

ÁREA TEMÁTICA: OPERAÇÕES E LOGÍSTICA

**A UTILIZAÇÃO DO PROBLEMA DO CAMINHO MAIS CURTO PARA APOIO NA
TOMADA DE DECISÃO: ESTUDO DE CASO EM UMA DISTRIBUIDORA.**

RESUMO

Este estudo analisa a aplicação de modelos matemáticos e métodos da Pesquisa Operacional para auxiliar na tomada de decisão de uma distribuidora. A tomada de decisão, primordial para gestores de diferentes tipos de empresas, exige fundamentação em dados sólidos para mitigar riscos. Dada a complexidade de considerar múltiplos critérios, métodos da Pesquisa Operacional surgem como ferramentas indispensáveis. O estudo concentra-se em uma distribuidora que busca otimizar sua entrega de mercadorias para satisfazer os clientes de forma eficaz e econômica. O Problema do Caminho Mais Curto, um método da Pesquisa Operacional, é empregado para encontrar a rota mais curta entre a distribuidora e o cliente. A metodologia usada é quantitativa e exploratória, com coleta de dados da empresa. Este estudo destaca a relevância da análise sistemática desses métodos para obtenção de vantagem competitiva. Como resultado, identifica-se uma rota de entrega minimizada. Este trabalho contribui para a compreensão e adoção do método do Caminho Mais Curto como boa prática na tomada de decisão de empresas de pequeno e médio porte, por isso, vale ressaltar que a implementação dos métodos foi realizada por meio da ferramenta Solver, integrada ao *software* MS Excel. Esse fato destaca que a adoção desses e outros métodos da PO pode ser feita de forma econômica e que se torna viável para empresas de todos os portes. Essa abordagem otimiza a roteirização das entregas, reduzindo distâncias, custos e tempo.

Palavras-chave: Problema do Caminho Mais Curto. Tomada de Decisão. Pesquisa Operacional. Logística de distribuição.

ABSTRACT

This study examines the application of mathematical models and Operations Research methods to assist in decision-making for a distribution company. Decision-making, crucial for managers across various types of businesses, necessitates a foundation in solid data to mitigate risks. Given the complexity of considering multiple criteria, Operational Research methods emerge as indispensable tools. The study focuses on a distribution company aiming to optimize its merchandise delivery to effectively and economically satisfy customers. The Shortest Path Routing Problem, an Operational Research method, is employed to find the shortest route between the distributor and the customer. The methodologies used are quantitative and exploratory, gathering data collection from the company. This study emphasizes the significance of systematic analysis of these methods in achieving a competitive advantage. As a result, a minimized delivery route is identified. This work contributes to the understanding and adoption of the Shortest Path Routing method as a best practice in the decision-making processes of small and medium-sized enterprises. It is noteworthy that the implementation of these methods was carried out using the Solver tool integrated with MS Excel. This fact underscores that the adoption of these and other Operational Research methods can be cost-effective and viable for companies of all sizes. This approach optimizes delivery route planning, reducing distances, costs, and time.

Keywords: Shortest Path Routing Problem. Decision-making. Operational Research. Distribution Logistics.

1. INTRODUÇÃO

Uma organização ou um indivíduo costuma, ao longo da sua vida, passar por diversos processos de tomada de decisão. Processo este que, segundo Gomes e Gomes (2019), acontece sempre que se está diante de uma situação que possui mais de uma alternativa e que se deve escolher dentre elas qual é a mais adequada.

Mas tomar boas decisões raramente é uma tarefa fácil. Os problemas enfrentados pelos tomadores de decisão no ambiente comercial competitivo, de ritmo frenético e com uso intenso de dados de hoje, são geralmente de extrema complexidade e podem ser resolvidos por vários cursos de ação possíveis. A avaliação dessas alternativas e a escolha do melhor curso de ação representam a essência da tomada de decisão (Ragsdale, Cliff T., 2019, p. 1).

Thomas L. Saaty discute em seu artigo intitulado “*Why the Magic Number Seven Plus or Minus Two*” (2003) que o desempenho cognitivo humano é intrinsicamente limitado, restringindo a mente a processar apenas uma quantidade limitada e específica de informações de cada vez. Neste contexto, a Pesquisa Operacional (PO), por meio de seus métodos e ferramentas, auxilia no processo de tomada de decisão em ambientes altamente complexos, nos quais a capacidade cognitiva do ser humano se mostra insuficiente para avaliar todas as alternativas e determinar a mais apropriada.

Conforme relatado por Fávero e Belfiore (2013), a Pesquisa Operacional (PO) surgiu na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), com o propósito de abordar questões militares de cunho logístico, tático e estratégico. Nesse contexto, um grupo de cientistas empenhou-se na análise e na formulação de decisões eficazes relativas à alocação otimizada de recursos militares, os quais se encontravam em condições de escassez.

Contudo, com os avanços tecnológicos e computacionais, a PO evoluiu a ponto de estar presente em inúmeras áreas do conhecimento, seja no campo militar ou nas diversas áreas da vida humana e tem o intuito de otimizar seus resultados. Nesse contexto, a gestão empresarial também goza deste ferramental técnico. Segundo Ragsdale (2019), a *Business Analytics*, que é comumente chamada de Pesquisa Operacional, é um campo de estudo que se utiliza de dados, computadores, estatística e matemática para resolver problemas de negócios.

Dentro das grandes áreas pertencentes ao campo empresarial, a Logística é uma das que mais se tem registros de aplicações de técnicas da Pesquisa Operacional. Entendendo isso, o presente estudo tem como objetivo principal implementar um modelo de otimização de rotas de distribuição obtido com técnicas de modelagem de rede levando em consideração a minimização dos esforços logísticos.

Em um cenário altamente competitivo, as empresas buscam sempre otimizar seus resultados, minimizando seus custos e esforços e/ou maximizando seus lucros e serviços, a fim de obter uma vantagem competitiva perante os seus concorrentes. Essa é uma das alternativas adotadas pelas grandes corporações, porém o presente estudo visa mostrar que pequenas e médias empresas podem e devem gozar dessas técnicas para obterem vantagem competitiva em seu nicho de mercado.

O problema percebido na distribuidora focada pelo presente estudo diz respeito à existência de diversas alternativas de rotas para atender seus clientes. Cada rota potencial possui uma distância específica, medida do ponto de origem (distribuidora) ao ponto de destino (cliente). À medida que a distância aumenta, os custos

relacionados a entrega e o tempo despendido na viagem também se elevam. Portanto, a investigação voltada para a minimização das rotas ou dos custos associados a elas desempenha um papel de extrema importância para empresas que almejam aprimorar seu desempenho operacional.

Em um contexto de alocação restrita de recursos orçamentários destinados aos custos logísticos emerge a problemática: Qual é a rota ótima que minimiza a distância percorrida enquanto atende às expectativas do cliente?

O método empregado nesta abordagem é o Problema do Caminho Mais Curto, que se enquadra na categoria de Modelagem de Rede. A PO tem por objetivo otimizar os resultados, fornecendo ao tomador de decisão as informações necessárias para determinar a melhor alternativa. A partir dessa perspectiva, o estudo buscou investigar a rota mais apropriada para o problema, visando adquirir vantagem competitiva, reduzir custos e melhorar a qualidade do serviço à longo prazo.

Para se chegar a estes resultados foi utilizada a ferramenta Solver do *software* Microsoft Excel para implementar o modelo de otimização proposto.

Para além desta introdução, que abordou um resumo dos principais tópicos necessários para compreender o presente estudo, a pesquisa está estruturada em mais quatro seções. Na próxima seção, será contextualizado cada assunto relevante para a compreensão do estudo de caso, seguido pela apresentação da metodologia utilizada para alcançar os objetivos da pesquisa. Finalmente, serão apresentados os resultados relacionados a eles. Por fim, serão abordadas as conclusões do estudo em questão.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção abrange os principais temas com o objetivo de proporcionar uma compreensão mais profunda do presente estudo.

2.1. Tomada de Decisão e Vantagem Competitiva

Como é dito em Gomes e Gomes (2019), o processo de decidir algo é visto por muitos autores como posicionar-se em relação ao futuro. Este processo é estruturado em etapas que consistem em colher informações e atribuir importância a elas, para que em seguida seja viável a busca por possíveis alternativas de soluções e fazer a escolha entre elas.

Contudo, é importante destacar que nem sempre o processo decisório é simples. Como exemplo, é ilustrado um processo de escolha: “qual carro adquirir?”, pode-se basear essa decisão em um único critério, como o custo. Nesse caso, a decisão torna-se relativamente fácil, na qual seria: optar pelo carro de menor preço. Entretanto, quando esse mesmo problema envolve múltiplos parâmetros de comparação entre as opções de carros, o processo decisório é consideravelmente mais desafiador, exigindo um esforço cognitivo substancial para a análise. Portanto, à medida que o número de alternativas e parâmetros de comparação cresce, a complexidade do problema e de sua resolução também cresce. Isso ressalta a necessidade de apoio computacional e o uso de métodos de apoio à decisão para lidar com problemas dessa natureza. (Gomes e Gomes, 2019)

Conforme discutido por Fávero e Belfiore (2013), mesmo após décadas do surgimento da PO, dos avanços tecnológicos tornando-se cada vez mais acessíveis e ainda com todo o conhecimento sobre técnicas e métodos de apoio a decisão sendo disseminados, há muitas empresas que não o praticam. O empirismo, embora

importante, não deve ser o único recurso utilizado. Isso se deve à complexidade dos contextos organizacionais, assim como à diversidade dos consumidores e complexidade dos seus hábitos de consumo. De fato, dada a capacidade cognitiva limitada do ser humano para processar todas as variáveis e restrições envolvidas, torna-se imperativo o auxílio computacional na resolução de tais problemas.

A tomada de decisão se torna uma vantagem competitiva quando é fundamentada em dados precisos e informações confiáveis, minimizando os riscos inerentes às escolhas. Isso evita o desperdício de recursos ou retrabalho, garantindo que os recursos da empresa sejam direcionados de forma eficiente. No entanto, é preocupante que, mesmo com essa disponibilidade de recursos, ainda existam profissionais que, seja por falta de conhecimento ou negligência, optem por tomar decisões baseadas em intuições, sem conduzir qualquer análise de dados. A capacidade de prever diferentes cenários desempenha um papel crucial ao determinar qual decisão resultará em maiores benefícios ou menores prejuízos.

2.2. Logística

É mencionado por Ballou (2006) a definição de logística proposta pelo *Council of Logistics Management* (CLM), que categoriza como processo logístico a totalidade dos procedimentos que abarcam o fluxo de mercadoria, serviços e informações, e que deve ser gerenciado desde a fase de matéria-prima até a entrega final do produto ao cliente.

“A logística é um processo que inclui todas as atividades importantes para a disponibilização de bens e serviços aos consumidores quando e onde estes quiserem adquiri-los” (Ballou, Ronald H., 2006, p. 27). Estar disponível onde e quando o cliente desejar implica ter um conhecimento profundo da demanda e das suas operações.

O presente estudo se concentrará em uma etapa específica da logística, que é a distribuição da mercadoria até o cliente final, com o objetivo não apenas de minimizar custos, mas também de aprimorar a experiência do cliente. Essa etapa é identificada por Ballou (2006) como “Serviço ao Cliente”.

2.2.1. Serviço ao Cliente

Ballou (2006) caracteriza a distribuição física como “Serviço ao Cliente”, o qual consiste no resultado de todas as forças logísticas cujo propósito é disponibilizar o produto de maneira que atenda às expectativas do cliente

Segundo Ballou (2006), foram destacadas pesquisas que identificaram os elementos logísticos mais importantes para os consumidores. Os dois pontos mais relevantes identificados estão relacionados ao serviço de distribuição física do produto adquirido, que são:

- Entrega Rápida
- Eficiência no Prazo de Entrega

Portanto, as análises feitas pelas empresas que querem obter vantagem competitiva por meio de aprimoramento do serviço logístico, não devem se concentrar exclusivamente em metas de redução de custos, mas também devem buscar maximizar o serviço de entrega, com o objetivo de satisfazer o cliente e, assim, fidelizá-lo. Pois entende-se que as expectativas são criadas pelos clientes, e atendê-las resultará no aumento das vendas para a empresa.

2.3. Pesquisa Operacional

“Pesquisa Operacional (PO) é a área de conhecimento que estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões nas mais diversas áreas de atuação humana” (SOBRAPO, 2017).

Goldbarg (2005) destaca que a Pesquisa Operacional é o campo de conhecimento com as mais consagradas técnicas de modelagem matemática estruturadas logicamente e que consiste na utilização de ferramentas para encontrar as melhores condições de operação para os sistemas representados.

2.3.1. Fases da PO

Diversos autores como Taha (2008), Ragsdale (2007), Hillier e Lieberman (2013) e Goldbarg (2005), definem as 5 principais fases de implementação da PO como:

- Definição do Cenário

Conforme apontado por Taha (2008), essa fase compreende a análise, compreensão e delimitação do problema sob investigação, incluindo seus objetivos, variáveis de decisão e restrições associadas. Para complementar essa perspectiva, Ragsdale (2007) destaca que esta é a etapa crucial de todo o processo, uma vez que, se o problema em questão não for definido corretamente, todos os recursos, tempo e investimentos empregados serão desperdiçados, uma vez que não existe uma solução apropriada para um problema mal formulado.

- Construção do Modelo

Taha (2008) conceitua esta etapa como a tradução da definição do problema em formulações matemáticas. Acrescentando a essa ideia, Ragsdale (2007) destaca que o objetivo da fase de Construção do Modelo é selecionar uma técnica ou método que seja apropriado para o problema em questão, em vez de forçar a adaptação do problema a um formato de modelagem predefinido.

- Solução do Modelo

“É de longe a fase mais simples de todas as fases da PO porque se baseia na utilização de algoritmos de otimização bem definidos” (Taha, 2008, p. 24).

- Validação do Modelo

“Verifica se o modelo proposto faz ou não o que diz fazer – isto é, ele prevê adequadamente o comportamento do sistema em estudo?” (Taha, 2007, p. 24).

- Implementação da Solução

A implementação de soluções de métodos da Pesquisa Operacional envolve a aplicação prática das conclusões e recomendações derivadas da análise e modelagem dos problemas.

2.4. Programação Linear Aplicada à PO

“A Programação Matemática (PM) é uma área da *business analytics* que encontra a maneira ideal ou mais eficiente de usar recursos limitados para atingir os objetivos de um indivíduo ou de uma empresa. Por esse motivo, a programação matemática é geralmente chamada otimização” (Ragsdale C., 2007, p. 13).

Conforme Fávero e Belfiore (2013) a Programação Linear é uma das principais ferramentas da Pesquisa Operacional. Goldbarg (2005) e Hillier e Lieberman (2013) abordam esse conceito e oferecem uma descrição detalhada sobre a utilização da palavra “programação” como sinônimo de “planejamento” e o adjetivo “linear” refere-se a obrigatoriedade de todas as funções matemáticas do modelo serem funções lineares. Portanto, segundo os autores supracitados, a Programação Linear é o planejamento para se chegar ao melhor resultado, seja por objetivos de maximização ou minimização das variáveis de decisão, sujeitas a um conjunto de restrições que devem ser respeitadas.

2.4.1. Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão podem ser representadas pela função:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Ragsdale (2007) aponta que as variáveis de decisão são os parâmetros essenciais que devem ser identificados para resolver um determinado problema. E isso implica em atribuir um significado às variáveis, ou seja, determinar o que cada símbolo, expressado por x_1, x_2, \dots, x_n , representa no contexto da resolução do problema.

2.4.2. Restrições

“Há algumas limitações com relação aos valores que podem ser assumidos pelas variáveis de decisão em um modelo de PL. Essas limitações devem ser identificadas e colocadas na forma de restrições” (Ragsdale C., 2007, p. 17).

As restrições são representadas matematicamente como:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & (\leq, =, \geq) b_2 \\ & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & (\leq, =, \geq) b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n & \geq 0 \text{ (restrição de não negatividade)} \end{aligned}$$

Nessa equação, conforme indicado por Fávero e Belfiore (2013), a_{ij} representa a constante associada à i -ésima restrição e à j -ésima variável, e b_i corresponde ao termo independente ou à quantidade de recursos disponíveis referente à i -ésima restrição.

2.4.3. Função Objetivo

“É uma função matemática que representa o principal objetivo do tomador de decisão. Ela é de dois tipos: minimização [...] ou maximização” (Colin E., 2017, p. 6).

A função objetivo é expressa matematicamente como:

$$\text{MAX ou MIN } Z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

Onde Z representa a função objetivo e c_j é a constante associada à j -ésima variável da função objetivo.

2.5. Modelagem de Rede

Autores como Hiller e Lieberman (2013), Colin (2017) e Ragsdale (2007), salientam que os modelos de otimização de rede representam, de fato, casos particulares de problemas de programação linear. Eles enfatizam a relevância da representação em rede, uma vez que ela fornece uma ferramenta conceitual e visual altamente eficaz para descrever as interações entre os elementos de sistemas. Conforme mencionado por Taha (2008), uma rede consiste em um conjunto de Nós conectados por Arcos. Em um problema de fluxo de rede, os arcos indicam os caminhos, rotas ou conexões válidas entre os nós.

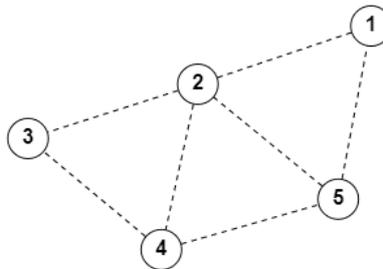
“Os Arcos são identificados nomeando-se os Nós em cada uma de suas extremidades; por exemplo, AB é o Arco entre os Nós A e B” (Hiller e Lieberman, 2013, p. 363). Um grafo é a representação do conjunto de Nós e Arcos.

A Figura 1 mostra uma exemplificação de um grafo, onde N representa o conjunto de Nós, enquanto A representa o conjunto de Arcos:

$$N = \{1,2,3,4,5\}$$

$$A = \{(1,2), (2,1), (1,5), (5,1), (2,3), (3,2), (2,5), (5,2), (2,4), (4,2), (3,4), (4,3), (4,5), (5,4)\}$$

Figura 1 - Representação em grafo da rede de exemplificação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.5.1. Problema do Caminho Mais Curto

O problema do Caminho Mais Curto é uma vertente dos problemas de Modelagem de Rede, sendo que a utilização da representação em grafo desempenha um papel fundamental na compreensão desse problema. De acordo com Hiller e Lieberman (2013), esses problemas envolvem a expansão ao longo da rede em todas as direções a partir do ponto de origem, identificando sucessivamente o caminho mais curto para cada um dos nós da rede em ordem crescente de suas distâncias a partir da origem, até que o nó de destino seja alcançado. O objetivo primordial desse problema é, portanto, determinar o caminho que resulta na menor distância total entre a origem e o destino. Logo, este é o método da Pesquisa Operacional que melhor se adequa ao problema proposto neste estudo.

3. METODOLOGIA

Para o estudo desenvolvido optou-se por adotar uma abordagem quantitativa, conforme recomendado por Sampieri, Collado e Lucio (2013). Essa abordagem, conforme os autores, emprega a coleta de dados para investigar e testar hipóteses, com o objetivo de validar teorias. Os mencionados autores enfatizam que essa abordagem se caracteriza pela formulação do problema de pesquisa, revisão da literatura e construção da base teórica para o estudo. Após essas etapas e a formulação da hipótese, a próxima fase compreende a coleta e análise dos dados.

Com isso, nota-se a importância do levantamento bibliográfico, onde desempenhou um papel crucial no aprofundamento e na compreensão do problema investigado, complementando, assim, a pesquisa quantitativa. A coleta de dados ocorreu por meio de entrevistas semiestruturadas com os gestores da distribuidora estudada.

A pesquisa foi conduzida por meio da abordagem de Estudo de Caso, utilizando dados de demanda fornecidos pela distribuidora, com o objetivo de determinar a rota de entrega mais eficiente para atender seus clientes, minimizando a distância percorrida. Para a resolução desse problema, além do Google Earth, utilizado para calcular as distâncias em metros entre os nós, foi recorrido à ferramenta Solver do Microsoft Excel.

3.1. A Distribuidora

A distribuidora em análise opera no setor de venda e distribuição de bebidas para o consumidor final. Fundada em 2019, a empresa é classificada como uma das pequenas e médias empresas localizadas em Teresina/PI. Sua área de atuação compreende a entrega de produtos em grande parte dos bairros da cidade.

A problemática enfrentada pela distribuidora refere-se à necessidade de apoio na tomada de decisão relacionada à escolha das rotas de entrega. Dado o grande número de entregas realizadas diariamente pela empresa, a minimização da distância percorrida nas rotas desempenha um papel crítico na economia de recursos orçamentários para a organização e na maximização da satisfação do cliente, por oferecer uma entrega mais rápida.

3.2. Modelagem

No presente estudo, todas as fases da Pesquisa Operacional (PO) foram observadas, com a exceção da fase de Implementação do Modelo, uma vez que essa etapa se encontra fora do escopo da pesquisa. Nesta seção, serão detalhadas as duas primeiras fases: Definição do Cenário e Construção do Modelo.

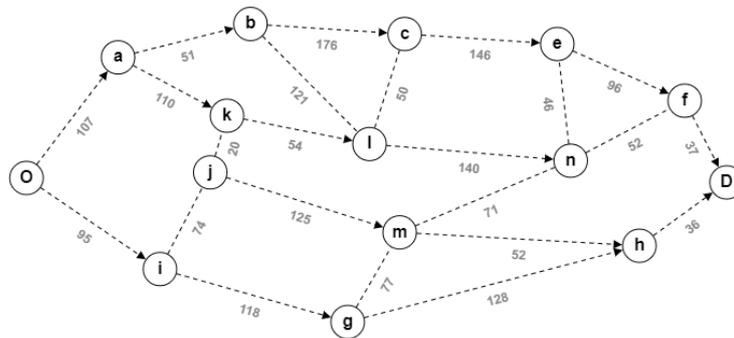
3.2.1. Definição do cenário de estudo

Visando obter vantagens competitivas, a distribuidora focada pelo presente estudo teve como objetivo a minimização do custo de entrega da mercadoria para o cliente final. Para isso, buscou-se a minimização da distância percorrida durante a entrega, levando em consideração a localização do cliente que compõe a demanda. Os esforços foram concentrados no cálculo das distâncias de cada caminho, escolhendo o de menor valor.

Foi escolhido o estudo de caso a seguir: a referida distribuidora tem a necessidade de atender o cliente por uma rota mais curta. O cliente em questão está identificado como “D” na Figura 2, enquanto a distribuidora está localizada no ponto designado como “O”, conforme ilustrado a seguir.

3.2.2. Construção do Modelo

Figura 2 - Representação em grafo da rede de possíveis rotas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base no conjunto de dados apresentado, o problema foi formulado com o objetivo de encontrar a solução ótima, que neste caso envolve a seleção do caminho com menor distância dentre as opções disponíveis, utilizando os dados coletados da distribuidora em estudo. Para alcançar esse objetivo, foram definidas as variáveis de decisão, resultando na formulação da função objetivo correspondente ao problema.

O modelo de otimização levou em consideração as principais ruas que proporcionavam acesso ao destino (cliente), totalizando 23 Arcos (ruas) e 15 Nós (origem, intersecções de ruas e destino).

Utilizando o Google Earth, definiu-se a distância em metros entre cada Nó, atribuindo este valor a seu respectivo Arco, como é exposto na Figura 2.

A técnica de modelagem selecionada para este estudo foi a do Caminho Mais Curto, uma escolha que se alinha de forma compatível com os objetivos da pesquisa. A utilização da ferramenta Solver possibilitou a organização e estruturação dos dados com objetivo à resolução do problema em questão.

A Figura 2 mostra todas as possíveis rotas entre a distribuidora e a localização do seu cliente. Assim como, os respectivos valores de cada interligação de nós.

3.2.2.1. Definição das Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão são de natureza binária. Portanto, quando um Arco é atribuído o valor ‘1’, isso indica a sua seleção para compor a rota, enquanto, por outro lado, quando o Arco é atribuído o valor ‘0’, ele não integra a rota.

As variáveis de decisão são representadas pelo conjunto de células G6:G36, ilustrado na Figura 3, coluna denominada de “Escolha”, pois é por meio delas que será escolhido o caminho (Arcos) que deverá ser percorrido.

Figura 3 - Modelagem da planilha mostrando as constantes e variáveis de decisão

NÓ ENVIA	NÓ RECEBE	ARCO	DISTÂNCIA	ESCOLHA
O	a	Oa	107	
O	i	Oi	95	
a	b	ab	51	
a	k	ak	110	
b	c	bc	176	
b	l	bl	121	
l	b	lb	121	
c	e	ce	146	
c	l	cl	50	
l	c	lc	50	
e	f	ef	96	
e	n	en	46	
n	e	ne	46	
f	D	fD	37	
f	n	fn	52	
n	f	nf	52	
n	m	nm	71	
m	n	mn	71	
m	h	mh	52	
h	D	hD	36	
g	h	gh	128	
g	m	gm	77	
m	g	mg	77	
i	g	ig	118	
i	j	ij	74	
j	i	ji	74	
j	m	jm	125	
j	k	jk	20	
k	j	kj	20	
k	l	kl	54	
l	n	ln	140	

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.2.2. Definição da Função Objetivo

A Função Objetivo de minimização será a soma do produto do valor das distâncias e dos caminhos escolhidos. Representada com a fórmula:

$$\begin{aligned} \text{MINZ} = & 107x_{Oa} + 95x_{Oi} + 51x_{ab} + 176x_{bc} + 146x_{ce} + 96x_{ef} + 37x_{fD} + \\ & 36x_{hD} + 128x_{gh} + 118x_{ig} + 74x_{ij} + 74x_{ji} + 20x_{jk} + 20x_{kj} + 110x_{ak} + 54x_{kl} + \\ & 121x_{bl} + 121x_{lb} + 50x_{cl} + 50x_{lc} + 140x_{ln} + 46x_{en} + 46x_{ne} + 52x_{nf} + 52x_{fn} + 71x_{nm} + \\ & 71x_{mn} + 52x_{mh} + 77x_{gm} + 77x_{mg} + 125x_{jm} \end{aligned}$$

As constantes que compõem a função objetivo correspondem aos valores associados aos arcos que conectam cada par de nós no modelo, ou seja, elas refletem as distâncias das ruas entre suas intersecções correspondentes.

Figura 4 - Modelagem do Excel mostrando a Função Objetivo

NÓ ENVIA	NÓ RECEBE	ARCO	DISTÂNCIA	ESCOLHA
O	a	Oa	107	
O	i	Oi	95	
a	b	ab	51	
a	k	ak	119	
b	c	bc	176	
b	i	bi	121	
i	b	ib	121	
c	e	ce	146	
c	i	ci	50	
i	c	ic	50	
e	f	ef	96	
e	n	en	46	
n	e	ne	46	
f	D	fD	37	
f	n	fn	52	
D	f	df	52	
n	m	nm	71	
m	n	mn	71	
m	n	mn	52	
n	D	nd	36	
g	h	gh	138	
g	m	gm	77	
m	g	mg	77	
i	g	ig	138	
i	i	ii	74	
j	i	ji	74	
j	m	jm	125	
k	k	kk	20	
k	j	kj	20	
k	i	ki	54	
i	n	in	140	

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Excel, a Função Objetivo é representada pela célula E1. Para se chegar ao resultado esperado, utiliza-se da fórmula =SOMARPRODUTO, multiplicando a coluna “Escolha”, das variáveis de decisão, pela coluna “Distância”, das constantes, e soma os resultados para descobrir o valor total percorrido na distribuição.

Tabela 1 - Fórmula de Excel utilizada na Função Objetivo

Célula	Fórmula
E2	=SOMARPRODUTO(F6:36;G6:36)

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2.2.3. Definição das Restrições

“Cada nó pode ser pensado como tendo um fluxo de 1 passando através dele caso esteja no caminho mais selecionado, mas nenhum fluxo em caso contrário. O fluxo líquido gerado em um nó é o fluxo que sai menos o fluxo que entra, de modo que o fluxo líquido seja 1 na origem, 1 no destino e 0 todos os outros nós” (Hillier e Lieberman, 2013, p. 371).

Sendo então, as restrições para este modelo, dada por:

$$\begin{array}{ll}
 -x_{Oa} - x_{oi} & = -1 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó O} \\
 +x_{Oa} - x_{ab} - x_{ak} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó a} \\
 +x_{bc} + x_{lc} - x_{cl} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó c} \\
 +x_{mh} + x_{gh} - x_{hD} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó g} \\
 +x_{oi} + x_{ji} - x_{ij} - x_{ig} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó i} \\
 +x_{ab} + x_{lb} - x_{bc} - x_{bl} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó b} \\
 +x_{ce} + x_{ne} - x_{ef} - x_{en} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó e} \\
 +x_{ef} + x_{nf} - x_{fD} - x_{fn} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó f} \\
 +x_{mg} + x_{ig} - x_{gm} - x_{gh} & = 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó g}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
+x_{ak} + x_{jk} - x_{kl} - x_{kj} & = & 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó k} \\
+x_{ij} + x_{kj} - x_{jk} - x_{ji} - x_{jm} & = & 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó j} \\
+x_{kl} + x_{bl} + x_{cl} - x_{ln} - x_{lc} - x_{lb} & = & 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó l} \\
+x_{jm} + x_{gm} + x_{nm} - x_{mh} - x_{mg} - x_{mn} & = & 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó m} \\
+x_{ln} + x_{mn} + x_{en} - x_{fn} - x_{ne} - x_{nf} - x_{nm} & = & 0 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó n} \\
+x_{fD} + x_{hD} & = & +1 \quad \text{ } \text{restrição de fluxo para o nó D} \\
x_{ij} \geq 0 & & \text{ } \text{restrição de não negatividade}
\end{array}$$

Onde na coluna K, denominada “Entrada”, será disposta a fórmula =SOMASE, para somar a quantidade de vezes que o Nó foi selecionado para receber algum Arco escolhido. E na coluna L, denominada “Saída”, também será utilizada a fórmula =SOMASE, mas será para somar a quantidade de vezes que o Nó foi selecionado para enviar um Arco escolhido.

As restrições do modelo podem ser representadas de tal forma:

Figura 5 - Modelagem de Excel mostrando as restrições

Nó	Entrada	Saída	Fluxo	Demanda/Oferta
O	0	0	0	-1
a	0	0	0	0
b	0	0	0	0
c	0	0	0	0
e	0	0	0	0
f	0	0	0	0
g	0	0	0	0
h	0	0	0	0
i	0	0	0	0
j	0	0	0	0
k	0	0	0	0
l	0	0	0	0
m	0	0	0	0
n	0	0	0	0
p	0	0	0	0
q	0	0	0	0
D	0	0	0	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na coluna M, denominada “Fluxo”, será calculado o fluxo do nó, fazendo um cálculo simples de subtração, =Entrada-Saída. Este fluxo tem que ser igual a Demanda/Oferta de cada Nó. Conforme exposto na Figura 5, o Nó “O”, que representa a origem da rota, deve ter valor igual a ‘-1’, essa é a sua oferta. E o Nó “D”, que representa o destino da rota, obrigatoriamente deve ter seu fluxo igual à ‘1’. Os demais Nós precisam estar com fluxos iguais a ‘0’.

Tabela 2 - Fórmulas de Excel representando as restrições do modelo

Célula	Fórmula	Copiado para
K6	=SOMASE(\$D\$6:\$D\$36;J6;\$G\$6:\$G\$36)	K7:K22
L6	=SOMASE(\$C\$6:\$C\$36;J6;\$G\$6:\$G\$36)	L7:K22
M6	=K6-L6	M7:M22

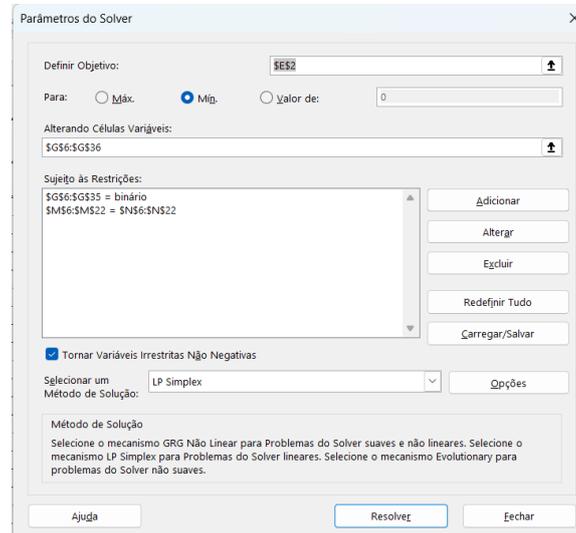
Fonte: Elaborado pelo autor.

Além dessa restrição, há também a limitação neste modelo que as variáveis de decisão precisam ser binárias. Isso também é exposto na Figura 6.

3.2.2.4. Solver

Na ferramenta Solver serão classificados os parâmetros abaixo:

Figura 6 - Parâmetros do Solver para solução do modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 3 - Parâmetros e opções do Solver para a solução do modelo.

Configurações do Solver:	
Função	Célula
Objetivo	E2
Para	Mín
Células Variáveis	G6:G36
Restrições	M6:M22 = N6:N22 G6:G36 = binário
Opções do Solver:	LP Simplex

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Solver é preciso deixar o campo “Tornar Variáveis irrestritas Não Negativas”, ilustrada na Figura 6, marcado para que seja considerada a restrição de Não Negatividade.

4. RESULTADOS

As etapas de Solução do Problema e Validação do Modelo serão discutidas nesta seção.

4.1. Solução do Problema

Após a formulação de um modelo matemático para o problema em análise, procedeu-se à otimização por meio de recursos computacional. Para tal finalidade, foi utilizada a ferramenta Solver do MS Excel.

A solução ótima para esse problema, mostrada na Figura 7, foi obtida usando os parâmetros e opções do Solver exibidos na Figura 6.

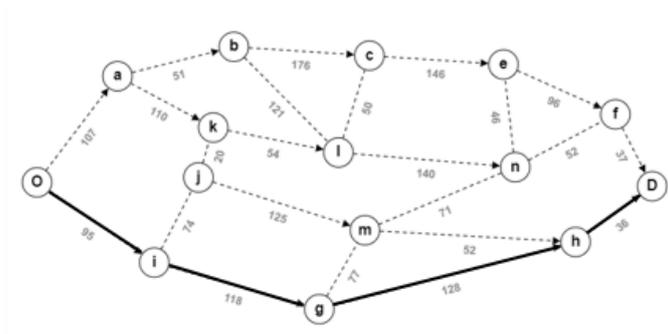
Figura 7 - Modelagem de Excel mostrando solução para o problema proposto

Distancia Total		377		
NÓ ENVIA	NÓ RECEBE	ARCO	DISTÂNCIA	ESCOLHA
O	a	Oa	107	0
O	i	Oi	95	1
a	b	ab	51	0
a	k	ak	110	0
b	c	bc	176	0
b	l	bl	121	0
l	b	lb	121	0
c	e	ce	146	0
c	l	cl	50	0
l	c	lc	50	0
e	f	ef	96	0
e	n	en	46	0
n	e	ne	46	0
f	D	fD	37	0
f	n	fn	52	0
n	f	nf	52	0
n	m	nm	71	0
m	n	mn	71	0
m	h	mh	52	0
h	D	hD	36	1
g	h	gh	128	1
g	m	gm	77	0
m	g	mg	77	0
i	g	ig	118	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como exposto na Figura 7, o Caminho Mais Curto encontrado pela análise foi a sequência $Oi - ig - gh - hD$, totalizando 377 metros, indicado na célula 'E1'. Essa roteirização está representada pela Figura 8.

Figura 8 - Representação de rede da solução encontrada



Fonte: Elaborado pelo autor.

A reflexão proposta consiste em um estudo bibliográfico e no estudo de caso de uma empresa real, na qual foi aplicado um dos métodos de PO como forma de solucionar e ajudar no processo de tomada de decisão voltada à logística e serviço ao cliente da empresa.

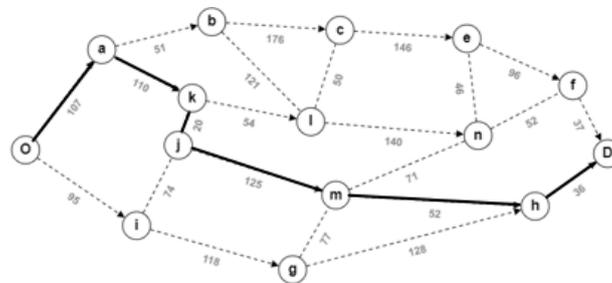
Dessa maneira, é relevante destacar que o modelo em questão, além de buscar a seleção do caminho ótimo com o intuito de minimizar os custos, também promove a satisfação do cliente, contribuindo para sua fidelização.

4.2. Validação do Modelo

Além disso, é mencionado por Taha (2007) que a equipe de Pesquisa Operacional ao longo da sua análise deve assegurar que os resultados do modelo não contenham imprevistos. Portanto, a título de exemplo, é pertinente mencionar desafios imprevisíveis, como o fechamento temporário de ruas, que requerem um novo cálculo para determinar uma rota alternativa.

Então, se por exemplo, o Arco (rua) 'Oi' estiver interditado no momento da implantação do modelo, a solução viável, utilizando dos mesmos cálculos e lógica anteriores, o resultado encontrado seria a sequência de caminhos $Oa - ak - kj - jm - mh - hD$, totalizando 450 metros percorridos. Essa nova rota é exposta na Figura 9 a seguir:

Figura 9 - Representação de rede da solução encontrada para o segundo modelo proposto



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que concerne ao objetivo estabelecido na gênese deste estudo, é possível constatar que a aplicação do método do Caminho Mais Curto revela sua notável utilidade tanto para a distribuidora em análise quanto para organizações que aspiram aprimorar suas decisões logísticas com base em dados fundamentados.

Neste estudo, pôde-se destacar a eficácia do método do Caminho Mais Curto, não apenas ao proporcionar uma solução ótima, mas também ao oferecer uma análise abrangente das soluções factíveis, que podem ser adotadas quando um dos trajetos indicados pelo modelo se encontra inacessível ou sobrecarregado devido a um elevado volume de tráfego.

Com isso, almeja-se que a otimização de rotas contribua para que a empresa realize entregas mais rápidas e com menor custo, conferindo-lhe, assim, uma vantagem competitiva em relação aos seus concorrentes, por proporcionar um serviço ao cliente de alta qualidade.

Vale ressaltar que estudos futuros podem ser conduzidos, considerando variáveis como tempo de entrega e custos associados a cada trajeto, permitindo verificar se a rota de menor distância também corresponde à de menor tempo de entrega e menor custo.

Os resultados deste estudo enfatizam a relevância dos métodos da Pesquisa Operacional aplicados à otimização de rotas de entregas. Além disso, demonstram que a implementação desses métodos por não ser dispendiosa, se torna viável mesmo em empresa de pequeno e médio porte.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALLOU, Ronald H. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos/logística empresarial*. Porto Alegre: Bookman, 2006. E-book. ISBN 9788560031467. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788560031467/>. Acesso em: 15 set. 2023.
- COLIN, Emerson C. *Pesquisa Operacional - 170 Aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas*. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2017. E-book. ISBN 9788597014488. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597014488/>. Acesso em: 13 jul. 2023.
- FAVERO, Luiz Paulo; BELFIORE, Patrícia. *Pesquisa Operacional: Para o Curso de Engenharia*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013. 538 p.
- GOLDBARG, Marco Cesar. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 519 p. ISBN 978-85-352-1520-5.
- GOMES, Luiz Flavio Autran Monteiro; GOMES, Carlos Francisco Simões. *Princípios e Métodos para Tomada de Decisão: Enfoque Multicritério*. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2019. 327p.
- HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. *Introdução à pesquisa operacional*. Porto Alegre: Grupo AMGH, 2013. E-book. ISBN 9788580551198. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580551198/>. Acesso em: 30 jun. 2023.
- RAGSDALE, Cliff T. *Modelagem de Planilha e Análise de Decisão: Uma Introdução Prática a Business Analytics*. Tradução: Solange A. Visconde; Revisão Técnica João Luiz Becker. 8 ed. São Paulo: Cengage, 2019. 692 p.
- SAATY, Thomas L.; OZDEMIR, M. S. *Why the Magic Number Seven Plus or Minus Two*. Elsevier, 2003. 12p.
- SAMPIERI, Roberto H.; COLLADO, Carlos F.; LUCIO, María D. P B. *Metodologia de pesquisa*. 5 ed. Porto Alegre: Penso, 2013. E-book. ISBN 9788565848367. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788565848367/>. Acesso em: 16 set. 2023.
- SOBRAPO, *O que é pesquisa operacional?* Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional [online], Rio de Janeiro, RJ, 6 mar. 2017. Disponível em: <https://www.sobrapo.org.br/o-que-e-pesquisa-operacional>. Acesso em: 10 jul. 2023.
- TAHA, Hamdy A. *Pesquisa Operacional: uma visão geral*; Tradução: Arlete Simille Marques; revisão técnica Rodrigo Arnaldo Scarpel, 8 ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.