



**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE PAINÉIS LAMINADOS  
REFORÇADOS POR FIBRAS UNIDIRECIONAIS SUBMETIDOS A  
CARREGAMENTOS TÉRMICOS E MECÂNICOS ATRAVÉS DE FERRAMENTA  
COMPUTACIONAL E SOFTWARE**

**Analysis of mechanical behavior of unidirectional fiber reinforced laminated panels  
subjected to thermal and mechanical loads through computer and software tool**

Yago Luiz Godêz (1); Romildo dos Santos Escarpini Filho (2); Lucas Araújo Rodrigues da  
Silva (3)

(1) Engenheiro Civil, Universidade Federal de Alagoas, Delmiro Gouveia - AL, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal de Alagoas, Penedo - AL, Brasil.

(3) Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, Delmiro Gouveia - AL, Brasil.

Email para Correspondência: yago.godez@gmail.com; (P) Apresentador

**Resumo:** O avanço e a diversificação do mercado, acompanhados pelo surgimento de novas tecnologias nos diversos setores industriais, vem ocasionando o estudo e criação de novos materiais e estruturas que atendam às necessidades da engenharia. Os materiais compósitos, dentro desse contexto, têm se tornado atrativos se comparados aos convencionais, dada a sua capacidade de acoplar características positivas dos materiais que o constituem. Os compósitos podem ser definidos como o resultado de uma mistura de dois ou mais materiais, com fases separadas visualmente e que possuam propriedades inerentes às fases constituintes. Em meio às várias composições que esse material pode possuir, existem os polímeros reforçados por fibras unidirecionais, que se destacam por conseguirem alinhar rigidez estrutural e resistência com leveza. No entanto, o elevado custo dos materiais compósitos muitas vezes acaba por inviabilizar a execução de ensaios para avaliar seu comportamento diante das diversas solicitações, tornando fundamental a utilização de modelos computacionais para tais estudos. Dessa forma, o presente trabalho tem por objetivo analisar as tensões e deformações nas direções principais 1 e 2, decorrentes de carregamentos térmicos e mecânicos, em painéis compósitos laminados compostos por matriz polimérica epóxi reforçada por fibras de grafite. Para isso, foi elaborada uma ferramenta computacional utilizando a linguagem MatLab® R2016a, baseando-se na Teoria Clássica dos Laminados e cinco casos de carregamento foram testados. Em seguida, utilizou-se o software ABAQUS® Student Edition, Versão 6.14-2, baseado no Método dos Elementos Finitos, para executar a modelagem computacional de cada caso, comparando-se os resultados. Observou-se, por fim, que a ferramenta desenvolvida apresentou resultados muito próximos aos obtidos por meio do software, sendo, portanto, adequada para a avaliação de compósitos laminados sujeitos a carregamentos térmicos e mecânicos.

*Palavras chaves: Teoria Clássica dos Laminados; Método dos Elementos Finitos; Análise Numérica; Compósitos Laminados.*



**Abstract:** The advancement and diversification in the market, accompanied by the emergence of new technologies in the various industrial sectors, has been leading the study and creation of new materials and structures that meet engineering needs. Composite materials, within this context, have become attractive compared to conventional, given your ability to engage positive characteristics of the materials it's made from. The composites can be defined as the result of a mixture of two or more materials, with separate stages visually and that have inherent properties to constituent phases. Among the several compositions that this material can possess, there are the unidirectional fiber reinforced polymers, which stand out for can align structural rigidity and strength with lightness. However, the high cost of composite materials often turns out to derail the implementation of tests to evaluate your behavior on the various requests, making the use of computational models for such studies. Thus, the present study aims to analyze the stresses and strains in the main directions 1 and 2, resulting from thermal and mechanical loads, in laminated composite panels composed of epoxy polymer matrix reinforced by fibers of graphite. For this, a computational tool using MatLab ® R2016a language, based on the Classical Laminate Theory and five cases of loading have been tested. Then, using the software ABAQUS®, Student Edition, Version 6.14-2 based on the Finite Element Method, to perform computational modeling of each case, comparing the results. It was observed that the tool developed presented results very close to those obtained through the software, and therefore suitable for the evaluation of composite laminates subjected to thermal and mechanical loads.

**Keywords:** *Classical Laminate Theory; Finite Element Method; Numerical Analysis; Composite Laminates.*

## 1 INTRODUÇÃO

A tecnologia dos materiais está evoluindo com constância, devido à necessidade de atender os setores industriais contemporâneos, cada vez mais evoluídos e complexos. Nesse contexto, surge uma nova geração de materiais estruturais avançados, não-convencionais, que conseguem acoplar diversas características mecânicas positivas.

Dentro desses materiais, destacam-se os compósitos, que podem ser definidos como uma mistura heterogênea de dois ou mais materiais, tendo como resultado um material com qualidades de ambas as fases que o constituem. No que concerne às estruturas, os compósitos laminados ganham destaque, formados pelo empilhamento de várias camadas, cada qual composta de matriz (material aglutinante) e fibras (reforço).

Contudo, devido aos altos custos de produção, a análise experimental desse tipo de material é limitada, abrindo espaço para o estudo de métodos de simulação computacional que consigam reproduzir o comportamento mecânico e estrutural desses materiais.

Dentro desse contexto, o presente trabalho tem o objetivo de analisar tensões e deformações em um compósito laminado, por meio da aplicação de carregamentos normais, momentos fletores e variações de temperatura. Para isso, foram desenvolvidos algoritmos para o estudo do material em questão, os quais tiveram seus resultados comparados com modelos computacionais gerados em um software comercial, possibilitando a validação dos resultados.

## 2 MATERIAIS COMPÓSITOS

### 2.1 Conceitos básicos e definições

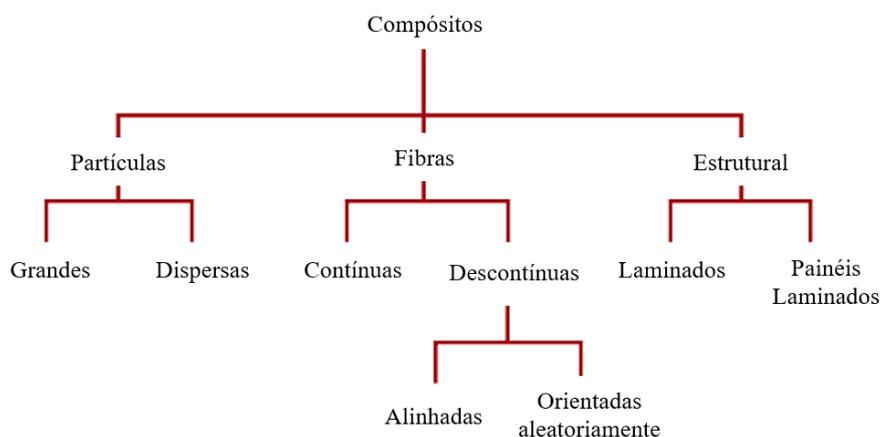
Os materiais compósitos são definidos por Callister (2007) como a resultante de uma mistura artificial de dois ou mais materiais, com fases separadas visualmente e que possui propriedades intermediárias em relação as das fases que a constitui.

Os constituintes podem ser divididos em uma fase de reforço (ou fase dispersa) imersa em uma fase contínua (ou matriz), sendo a primeira comumente classificada como flocos, fibras ou partículas, a depender das suas dimensões geométricas (Kaw, 2006).

Além disso, Reddy (2004) ressalta que a função principal da matriz é a de redistribuir as cargas atuantes no compósito e envolver o reforço, protegendo-o de agentes externos agressivos. Por outro lado, o reforço, segundo Tita (2007), tem como função principal evidenciar as propriedades mecânicas, suportando o carregamento transmitido pela matriz.

A saber, tem-se como exemplo de matrizes existentes o poliéster, epóxi, carbono e matrizes metálicas. O reforço, por sua vez, pode ser feito com carbono, grafite, vidro, aramida (kevlar), carboneto de alumínio, carboneto de silício, boro, entre outros.

Ainda mais, o tipo de combinação utilizada varia de acordo com a necessidade a qual o material será empregado, levando em conta aspectos técnicos e econômicos. Devido a diversidade de opções de combinação, existem vários tipos de materiais compósitos. Conforme mostrado na Figura 1, Callister (2007) apresenta algumas das subdivisões para esses materiais, dentre as quais merecem destaque os compósitos laminados.



**Figura 1. Tipos de combinações para materiais compósitos.**

Fonte: Adaptada de Callister, 2007.

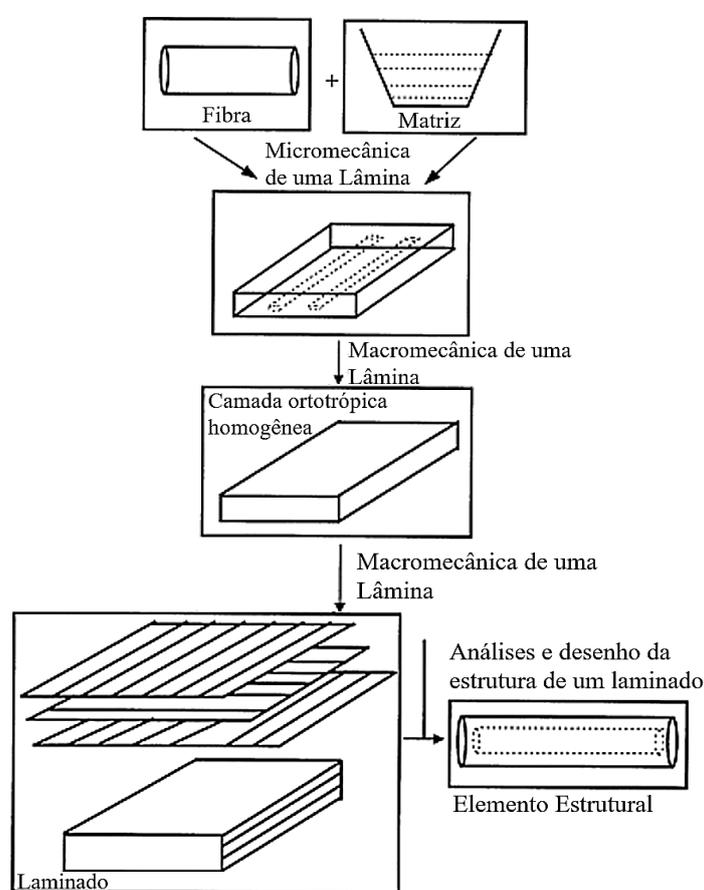
### 2.2 Materiais compósitos laminados

Os compósitos laminados se destacam na indústria por conseguir alinhar rigidez estrutural e resistência com leveza, obtendo boas relações de resistência/peso e rigidez/peso. Hull, D. e Clyne, T. (1996), definem os laminados como sendo um conjunto de camadas

anisotrópicas, sobrepostas e ligadas entre si, sendo a camada uma lâmina reforçada com fibras: as fibras podem ser curtas ou longas, nesse último caso alinhadas em uma determinada direção.

Ademais, Reddy (2004) apresenta os laminados reforçados por fibras, como um material que por vezes pode ser adicionado à sua composição agentes químicos de acoplamento e enchimento, para aumentar a resistência e ligação da fibra-matriz, o que é importante na resistência à fratura do material.

Kaw (2006) acrescenta que os compósitos laminados são de difícil caracterização mecânica, com altos custos, análises complexas e camadas finas, tendo em média 0,125 mm de espessura. Pode ser visto uma esquemática da composição desses materiais na Figura 2.



**Figura 2. Composição de painéis laminados.**

Fonte: Adaptada de Kaw, 2006.

### 3 TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS (TCL)

Jones (1999) define a TCL como uma fração da macromecânica que estuda os Compósitos Laminados, estabelecendo hipóteses e equacionamentos. As hipóteses principais são:

1. Considera-se cada camada como um material homogêneo e ortotrópico;
2. O material é considerado plano ( $\sigma_3 = 0$ ,  $\tau_{31} = 0$  e  $\tau_{23} = 0$ );

3. Os deslocamentos são contínuos em todo o laminado e variam linearmente ao longo da espessura;
4. As relações entre deslocamento, deformação e tensão são lineares;
5. Os deslocamentos são pequenos em comparação com a espessura do laminado ( $h$ ), tal que  $(|u|, |v|, |w| \ll |h|)$ ;
6. Ligação entre as interfaces da lâmina é perfeita, de maneira que não há deslizamento entre elas;
7. Uma linha reta, que passa no plano médio, permanece reta após a deformação; isso sugere que as tensões de cisalhamento transversal são nulas ( $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ );
8.  $\epsilon_z$  é nulo, o que implica que o deslocamento transversal ( $w$ ) não depende da coordenada ( $z$ ) da espessura do laminado.

A análise realizada nessa fase tem como objetivo relacionar forças e momentos por unidade de comprimento e as deformações produzidas, através de uma formulação específica baseada na Lei de Hooke e desenvolvida para considerar a anisotropia das camadas que constituem o laminado – essas relações podem ser denominadas de Lei Constitutiva Efetiva do laminado (Reddy, 1994).

A formulação da Lei Constitutiva Efetiva, usada para compor as expressões das tensões interlaminares, considera um elemento representativo prismático, apresentado na Figura 3.

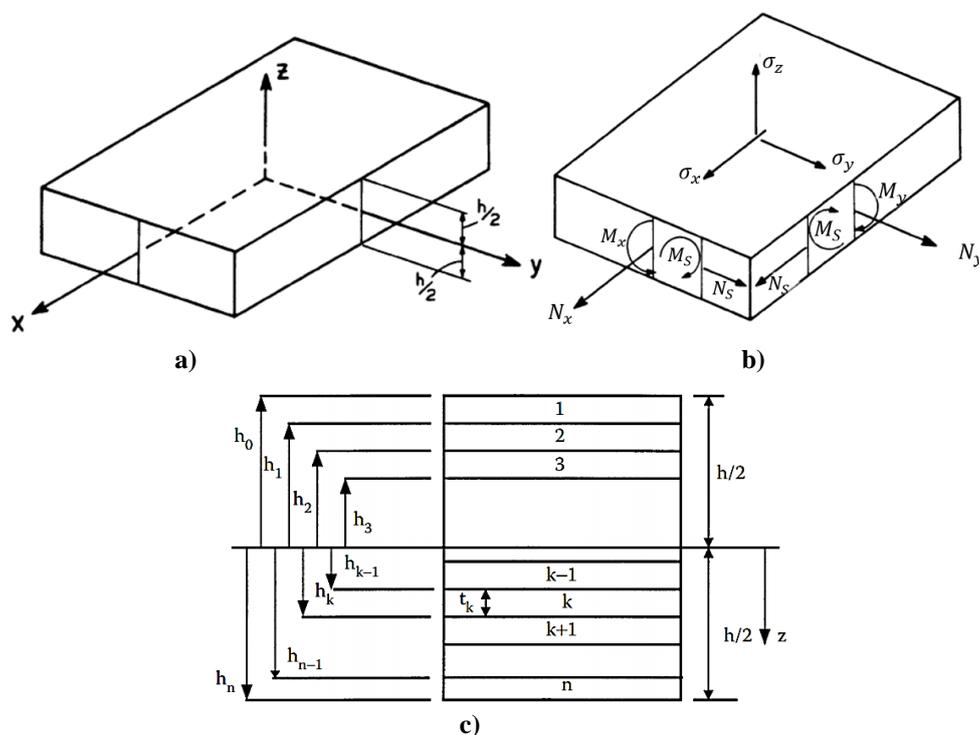


Figura 3. a) Sistema de coordenadas; b) Forças e momentos resultantes em um elemento de volume representativo de uma lâmina; c) Coordenadas locais do laminado no plano.

Fonte: a) e b) Reddy, 1994; c) Kaw, 2006.

Considerando um laminado de  $N$  camadas, com espessura total  $h$  e distância  $h_k$ , do topo de uma camada  $k$  até o plano médio do laminado (Figura 3.a e Figura 3.b), as forças normais ( $N_x; N_y; N_{xy}$ ) e os momentos fletores ( $M_x; M_y; M_{xy}$ ) podem ser encontrados a partir das tensões, como é mostrado de maneira simplificada nas equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z dz \right\} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right\} \quad (2)$$

em que  $[\bar{Q}]$  representa a matriz de rigidez;  $[\varepsilon^0]$  as deformações no plano médio do laminado;  $[k]$  as curvaturas do laminado em relação ao plano médio; e  $k$  indica a lâmina.

A matriz de rigidez  $[\bar{Q}]$  carrega as propriedades elásticas do material, que são influenciadas pela orientação das fibras no laminado. Essa matriz representa a rigidez das lâminas e conseqüentemente, a rigidez do laminado. De maneira simplificada, as equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.** podem ser escritas da seguinte forma:

$$[N] = [A][\varepsilon^0] + [B][k] \quad (3)$$

$$[M] = [B][\varepsilon^0] + [D][k] \quad (4)$$

em que, os momentos são representados por  $[M]$  e os carregamentos normais por  $[N]$ .

As matrizes, extensivas ( $A_{ij}$ ), acoplamento ( $B_{ij}$ ) e rigidez à flexão ( $D_{ij}$ ), são obtidas nas expressões abaixo:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k - z_{k-1}), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (5)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (6)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (7)$$

### 3.1 Comportamento térmico das placas laminadas

Além dos carregamentos mecânicos, um fator importante é a imposição de variações de temperatura, que podem causar o surgimento de tensões residuais no material. Essas tensões, que podem levar o material à falha, devem ser devidamente analisadas e estudadas quanto aos seus impactos e alcances (Callister, 2007).

Para que os efeitos térmicos sejam incluídos na TCL, é preciso adicionar as deformações  $[\varepsilon^T]$  geradas pelas cargas térmicas nas equações apresentadas anteriormente. Essas deformações são calculadas conhecendo os coeficientes de dilatação térmica e a variação de temperatura, sendo os primeiros obtidos por meio da regra da mistura formulada no trabalho de Gibson (1994). Esta é aplicada para obter correlações entre as propriedades das fases

constituintes: dilatação térmica da fibra e da matriz, frações volumétricas e módulos de elasticidade.

Assim, é possível obter equações para as forças normais e momentos fletores, chegando as equações abaixo:

$$\begin{bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left( \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}_k \Delta T_k \right) t_k \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left( \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}_k \Delta T_k \right) \bar{z}_k t_k \quad (9)$$

em que:

$$t_k = z_k - z_{k-1} \quad (10)$$

$$\bar{z}_k = (z_k + z_{k+1})/2 \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m} \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \alpha_m V_m + \alpha_f V_f + \frac{(v_f E_m - v_m E_f)}{\left(\frac{E_m}{V_f} + \frac{E_f}{V_m}\right)} (\alpha_f - \alpha_m) \quad (13)$$

## 4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Diversos fenômenos na engenharia e ciências são descritos por meio de equações diferenciais parciais, cuja solução por meio de métodos analíticos clássicos é praticamente impossível. Segundo Fish e Belytschko (2007), o método dos elementos finitos (MEF) é uma aproximação numérica com a qual essas equações diferenciais parciais podem ser resolvidas de modo aproximado. Do ponto de vista da engenharia, o MEF é um método para resolver problemas como análise de tensões, transferência de calor, escoamento de fluidos e eletromagnetismo, por simulações computacionais.

Os problemas abordados neste trabalho foram modelados e analisados utilizando-se o software comercial ABAQUS® Student Edition, em sua versão 6.14-2. Este programa é utilizado por pesquisadores no mundo inteiro para resolver problemas de engenharia aplicando o Método dos Elementos Finitos.

Para a modelagem, foi utilizado o elemento de chapa S4R (*Shell, 4 nodes, Reduced Integration*). Foi considerada também a linearidade física das fibras e da matriz, obedecendo a Lei de Hooke, bem como a isotropia das fases, de forma que as hipóteses da TCL fossem atendidas.

## 5 MODELOS E RESULTADOS

Para as análises, feitas por meio de algoritmos baseados nas equações da Teoria Clássica dos Laminados e de modelos computacionais analisados por meio do software ABAQUS®, foi

utilizado um laminado de matriz polimérica epóxi reforçado com fibras unidirecionais de grafite. As propriedades mecânicas para este material são apresentadas na Tabela 1.

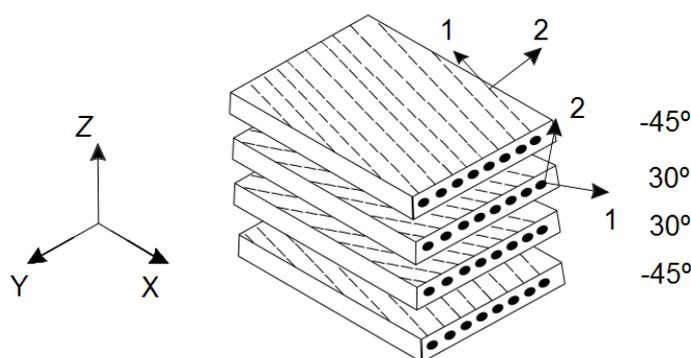
**Tabela 1. Propriedades Mecânicas do Grafite/Epóxi (Adaptado de Hyer, 1998).**

Propriedade	Símbolo	Unidade	Grafite/Epóxi
Fração volumétrica da fibra	$V_f$	(adimensional)	0,7
Módulo de elasticidade longitudinal	$E_1$	GPa	155
Módulo de elasticidade transversal	$E_2$	GPa	12,1
Coefficiente de Poisson radial	$\nu_{12}$	(adimensional)	0,248
Módulo de Cisalhamento	$G_{12}$	GPa	4,4
Coefficiente de expansão térmica longitudinal	$\alpha_1$	$10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	-0,018
Coefficiente de expansão térmica transversal	$\alpha_2$	$10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	24,3

Os resultados obtidos por meio dos algoritmos desenvolvidos com o software MatLab® R2016a foram comparados com os fornecidos pela modelagem computacional. Para realizar essa validação, foram variadas as orientações das fibras ao longo das camadas e os carregamentos aplicados, gerando cinco combinações diferentes, nas quais foram utilizados carregamentos normais, momentos e variações de temperatura.

### 5.1 Modelo 1: Laminado $[-45^{\circ}, 30^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $N_x = 60000 \text{ N/m}$

Nesta análise, as camadas do laminado foram dispostas conforme a Figura 4, tendo cada camada uma espessura de 0,15 mm. Em seguida, foi aplicado um carregamento normal na direção do eixo cartesiano X, de intensidade igual a 60000 N/m.

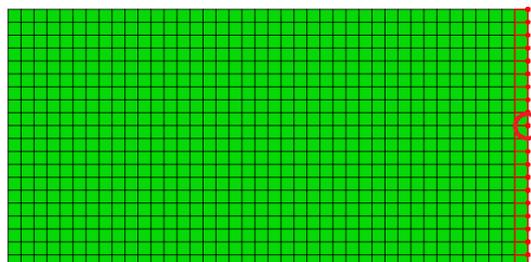


**Figura 4. Empilhamento  $[-45^{\circ}, 30^{\circ}]_s$ .**

Fonte: (Autores, 2018).

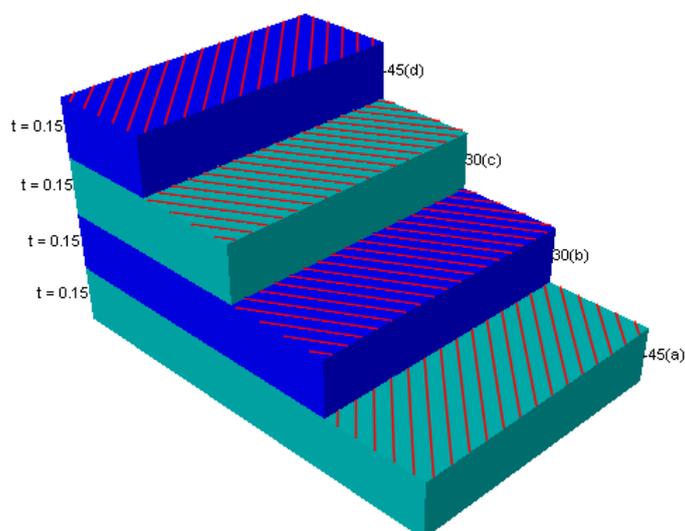
O modelo gerado no ABAQUS® é apresentado nas figuras abaixo. O carregamento foi aplicado na borda destacada. Na borda oposta, foram restritos todos os deslocamentos e

rotações. A avaliação das tensões e deformações foi feita no nó destacado, conforme a Figura 5.



**Figura 5. Laminado analisado (vista superior).**

Fonte: (Autores, 2018).



**Figura 6. Disposição das camadas do modelo gerado.**

Fonte: (Autores, 2018).

As tensões obtidas em cada camada a partir do algoritmo desenvolvido e do modelo computacional gerado são apresentadas na Tabela 2. Nota-se que os resultados se apresentaram próximos para ambas as análises.

**Tabela 2. Tensões obtidas para o modelo 1.**

Camada	$\sigma_1$ (MPa)		$\sigma_2$ (MPa)		$\tau_{12}$ (MPa)	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
-45°	88,02	89,20	-11,61	-11,47	33,48	33,48
30°	138,19	138,47	-14,61	-14,40	-32,70	-32,73
30°	138,19	138,47	-14,61	-14,40	-32,70	-32,73
-45°	88,02	89,20	-11,61	-11,47	33,48	33,48

O laminado como um todo está sendo submetido a uma força de tração, no eixo cartesiano X, o que faz com que haja uma tração nessa direção e compressão, devido ao efeito Poisson, no eixo cartesiano Y. Contudo, como as fibras, que atribuem resistência ao laminado, estão dispostas em direções diferentes, percebe-se diferenças dos valores ao longo do laminado, com a mudança de camada e consequente mudança na orientação das fibras.

Com isso, nota-se que para as tensões principais na direção 1 ( $\sigma_1$ ) de todas as camadas foram obtidos valores de tração, enquanto que na direção principal na direção 2 ( $\sigma_2$ ), também de todas as camadas, houve compressão. Nas tensões cisalhantes na direção 1,2 ( $\tau_{12}$ ), obteve-se valores positivos nas camadas de  $-45^\circ$  e negativos nas camadas de  $30^\circ$ .

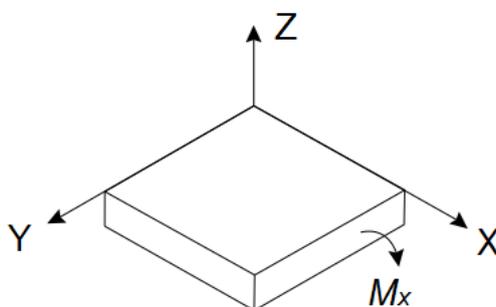
Similarmente às tensões, para as deformações também foi observada proximidade entre os resultados obtidos (Tabela 3). Analisando as deformações, devido as características das tensões geradas, houve uma predominância de alongamento na direção 1 ( $\epsilon_1$ ) e encurtamento na direção 2 ( $\epsilon_2$ ), assim como deformações cisalhantes nas direções 1,2 ( $\gamma_{12}$ ) positivas nas camadas de  $-45^\circ$  e negativas nas camadas de  $30^\circ$ .

**Tabela 3. Deformações obtidas para o modelo 1.**

Camada	$\epsilon_1$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\epsilon_2$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\gamma_{12}$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
$-45^\circ$	586,50	580,18	-1100,1	-1093,2	7608,5	7647,6
$30^\circ$	915,00	900,17	-1428,6	-1416,9	-7432,4	-7478,23
$30^\circ$	915,00	900,17	-1428,6	-1416,9	-7432,4	-7478,23
$-45^\circ$	586,50	580,18	-1100,1	-1093,2	7608,5	7647,6

## 5.2 Modelo 2: Laminado $[-45^\circ, 30^\circ]_s$ submetido a momento $M_x = 50000 \text{ N.m/m}$

Para esse caso, o laminado foi submetido a um momento no eixo cartesiano X, de intensidade  $M_x = 50000 \text{ N.m/m}$ , conforme a Figura 7. As camadas possuem espessura de 0,15 mm, sendo seu empilhamento idêntico ao da Figura 4. Além disso, o modelo computacional gerado, a borda na qual foi aplicada o momento e o nó em que foram avaliadas as tensões são os mesmos apresentados nas Figuras 5 e 6.



**Figura 7. Esquemática da ação do momento no laminado.**

Fonte: (Autores, 2018).

A seguir, são apresentados os resultados para as tensões no topo, centro e base de cada camada obtidos pelo algoritmo desenvolvido e pela modelagem computacional. Nota-se que os resultados através das análises foram próximos, apresentando a maior diferença para os valores no topo da segunda camada.

**Tabela 4. Tensões obtidas para o modelo 2.**

Camada	Ponto	$\sigma_1$ (MPa)		$\sigma_2$ (MPa)		$\tau_{12}$ (MPa)	
		Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
-45°	Topo	440,80	441,63	52,60	52,48	318,90	315,60
	Centro	330,60	331,22	39,40	39,36	239,20	236,70
	Base	220,40	220,81	26,30	26,24	159,40	157,80
30°	Topo	1666,90	1692,15	-60,30	-52,53	-137,10	-135,54
	Centro	833,40	853,20	-30,10	-26,27	-68,60	-67,77
	Base	0,00	2,52E-13	0,00	-2,15E-12	0,00	-1,25E-14
30°	Topo	0,00	-2,52E-13	0,00	2,15E-12	0,00	1,25E-14
	Centro	833,40	-853,20	30,10	26,27	68,60	67,77
	Base	-1666,90	-1692,15	60,30	52,53	137,10	135,54
-45°	Topo	-220,40	-220,81	-26,30	-26,24	-159,40	-157,80
	Centro	-330,60	-331,22	-39,40	-39,36	-239,20	-236,70
	Base	-440,80	-441,63	-52,60	-52,48	-318,90	-315,60

Nesse modelo, comparando-o com o modelo anterior, é visto que na presença de um momento  $M_x$ , para o mesmo empilhamento, há uma variação maior entre as tensões do topo, centro e base da camada, assim como um visível aumento em módulo, principalmente das tensões  $\sigma_1$  e nas tensões cisalhantes  $\tau_{12}$ , devido à natureza do carregamento.

Na Tabela 5 são exibidas as deformações para as análises realizadas.

**Tabela 5. Deformações obtidas para o modelo 2.**

Camada	Ponto	$\epsilon_1$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\epsilon_2$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\gamma_{12}$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )	
		Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
-45°	Topo	2760,00	2751,55	3641,00	3678,81	72476,00	71726,40
	Centro	2070,00	2063,67	2731,00	2759,10	54357,00	53794,80
	Base	1380,00	1375,78	1820,00	1839,40	36238,00	35863,20
30°	Topo	10850,00	10912,80	-7650,00	-7525,06	-31163,00	-30804,60
	Centro	5425,00	5564,40	-3825,00	-3762,53	-15581,00	-15402,30
	Base	0,00	1,31E-12	0,00	-1,68E-11	0,00	-2,85E-12
30°	Topo	0,00	-1,31E-12	0,00	1,68E-11	0,00	2,85E-12
	Centro	-5425,00	-5564,40	3825,00	3762,53	15581,00	15402,30
	Base	-10850,00	-10912,80	7650,00	7525,06	31163,00	30804,60
-45°	Topo	-1380,00	-1375,78	-1820,00	-1839,40	-36238,00	-35863,20
	Centro	-2070,00	-2063,67	-2731,00	-2759,10	-54357,00	-53794,80
	Base	-2760,00	-2751,55	-3641,00	-3678,81	-72476,00	-71726,40

### 5.3 Modelo 3: Laminado [0°,90°]s submetido ao carregamento térmico T= -150°C

A disposição das camadas para este modelo é apresentada na Figura 8. Cada camada possui espessura de 0,15 mm. A variação de temperatura foi aplicada de maneira uniforme ao longo de todo o laminado.

Para o modelo computacional gerado, o empilhamento das camadas encontra-se na Figura 9. O nó no qual foram avaliadas as tensões e deformações é mostrado na Figura 5.

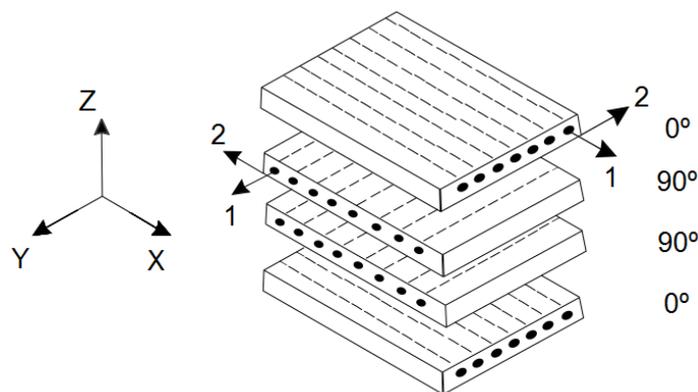


Figura 8. Empilhamento [0°,90°]s.

Fonte: (Autores, 2018).

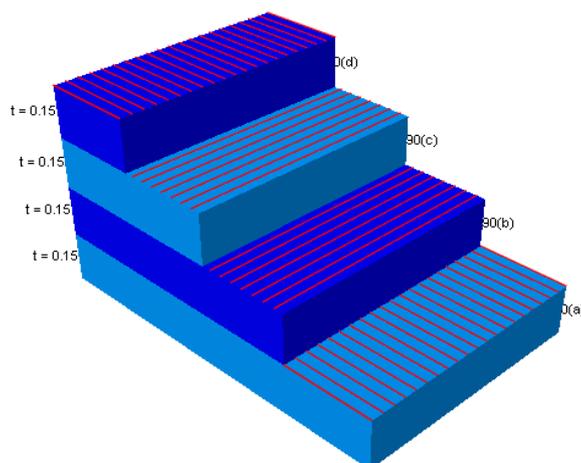


Figura 9. Disposição das camadas do modelo computacional.

Fonte: (Autores, 2018).

As tensões e deformações obtidas por meio das análises encontram-se nas Tabelas 6 e 7, respectivamente. Observa-se que para esse modelo os resultados encontrados foram praticamente os mesmos.

Tabela 6. Tensões obtidas para o modelo 3.

Camada	$\sigma_1$ (MPa)		$\sigma_2$ (MPa)		$\tau_{12}$ (MPa)	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
0°	-39,52	-39,52	39,52	39,52	0,00	0,00
90°	-39,52	-39,54	39,52	39,52	0,00	0,00
90°	-39,52	-39,54	39,52	39,52	0,00	0,00
0°	-39,52	-39,52	39,52	39,52	0,00	0,00

Nesse modelo, onde o laminado é submetido a um carregamento térmico, pode-se perceber que temperaturas negativas geram tensões de compressão na direção principal 1 ( $\sigma_1$ ) e tração na direção principal 2 ( $\sigma_2$ ), em todas as camadas. Além disso, os resultados mostram que para esse tipo de empilhamento não são geradas tensões e deformações cisalhantes; e que, como consequência da natureza das tensões, as deformações ( $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ ) são predominantemente compressivas. Ressalta-se também que o empilhamento, utilizado nesse modelo, gera mudanças mínimas nas tensões e deformações ao longo do laminado, entre uma camada e outra.

**Tabela 7. Deformações obtidas para o modelo 3.**

Camada	$\epsilon_1$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\epsilon_2$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\gamma_{12}$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
0°	-315,51	-315,49	-315,51	-315,93	0	0
90°	-315,51	-315,81	-315,51	-315,5	0	0
90°	-315,51	-315,81	-315,51	-315,5	0	0
0°	-315,51	-315,49	-315,51	-315,93	0	0

#### 5.4 Modelo 4: Laminado [0°,90°]s submetido ao carregamento térmico T= -150°C e mecânico Nx = 50400 N/m

O empilhamento das camadas para este modelo encontra-se na Figura 8, tendo cada uma 0,15 mm de espessura. A variação de temperatura se deu uniformemente ao longo do laminado e o carregamento foi aplicado na borda destacada na Figura 5. O nó selecionado para análise também é indicado nessa figura. A seguir são apresentados os resultados das análises.

**Tabela 8. Tensões obtidas para o modelo 4.**

Camada	$\sigma_1$ (MPa)		$\sigma_2$ (MPa)		$\tau_{12}$ (MPa)	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
0°	116,41	116,41	42,10	42,10	0,00	0,00
90°	-42,10	-42,20	51,59	51,59	0,00	0,00
90°	-42,10	-42,20	51,59	51,59	0,00	0,00
0°	116,41	116,41	42,10	42,10	0,00	0,00

Para essa combinação de resfriamento térmico com força normal na direção cartesiana X, houveram tensões de tração  $\sigma_1$  nas camadas de 0° e tensões de compressão  $\sigma_1$  nas camadas de 90°. Por outro lado, para as tensões  $\sigma_2$ , em todas as laminas, houve tração. Novamente, como no laminado da seção 5.3, as tensões cisalhantes foram nulas.

**Tabela 9. Deformações obtidas para o modelo 4.**

Camada	$\epsilon_1$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\epsilon_2$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\gamma_{12}$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )	
	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
0°	686,34	686,36	-351,50	-351,81	0	0
90°	-351,50	-351,81	686,34	686,36	0	0
90°	-351,50	-351,81	686,34	686,36	0	0
0°	686,34	686,36	-351,50	-351,81	0	0

As deformações, por sua vez, ao longo da direção da fibra ( $\epsilon_1$ ), foram de tração nas camadas de  $0^\circ$  e de compressão nas camadas de  $90^\circ$  ( $\epsilon_1$ ). Enquanto que, para as deformações transversais às fibras ( $\epsilon_2$ ), o resultado já esperado foi o inverso, de maneira que houve compressão das camadas de  $0^\circ$  e tração nas camadas de  $90^\circ$ .

### 5.5 Modelo 5: Laminado [ $0^\circ, 90^\circ$ ]s submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $M_x = 58000 \text{ N.m/m}$

As camadas, com espessura de 0,15 mm, foram posicionadas conforme a Figura 8. A aplicação do momento foi feita como indicado na Figura 7, na borda destacada pela Figura 5. O modelo computacional gerado é idêntico aos mostrados nas Figuras 5 e 9. Abaixo apresentam-se as tensões e deformações na base, centro e topo de cada camada, obtidas para este caso.

**Tabela 10. Tensões obtidas para o modelo 5.**

Camada	Ponto	$\sigma_1$ (MPa)		$\sigma_2$ (MPa)		$\tau_{12}$ (MPa)	
		Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
$0^\circ$	Topo	1053,30	1053,32	52,20	51,97	0,00	7,79E-10
	Centro	780,10	780,11	49,00	48,86	0,00	-5,82E-10
	Base	506,90	506,90	45,80	45,75	0,00	-3,93E-10
$90^\circ$	Topo	-83,80	-84,99	81,20	81,78	0,00	3,93E-10
	Centro	-61,60	-62,28	60,40	60,35	0,00	1,89E-10
	Base	-39,50	-39,57	39,50	39,52	0,00	0,00E+00
$90^\circ$	Topo	-39,50	-39,57	39,50	39,52	0,00	0,00E+00
	Centro	-17,40	-16,85	18,70	18,69	0,00	-1,89E-10
	Base	4,70	5,86	-2,20	-2,13	0,00	-3,93E-10
$0^\circ$	Topo	-585,90	-585,94	33,20	33,29	0,00	3,93E-10
	Centro	-859,20	-859,15	30,00	30,18	0,00	5,82E-10
	Base	-1132,40	-1132,36	26,90	27,06	0,00	7,86E-10

Nesse exemplo, de maneira similar ao da seção 5.2, os momentos geraram maiores módulos e uma distribuição de tensões e deformações mais variada, entre a base, o meio e o topo da lamina. Contudo, as tensões e deformações cisalhantes para esse caso foram mais próximas a  $0^\circ$ , devido a mudança do empilhamento.

**Tabela 11. Deformações obtidas para o modelo 5.**

Camada	Ponto	$\epsilon_1$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\epsilon_2$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )		$\gamma_{12}$ ( $\mu\text{mm/mm}$ )	
		Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem	Algoritmo	Modelagem
$0^\circ$	Topo	67149,00	67151,80	-10196,00	-10349,70	0,00	-1,81E-13
	Centro	49573,00	49575,10	-8436,00	-8551,81	0,00	-1,38E-13
	Base	31997,00	31998,50	-6676,00	-6753,87	0,00	-9,42E-14
$90^\circ$	Topo	-6676,00	-6753,87	31997,00	31998,50	0,00	9,42E-14
	Centro	-4915,00	-4955,93	14421,00	14421,80	0,00	4,44E-14
	Base	-3155,00	-3158,00	-3155,00	-3154,90	0,00	0,00E+00
$90^\circ$	Topo	-3155,00	-3158,00	-3155,00	-3154,90	0,00	0,00E+00
	Centro	-1395,00	-1360,00	-20731,00	-20731,60	0,00	-4,26E-14
	Base	365,00	437,88	-38307,00	-38308,30	0,00	-9,42E-14
$0^\circ$	Topo	-38307,00	-38308,30	365,00	434,88	0,00	9,42E-14
	Centro	-55884,00	-55884,90	2126,00	2236,00	0,00	1,37E-13
	Base	-73460,00	-73461,60	3886,00	4033,37	0,00	1,81E-13



## 6 CONCLUSÃO

A ferramenta computacional desenvolvida apresentou coerência nos resultados, quando comparados aos dados do software ABAQUS® Student Edition, Versão 6.14-2, amplamente usado para esse tipo de problema, gerando dados de tensão e deformação nas direções principais 1 e 2.

Com esses dados, foi possível realizar análises do comportamento mecânico do laminado quando o mesmo é submetido a diferentes carregamentos, sendo eles: força normal, momento e carregamentos térmicos, apresentando respostas mecânicas diferentes para cada um dos casos. Além disso, foi possível perceber que a mudança no empilhamento das camadas pode influenciar de maneira considerável as tensões e deformações.

Por fim, foi possível demonstrar de maneira analítica e numérica como as distribuições de tensões e deformações se comportam ao longo da espessura de um painel laminado, quando submetido a carregamentos térmicos e mecânicos.

## AGRADECIMENTOS

Dedicamos os mais sinceros agradecimentos aos integrantes do grupo de pesquisa de materiais compósitos que participaram do PIBIC no ciclo 2016/2017, que com esforço, contribuíram para que fosse possível desenvolver essa linha de pesquisa na UFAL – Campus do Sertão, em especial ao orientador da pesquisa Romildo dos Santos Escarpini Filho, pelo entusiasmo e contribuições durante e após a pesquisa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CALLISTER, W. D. *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 7. ed. York: John Wiley & Sons, Inc., 2007, p. 578-603.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *Um Primeiro Curso em Elementos Finitos*. Editora LTC, 2007, p. 1-8.
- GIBSON, Ronald F. *Principles of composite material mechanics*. CRC press, 1994, p. 77-83.
- HULL, D.; CLYNE, T. W. *An introduction to composite materials*. 2. ed. Cambridge university press, 1996, p. 43-49.
- JONES, Robert M. *Mechanics of Composite Materials*. 2. ed. Philadelphia: Taylor & Francis Inc., 1999, p. 190-203.
- KAW, A. K. *Mechanics of Composite Materials*. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. 473 p.
- REDDY, J. N. (Ed.). *Mechanics of composite materials: selected works of Nicholas J. Pagano*. Springer Science & Business Media, 1994, p. 209-232.
- REDDY, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. 2. ed. Florida: CRC Press, 2004, p. 2-83.
- TITA, V. *Projeto e Fabricação de Estruturas em Material Compósito Polimérico*. Notas de aula. Universidade de São Paulo, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2007, p. 5-33,