não ter sido modelado a dinâmica de um coxim hidráulico contribui para tal efeito, e, por consequência o comportamento dinâmico da porção frontal do veículo é impactado negativamente, piorando o nível de correlação nas rodas dianteiras e nos pontos de ataque da suspensão dianteira.

A massa não suspensa traseira apresenta melhor correlação, porém, no ataque da suspensão traseira na massa suspensa há uma piora no nível de correlação. Pelo fato de não haver a modelagem de componentes elastoméricos como as buchas que impactam no valor de rigidez do sistema não é possível prever certos comportamentos dinâmicos causados pela ação destes sistemas.

Tabela 1 – Valores de aceleração RMS e Erro Relativo Percentual

Ponto de medição	Aceleração RMS – Experimental (g)	Aceleração RMS – Numérico (g)	Erro Relativo percentual (%)
Roda dianteira esquerda	1,594	1,816	13,927
Roda dianteira direita	1,594	1,819	14,115
Roda traseira esquerda	1,793	1,898	5,856
Roda traseira direita	1,793	1,899	5,582
Amortecedor dianteiro esquerdo	0,181	0,170	6,077
Amortecedor dianteiro direito	0,194	0,164	15,464
Amortecedor traseiro esquerdo	0,254	0,302	18,898
Amortecedor traseiro direito	0,259	0,305	17,761
Coxim lado câmbio	0,486	0,288	40,741
Coxim lado motor	0,979	0,237	75,792
Restritor de torque	0,506	0,183	63,834
Trilho do Banco	0,149	0,176	18,121
Assoalho	0,153	0,156	1,961

Fonte: Elaborado pelos autores

Os níveis de aceleração obtidos no trilho do banco e no assoalho tiveram boa correlação. Isto é importante, pois, estes pontos são essenciais na avaliação de conforto percebido, pois, é por onde as vibrações são transmitidas do veículo e do motor para o condutor.

4 CONCLUSÕES

Foi apresentado um modelo matemático de um veículo completo modelado pelo método de multicorpos através do software MATLAB® e a posterior validação deste modelo com base em dados de aceleração medidos em um veículo de referência.

O valor RMS dos sinais de aceleração obtidos numericamente atingira um erro máximo de 18% nas massas não suspensas, pontos de ataque dos amortecedores na



massa suspensa, no trilho do banco e no assolho, na região próxima aos pedais. A modelagem do motor se mostrou deficitária devido ao baixo nível de correlação, porém, devido às simplificações admitidas durante a modelagem.

Na análise do espectro de amplitude pode-se perceber visualmente uma boa correlação com os sinais experimentais, e, que os picos de energia em determinadas faixas de frequências estão bem próximos aos dados do veículo físico. Em termos de amplitude verificou-se algumas diferenças, principalmente nos coxins motor.

O processo de simulação utilizando este modelo, contabilizando as rotinas para cálculos de deslocamentos, velocidades e acelerações, em conjunto, com as rotinas para tratamento dos sinais de aceleração no domínio da frequência teve um tempo de duração total de aproximadamente 17 minutos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES pelo fomento à pesquisa e à PUC Minas pela disponibilização das ferramentas necessárias para a execução do trabalho.

REFERÊNCIAS

Bouazara, Mohamed, Richard, Marc J.. An optimization method designed to improve 3-D vehicle comfort and road holding capability through the use of active and semi-active suspensions. *European Journal of Mechanics*, V. 20, 2001, p. 509-520.

Couto, A. N.. Desenvolvimento matemático e implementação numérica de um modelo *full car*, incluindo banco, motorista e motopropulsor, para análise da dinâmica vertical de um veículo. 2014. 223 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Belo Horizonte.

Cui, Y., Kurfess, T. R.. Influence of Parameter Variations for System Identification of Pitch-Heave Car Model. *International Conference on Computer Engineering and Technology*, v. 5, 2010, p. 600-604.

Marjanen, Y.. Validation and Improvement of the ISO 2631-1 (1997) standard method for evaluating discomfort from whole-body vibration in a multi-axis environment. 2010. 283f. *Tese de doutorado*. Loughborough University, Reino Unido.

Park, S. J., Subramaniam, M.. Evaluating Methods of Vibration Exposure and Ride Comfort in Car. *Journal of the Ergonomics Society of Korea*, 2013, v. 32, n. 4, p. 381 a 387.

Patrício, L. F. S.. Desenvolvimento matemático e implementação numérica de um modelo tridimensional para a determinação das respostas dinâmicas de um veículo automotor. 2005. 164 f. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Belo Horizonte.



Stone, Richard; Ball, Jeffrey K.. Automotive Engineering Fundamentals. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2004, 629 p.

Wong, J. Y.. Theory of ground vehicles. 3 ed, Danvers: John Wiley and Sons, 2001, 528 p.