



DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE AÇO E CONCRETO

Optimized design of mixed steel and concrete filled columns

Jéssica Salomão Lourenção (1); Élcio Cassimiro Alves (2)

(1) Engenheira Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - ES, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - ES, Brasil.

Email para Correspondência: elcio.calves1@gmail.com; (P) jessica_lourencao@hotmail.com

Resumo: A utilização de perfis de aço de seções tubulares para pilares mistos preenchidos de aço e concreto é uma solução interessante para a construção civil, visto que esse tipo de perfil apresenta grande resistência aos esforços solicitantes, além da dispensa do uso de formas e proteção contra o fogo e a corrosão. Este artigo objetiva estudar o dimensionamento otimizado de pilares mistos preenchidos de aço e concreto seguindo as prescrições da NBR 8800:2008 e da NBR 16239:2013. O desenvolvimento da formulação será feito dentro da plataforma do Matlab, com uma interface gráfica visando à facilidade de manuseio do usuário. A solução do problema será obtida via método dos pontos interiores, programação quadrática sequencial e algoritmo genético para verificar a eficiência dos algoritmos de otimização. Exemplos de aplicação serão apresentados de modo a validar a formulação proposta bem como desenvolver um estudo do comportamento de cada técnica com relação à resistência efetiva da solução otimizada.

Palavras chaves: Pilares Mistos; Otimização; Perfil Tubular.

Abstract: The use of tubular sections to filled concrete columns of steel and concrete is an interesting solution for the civil construction, since this type of profile presents great resistance to the requesting efforts, besides the dispensation of the use of forms and protection against the fire and corrosion. This article aims to study the optimized design of filled concrete columns of steel and concrete following the requirements of NBR 8800:2008 and NBR 16239:2013. The development of the formulation will be done within the *Matlab* platform, along with an interface that provides the user an easier manipulation. The solution of the problem will be obtained through the interior points method, quadratic sequential programming and genetic algorithm to verify the efficiency of the optimization algorithms. Application examples will be presented to validate the proposed formulation as well as create a detail study of the behavior of each technique with reference to the effective resistance of the optimized solution.

Keywords: *Mixed Columns; Optimization; Tubular Section.*



1 INTRODUÇÃO

Os perfis tubulares de aço sempre foram muito utilizados na construção civil por apresentarem grande resistência aos esforços solicitantes, além de apresentarem vantagens tais como proteção contra o fogo e a corrosão e dispensa do uso de formas. Um pilar misto preenchido é composto por um perfil de aço que trabalha em conjunto com o concreto, unindo a capacidade de resistência do aço com a robustez do concreto, apresentando três tipos de geometrias de seções transversais disponíveis, circular, retangular e quadrada, possibilitando assim, inúmeras geometrias de seções transversais com ou sem armações que satisfazem cada situação de esforço solicitante.

Pilares mistos com este tipo de configuração foram citados em estudos como os de Fernandes (1997), De Nardin (1999), De Nardin (2003), Oliveira (2008), Gomes (2015), entre outros. Entretanto, os mesmos não apresentaram estudos que retratassem o dimensionamento desses pilares seguindo as exigências das normas brasileiras de dimensionamento, motivando assim, o desenvolvimento deste estudo.

Este artigo objetiva apresentar a formulação e os critérios para o dimensionamento otimizado de pilares mistos preenchidos de aço e concreto baseado nas prescrições da NBR 8800:2008 e da NBR 16239:2013. Para tal, será desenvolvido um programa computacional no *software Matlab* que, após definidos os dados dos materiais, comprimento do pilar, características do ambiente e os esforços solicitantes de cálculo, dimensionará o pilar de forma otimizada, utilizando, para a otimização determinística, o método dos pontos interiores (IP) e a programação quadrática sequencial (SQP) e para a otimização probabilística, o algoritmo genético (AG), existentes na biblioteca do *Matlab*.

2 DIMENSIONAMENTO DE PILARES MISTOS PREENCHIDOS DE AÇO E CONCRETO

2.1 Hipóteses básicas e limites de aplicabilidade do dimensionamento

O anexo P da NBR 8800:2008 aborda as diretrizes para o dimensionamento por método simplificado. As hipóteses básicas adotadas pelo método simplificado são: total interação entre aço e concreto; a flambagem local não pode ser um estado-limite último predominante; e as imperfeições iniciais são consistentes com aquelas adotadas na determinação da resistência de barras de aço.

O método ainda possui alguns limites de aplicabilidade, tais quais: os pilares mistos devem ter dupla simetria e seções transversais constantes ao longo do comprimento; o concreto deve possuir densidade normal; a contribuição do perfil metálico para a capacidade resistente da seção mista deve estar entre 0,2 e 0,9, conforme Eq. (1); a esbelteza relativa do pilar não pode ser superior a 2,0, de acordo com Eq. (2); as seções transversais preenchidas com concreto podem ser fabricadas sem qualquer armadura, exceto para algumas condições em situação de incêndio; a relação entre a altura e a largura das seções transversais mistas retangulares deve estar entre 0,2 e 5; e o projeto das armaduras deve atender aos requisitos da NBR 6118:2014.

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (1)$$

$$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (2)$$

onde:

- A_a área do aço;
- f_{yd} limite de escoamento do aço dividido pelo coeficiente de resistência do aço (γ_a);
- $N_{pl,Rd}$ definido conforme Eq. (3);
- $N_{pl,R}$ valor de $N_{pl,Rd}$ tomando-se os coeficientes de resistência γ_a , γ_c e γ_s iguais a 1,0;
- N_e definido conforme Eq. (8).

2.2 Flambagem local dos elementos de aço

Para garantir a hipótese de que as resistências de todos os materiais devem ser atingidas sem que ocorra flambagem local dos elementos componentes do perfil de aço da seção transversal, não podem ser ultrapassadas as seguintes relações, conforme Tabela 1.

Tabela 1- Limitação do índice de esbeltez local dos pilares mistos preenchidos

Morfologia da seção	Limite de esbeltez
Seção tubular retangular e quadrada preenchida	$\frac{b_i}{t} \leq 2,26 \sqrt{\frac{E_a}{f_y}}$
Seção tubular circular Preenchida	$\frac{D}{t} \leq 0,15 \frac{E_a}{f_y}$

Fonte: ABNT NBR 8800:2008

onde:

- b_i maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular;
- D diâmetro externo do perfil tubular circular;
- t espessura da parede do perfil tubular retangular ou circular;
- E_a módulo de elasticidade do aço;
- f_y limite de escoamento do aço.

2.3 Dimensionamento segundo a NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013

2.3.1 Dimensionamento a força axial de compressão

A força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total é calculada de acordo com a Eq. (3).

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + \alpha A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \quad (3)$$

onde:

A_a, A_c, A_s	respectivas áreas do aço, concreto e armadura;
f_{yd}	limite de escoamento do aço dividido pelo coeficiente de resistência do aço (γ_a);
f_{cd}	resistência característica à compressão dividido pelo coeficiente de resistência do concreto (γ_c);
f_{sd}	limite de escoamento da armadura dividido pelo coeficiente de resistência da armadura (γ_s);
α	coeficiente igual a 0,95 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e 0,85 para as demais seções.

Devido aos efeitos de retração e fluência do concreto, uma redução no módulo de elasticidade do concreto é aplicada, tomando-se no lugar de E_c , o valor de $E_{c,red}$ descrito na Eq. (4).

$$E_{c,red} = E_c \frac{1}{1 + \left(\frac{N_{G,sd}}{N_{sd}}\right)\varphi} \quad (4)$$

onde:

E_c	módulo de elasticidade do concreto calculado conforme a NBR 6118:2014;
$N_{G,sd}$	parcela da força axial solicitante de cálculo devida a ação permanente e ação decorrente do uso de atuação quase permanente;
N_{sd}	força axial solicitante de cálculo;
φ	coeficiente de fluência do concreto, onde simplificada mente admite-se que seja tomado igual a 2,5 nas seções total ou parcialmente revestidas com concreto e igual a 0 nas seções tubulares preenchidas com concreto.

A rigidez efetiva à flexão e a rigidez axial efetiva à compressão são calculadas respectivamente na Eq. (5) e Eq. (6), conforme a NBR 8800:2008. No entanto, a NBR 16239:2013 recomenda-se utilizar a Eq. (7) no cálculo da rigidez efetiva à flexão.

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,6 E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (5)$$

$$(EA)_e = E_a A_a + E_{c,red} A_c + E_s A_s \quad (6)$$

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,7 E_c I_c + E_s I_s \quad (7)$$

onde:

I_a, I_c, I_s	momentos de inércia do aço, concreto e armadura;
$E_a, E_{c,red}, E_s$	módulos de elasticidade do aço, reduzido do concreto e armadura;
A_a, A_c, A_s	áreas do aço, concreto e armadura.

A força axial de flambagem elástica, Eq. (8), e o fator de redução da resistência, conforme a NBR 8800:2008, Eq. (9) e Eq. (10), são obtidos conforme as equações mencionadas. No entanto, a NBR 16239:2013 recomenda utilizar a Eq. (11) para o cálculo do fator de redução da resistência.

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (8)$$

$$\lambda_{0,m} \leq 1,5 \rightarrow \chi = 0,658\lambda_{0,m}^2 \quad (9)$$

$$\lambda_{0,m} > 1,5 \rightarrow \chi = \frac{0,877}{\lambda_{0,m}^2} \quad (10)$$

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_{0,m}^{4,48})^{\frac{1}{2,24}}} \quad (11)$$

onde:

KL comprimento de flambagem do pilar;

$\lambda_{0,m}$ a esbeltez relativa do pilar, conforme Eq. (2).

Portanto, o cálculo da força axial resistente de cálculo é dado na Eq. (12) e posteriormente a capacidade resistente do pilar à compressão é verificada garantindo que a força axial resistente de cálculo seja maior ou igual a força axial solicitante de cálculo, Eq. (13).

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (12)$$

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \quad (13)$$

2.3.2 Dimensionamento a flexo-compressão

Para o dimensionamento de pilares mistos sujeitos aos efeitos combinados de força axial de compressão e momento fletor em relação a um ou aos dois eixos de simetria da seção transversal podem ser utilizados um modelo de cálculo mais simplificado, modelo de cálculo I, ou um modelo mais rigoroso, modelo de cálculo II, de acordo com a NBR 8800:2008 ou um modelo de cálculo proposto pela NBR 16239:2013.

Para tal, o momento fletor resistente de plastificação de cálculo ($M_{pl,Rd}$) de seções mistas duplamente simétricas em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$, e o momento fletor máximo resistente de plastificação ($M_{max,pl,Rd}$) em relação ao eixo x ou ao eixo y, $M_{max,pl,x,Rd}$ e $M_{max,pl,y,Rd}$, podem ser calculados de acordo com as Eq. (14) e Eq. (15).

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5f_{cd1}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (14)$$

$$M_{max,pl,Rd} = f_{yd}Z_a + 0,5f_{cd1}Z_c + f_{sd}Z_s \quad (15)$$

onde:

Z_a, Z_c, Z_s módulos de resistência do aço, do concreto e armadura;

f_{yd}, f_{sd} Resistências de cálculo ao escoamento do aço e armadura;

f_{cd1} produto de αf_{cd} ;

Z_{an}, Z_{cn}, Z_{sn} módulos de resistência plástico de acordo com o tipo de seção transversal, definidos a seguir.

O cálculo do módulo de resistência plástico para seções circulares preenchidas e seções tubulares retangulares e quadradas é descrito nas Eq. (16) a (27).

- Seção tubular circular, de acordo com a Figura 1:

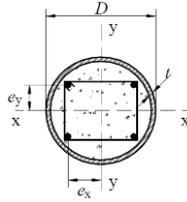


Figura 1 – Seção tubular circular preenchida com concreto

Fonte: (ABNT NBR 8800, 2008)

$$Z_c = \frac{(D - 2t)^3}{4} - \frac{2}{3} \left(\frac{D}{2} - t \right)^3 - \left(\frac{D}{2} - t \right)^2 (4 - \pi) \left(\frac{D}{2} - t - \left(\frac{D}{2} - t \right) \right) - Z_s \quad (16)$$

$$Z_s = \sum_{i=1}^n |A_{si} e_i| \quad (17)$$

$$h_n = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn} (2f_{sd} - f_{cd1})}{2Df_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (18)$$

$$Z_{sn} = \sum_{i=1}^n |A_{sin} e_i| \quad (19)$$

$$Z_{cn} = (D - 2t) h_n^2 - Z_{sn} \quad (20)$$

$$Z_{an} = D h_n^2 - Z_{cn} - Z_{sn} \quad (21)$$

onde:

- A_{sn} soma das áreas das barras da armadura na região de altura $2h_n$;
- A_{si} área da barra da armadura;
- A_{sin} área de cada barra da armadura na região de altura $2h_n$;
- e_i distância do eixo da barra da armadura ao eixo de simetria relevante;
- e_{yi} distância do eixo da barra da armadura ao eixo x.

- Seção tubular retangular e quadrada, de acordo com a Figura 2:

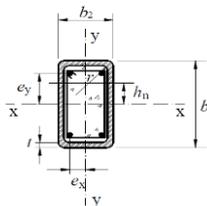


Figura 2 – Seção tubular retangular/quadrada preenchida com concreto

Fonte: (ABNT NBR 8800, 2008)

- Eixo x:

$$Z_{c,x} = \frac{(b_2 - 2t)(b_1 - 2t)^2}{4} - \frac{2}{3} r^3 - r^2 (4 - \pi) \left(\frac{b_1}{2} - t - r \right) - Z_{s,x} \quad (22)$$

$$Z_{s,x} = \sum_{i=1}^n |A_{si} e_i| \quad (23)$$

$$h_{n,x} = \frac{A_c f_{cd1} - A_{sn} (2f_{sd} - f_{cd1})}{2b_2 f_{cd1} + 4t(2f_{yd} - f_{cd1})} \quad (24)$$

$$Z_{sn,x} = \sum_{i=1}^n |A_{sin} e_{yi}| \quad (25)$$

$$Z_{cn,x} = (b_2 - 2t) h_n^2 - Z_{sn,x} \quad (26)$$

$$Z_{an,x} = b_2 h_n^2 - Z_{cn,x} - Z_{sn,x} \quad (27)$$

- Eixo y:

Para o cálculo com relação ao eixo y, devem ser utilizadas as equações relativas ao eixo x, porém substituindo entre si as dimensões b_1 e b_2 , bem como os índices subscritos x e y.

2.3.2.1 Modelo de cálculo I (NBR 8800:2008)

No Modelo de Cálculo I, o diagrama de interação é composto por duas retas, como indica a Figura 3 e a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores deve satisfazer as Eq. (28) e (29).

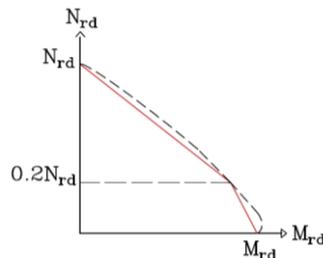


Figura 3 – Diagrama de interação momento fletor-força normal

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2 \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad (28)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2 \quad \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) \leq 1,0 \quad (29)$$

onde:

N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;

N_{Rd} força axial resistente cálculo;

$M_{x,Sd}, M_{y,Sd}$ momentos fletores solicitantes em relação ao eixo x e ao eixo y da seção mista, respectivamente;

$M_{x,Rd}, M_{y,Rd}$ momentos fletores resistentes de cálculo em relação ao eixo x e ao eixo y da seção mista, respectivamente, dado por $M_{pl,x,Rd}$ e $M_{pl,y,Rd}$.

2.3.2.2 Modelo de cálculo II (NBR 8800:2008)

No Modelo de Cálculo II, a curva de interação é formada por três retas, como indica a Figura 4, o que pode aproximar melhor os segmentos de reta à curva tracejada que representa a relação do pilar flexo-comprimido. A interação entre o momento fletor e a força normal atuante devem satisfazer as Eq. (30) a (32), sendo o cálculo de μ_y idêntico ao cálculo de μ_x , apenas substituindo as grandezas referentes a x por y.

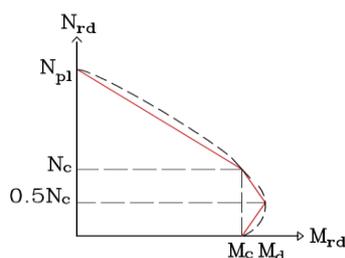


Figura 4 – Diagrama de interação momento fletor-força normal

$$N_{Sd} \geq N_c \quad \mu_x = 1 - \frac{N_{Sd} - N_{pl,c,Rd}}{N_{pl,Rd} - N_{pl,c,Rd}} \quad (30)$$

$$\frac{N_c}{2} \leq N_{Sd} \leq N_c \quad \mu_x = \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right) \left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} \quad (31)$$

$$0 \leq N_{Sd} \leq \frac{N_c}{2} \quad \mu_x = \left(1 - \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}}\right) \left(\frac{2N_{Sd}}{N_{pl,c,Rd}} - 1\right) + \frac{M_{d,x}}{M_{c,x}} \quad (32)$$

onde:

- N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;
- $N_{pl,c,Rd}$ ou N_c produto de $f_{cd}A_c$;
- $N_{pl,Rd}$ conforme definido na Eq. (3);
- $M_{c,x}, M_{c,y}$ são dados, respectivamente por $0,9M_{pl,x,Rd}$ e $0,9M_{pl,y,Rd}$ obtidos conforme Eq. (14);
- $M_{d,x}, M_{d,y}$ são dados, respectivamente por $0,8M_{max,pl,x,Rd}$ e $0,8M_{max,pl,y,Rd}$ obtidos conforme Eq. (15). Caso $M_{d,x} < M_{c,x}$, então $M_{d,x}$ deve ser tomado igual a $M_{c,x}$. O mesmo deve ser feito em relação ao eixo y.

Os momentos devidos às imperfeições ao longo do pilar, respectivamente em relação aos eixos x e y são obtidos conforme a Eq. (33) e Eq. (34).

$$M_{x,i,Sd} = \frac{N_{Sd}L_x}{200 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}}\right)} \quad (33)$$

$$M_{y,i,Sd} = \frac{N_{Sd}L_y}{150 \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_{e2,y}}\right)} \quad (34)$$

onde:

N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;
 L_x, L_y comprimento do pilar entre contenções laterais;
 $N_{e2,x}, N_{e2,y}$ força axial de flambagem elástica em relação aos eixos x e y, obtidos conforme Eq. (8).

Assim, os momentos fletores solicitantes de cálculo totais, caso não seja feita análise mais rigorosa, são dados na Eq. (35) e Eq. (36).

$$M_{x,tot,Sd} = M_{x,Sd} + M_{x,i,Sd} \quad (35)$$

$$M_{y,tot,Sd} = M_{y,Sd} + M_{y,i,Sd} \quad (36)$$

onde:

$M_{x,Sd}, M_{y,Sd}$ momentos fletores solicitantes de cálculo.

Portanto, a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores pode ser feita por meio da Eq. (37) e Eq. (38).

$$N_{Rd} \geq N_{Sd} \quad (37)$$

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1,0 \quad (38)$$

2.3.2.3 Modelo de cálculo (NBR 16239:2013)

No Modelo de cálculo, o diagrama de interação é composto por duas retas, como indica a Figura 5. A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores é feita por meio da Eq. (39) e Eq.(40).

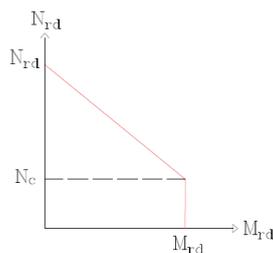


Figura 5 – Diagrama de interação momento fletor-força normal

$$N_{Sd} \leq N_c \quad \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1,0 \quad (39)$$

$$N_{Sd} \leq N_c \quad \frac{N_{Sd} - N_c}{N_{Rd} - N_c} + \frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \leq 1,0 \quad (40)$$

onde:

N_{Sd} força axial solicitante de cálculo;

N_c força axial de compressão resistente de cálculo referente apenas à parcela de concreto, dada pelo produto $\chi N_{pl,c,Rd}$;

$M_{x,Sd}, M_{y,Sd}$ momentos fletores solicitantes de cálculo;
 $M_{x,Rd}, M_{y,Rd}$ são dados, respectivamente por $0,9M_{pl,x,Rd}$ e $0,9M_{pl,y,Rd}$ obtidos conforme Eq. (14).

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Dimensionamento otimizado determinístico

A otimização contínua será formulada com base no método dos Pontos Interiores (IP) e na Programação Quadrática Sequencial (SQP). O problema de otimização se baseia em encontrar a solução ótima que maximize ou minimize a função objetivo e no caso do dimensionamento de pilares mistos preenchidos de aço e concreto, a função objetivo minimiza, Eq. (41), o custo total do pilar (por metro linear), sendo que a mesma engloba o custo do concreto, do perfil de aço e das armaduras utilizadas, sendo definida por:

$$f_{(\min)} = C_a A_a p_a + C_c A_c + C_s A_s p_s \quad (41)$$

Em que C_a é o custo do perfil de aço (R\$/kg), A_a é a área de aço total do perfil, p_a é o peso específico do aço (kg/m^3), C_c é o custo do concreto (R\$/ m^3), A_c é a área de concreto na seção transversal do perfil de aço (m^2), C_s é o custo das armaduras de aço (R\$/kg), A_s é a área das armaduras de aço (m^2) e p_s é o peso específico das armaduras (kg/m^3).

A partir disso, a solução ótima para a função objetivo é dada por meio de cálculos iterativos que alteram os valores das variáveis sucessivamente, até obter o ponto mínimo. Assim, os pilares mistos de seção tubular circular, Figura 6 (a), possuem as seguintes variáveis de projeto: $x_1 = D$, referente ao diâmetro do perfil, $x_2 = t$, sendo a espessura do perfil, $x_3 = f_{ck}$, é a resistência característica do concreto a compressão e $x_4 = A_s$, a área das armaduras de aço. Já os pilares mistos de seção tubular retangular, Figura 6 (b), possuem como variáveis de projeto: $x_1 = b$, referente a base do perfil, $x_2 = h$, sendo a altura do perfil, $x_3 = t$, espessura do perfil, $x_4 = f_{ck}$, é a resistência característica do concreto a compressão e $x_5 = A_s$, a área das armaduras de aço. Para os pilares mistos de seção tubular quadrada, Figura 6 (c), temos $x_1 = b$, referente ao base do perfil, $x_2 = t$, sendo a espessura do perfil, $x_3 = f_{ck}$, é a resistência característica do concreto a compressão e $x_4 = A_s$, a área das armaduras de aço.

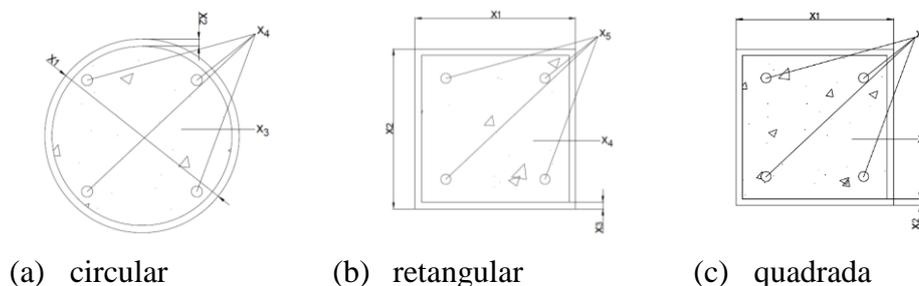


Figura 6 – Variáveis de projeto

A solução ótima deve atender às funções de restrições, as quais, em geral, são recomendações e exigências das normas de dimensionamento. As funções de restrições inseridas no programa foram as equações mencionadas nos Tópicos 2.3.1 e 2.3.2.

3.2 Dimensionamento otimizado probabilístico

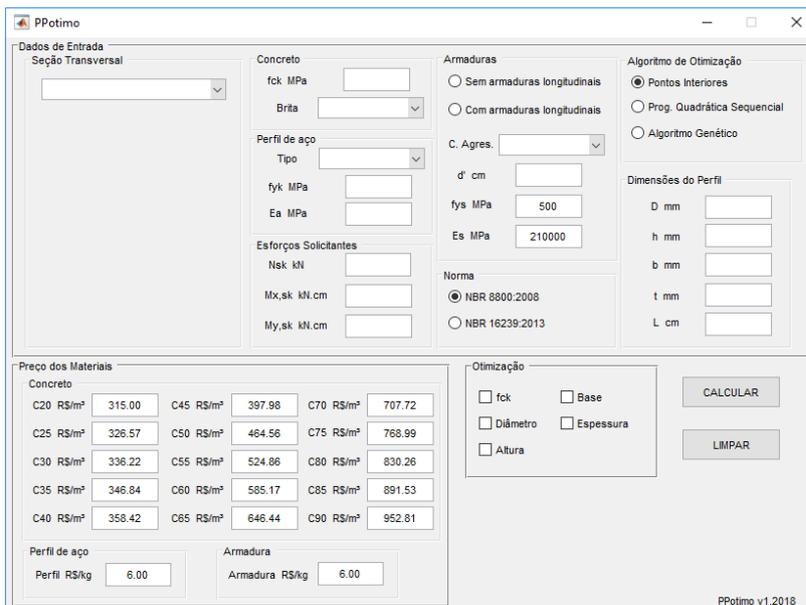
A técnica de otimização usada para o problema de variável discreta, foi o Algoritmo Genético o qual determina o mínimo de uma função aptidão, Eq. (42), neste caso, o custo total do pilar misto preenchido de aço e concreto.

$$f_{\text{aptidão}}(X') = \begin{cases} X' \rightarrow X \\ f(X) = C_a A_a p_a + C_c A_c + C_s A_s p_s \end{cases} \quad (42)$$

A variável X' é um vetor com 8 variáveis para os casos de seção tubular circular e quadrada e um vetor com 9 variáveis para o caso de seção tubular retangular, onde todas possuem os valores de 0 ou 1, exclusivamente, para cada célula do vetor. Por fim, as restrições seguem o mesmo padrão que as funções de restrições para a otimização determinística, sendo obtidas nos Tópicos 2.3.1 e 2.3.2.

4 EXEMPLOS

A interface gráfica foi desenvolvida com o auxílio do GUIDE (Graphical User Interface Development Environment), Figura 7, do Matlab. Nessa interface é possível fazer a verificação do perfil determinado pelo usuário quando selecionado as opções do método dos Pontos Interiores (IP) e o método da Programação Quadrática Sequencial (SQP) e Algoritmos Genéticos (AG).



The screenshot shows the PPotimo software interface with the following sections:

- Dados de Entrada**: Section Transversal (dropdown).
- Concreto**: fck MPa, Brita (dropdown), Perfil de aço Tipo (dropdown), fyk MPa, Ea MPa.
- Esforços Solicitantes**: Nsk kN, Mx,sk kN.cm, My,sk kN.cm.
- Armaduras**: Sem armaduras longitudinais, Com armaduras longitudinais, C. Agres. (dropdown), d' cm, fys MPa, Es MPa.
- Algoritmo de Otimização**: Pontos Interiores (selected), Prog. Quadrática Sequencial, Algoritmo Genético.
- Dimensões do Perfil**: D mm, h mm, b mm, t mm, L cm.
- Norma**: NBR 8800:2008 (selected), NBR 16239:2013.
- Preço dos Materiais**:

C20 R\$/m³	315.00	C45 R\$/m³	397.98	C70 R\$/m³	707.72
C25 R\$/m³	326.57	C50 R\$/m³	464.56	C75 R\$/m³	768.99
C30 R\$/m³	336.22	C55 R\$/m³	524.86	C80 R\$/m³	830.26
C35 R\$/m³	346.84	C60 R\$/m³	585.17	C85 R\$/m³	891.53
C40 R\$/m³	358.42	C65 R\$/m³	646.44	C90 R\$/m³	952.81
- Perfil de aço**: Perfil R\$/kg (6.00).
- Armadura**: Armadura R\$/kg (6.00).
- Otimização**: fck, Base, Diâmetro, Espessura, Altura (checkboxes).
- Buttons**: CALCULAR, LIMPAR.
- Footer**: PPotimo v1.2018.

Figura 7 – Interface gráfica do software

4.1 Pilar misto preenchido de perfil tubular circular

O primeiro exemplo é de um pilar misto preenchido composto por perfil tubular circular submetido a compressão axial e flexão oblíqua no eixo x, Figura 8, de solução dada por um software *PilarMisto 3.04.11* (Caldas, Fakury E Souza Jr, 2018) utilizando a NBR 8800:2008. Dados do problema:

Diâmetro do perfil tubular = 323,80mm
 Espessura do perfil tubular = 12,5mm
 Comprimento do pilar misto = 4000mm
 Resistência do concreto (f_{ck}) = 30MPa
 Limite de escoamento do aço (f_{yk}) = 250MPa
 Carregamento vertical (N_{Sk}) = 1428,57kN
 Momento na direção x ($M_{x,Sk}$) = 9428,57kN
 Momento na direção y ($M_{y,Sk}$) = 0kN

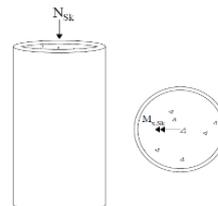


Figura 8 – Pilar misto circular

A Tabela 2 apresenta os resultados quando se aplica as técnicas de otimização para este exemplo.

Tabela 2- Resultados das restrições dos softwares para o exemplo 1

Método	D (mm)	t (mm)	f_{ck} (MPa)	N_{Rd} (kN)	$M_{x,Rd}$ (kN.cm)	$M_{y,Rd}$ (kN.cm)	FS1	FS2	CT (R\$)
Pilar Misto 3.04.11	323,8	12,5	30	3821	30611	30611	0,91	0,80	-
Dimensionamento	323,8	12,5	30	3836	30611	30611	0,90	0,87	2397
IP	324,8	6,4	30	5136	19216	19216	1,00	0,76	1497
SQP	324,8	6,4	30	5136	19216	19216	1,00	0,76	1497
AG	323,8	7,1	80	4865	20631	20631	0,98	0,80	1580

Primeiramente, foi realizado o dimensionamento do pilar misto pelo programa, para efeito de validação do mesmo, o qual apresentou como resultado um aumento de 0,4% da força resistente de compressão axial quando comparado com o dimensionamento realizado pelo software *PilarMisto 3.04.11*. Isso pode ter ocorrido devido a alguma inconsistência na formulação das áreas de aço e de concreto, como também dos esforços resistentes. No entanto, não houve diferença entre os valores dos momentos resistentes em nenhum dos eixos. Já o fato de os fatores de segurança serem diferentes é devido ao fato de a força resistente de compressão possuir esse acréscimo de 0,4%.

Após isso, foi realizado a otimização desse pilar misto preenchido de perfil circular. Os resultados encontrados pela otimização contínua, IP e SQP, apresentaram um perfil tubular de diâmetro superior, porém com uma espessura inferior ao do dimensionamento. Além disso, os dois métodos mostraram que não houve diferença nas soluções. No entanto, o resultado encontrado pela otimização discreta, AG, foi diferente devido a busca por um perfil padronizado por catálogos de tubos estruturais, neste caso, um perfil circular de dimensões externas 323,8x7,1mm, que ocasionou um custo elevado comparado com os algoritmos determinísticos, porém um custo menor em relação ao dimensionamento tradicional. Assim, como pode ser observado, o melhor resultado foi obtido pela otimização contínua, chegando numa diferença percentual de 37,5% quando comparado com a solução dada no

dimensionamento. Contudo, não existe um perfil circular padronizado com tais dimensões externas.

4.2 Pilar misto preenchido de perfil tubular quadrado

Um pilar misto preenchido composto por perfil tubular quadrado submetido somente a uma compressão axial, Figura 9, de solução dada pelo software PilarMisto 3.04.11 (Caldas, Fakury e Souza Jr, 2018) utilizando a NBR 8800:2008. Dados do problema:

Base do perfil tubular = 150,00mm
 Altura do perfil tubular = 150,00mm
 Espessura do perfil tubular = 12,5mm
 Comprimento do pilar misto = 3000mm
 Resistência do concreto (f_{ck}) = 30MPa
 Limite de escoamento do aço (f_{yk}) = 250MPa
 Carregamento vertical (N_{Sk}) = 714,29kN
 Momento na direção x ($M_{x,Sk}$) = 0kN
 Momento na direção y ($M_{y,Sk}$) = 0kN

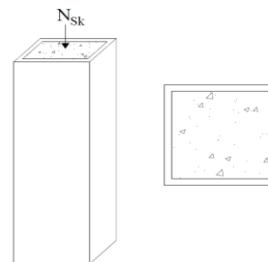


Figura 9 – Pilar misto quadrado

A Tabela 3 apresenta os resultados tanto para o dimensionamento quanto para otimização aplicada neste exemplo.

Tabela 3- Resultados das restrições dos softwares para o exemplo 2

Método	b (mm)	t (mm)	f_{ck} (MPa)	N_{Rd} (kN)	$M_{x,Rd}$ (kN.cm)	$M_{y,Rd}$ (kN.cm)	FS1	FS2	CT (R\$)
Pilar Misto 3.04.11	150,0	12,5	30	1555	8229	8229	0,00	0,00	-
Dimensionamento	150,0	12,5	30	1468	7780	7780	0,00	0,00	930
IP	140,1	3,6	90	1000	2733	2733	0,00	0,00	324
SQP	140,1	3,6	90	1000	2733	2733	0,00	0,00	324
AG	200	6,4	20	1381	8578	8578	0,00	0,00	710

Novamente, foi realizado o dimensionamento pelo programa, o qual apresentou uma redução de 5,6% no resultado da força resistente de compressão axial, uma redução de 5,5% no resultado dos momentos resistentes no eixo x e no eixo y, quando comparados com o dimensionamento realizado pelo software PilarMisto 3.04.11, podendo ser ocasionado devido a consideração dos raios externos e internos do perfil.

De forma similar ao exemplo anterior, foi realizado a otimização do pilar misto preenchido de seção tubular. Os resultados encontrados pela otimização contínua, IP e SQP, obtiveram um perfil tubular quadrado de dimensões externas reduzido, ocasionando uma redução no custo do pilar, e mostraram que não houve diferença entre as soluções. Já, o resultado encontrado pela otimização discreta, AG, obteve um custo superior em relação aos algoritmos determinísticos devido a utilização de perfis padronizados por catálogos estruturais. Portanto, o melhor resultado foi obtido pela otimização contínua, com uma diferença percentual de 65,1% quando comparado com a solução dada no dimensionamento. Em relação ao AG o custo foi reduzido em 23,65% comparado com o dimensionamento tradicional.

4.3 Pilar misto preenchido de perfil tubular circular

Neste exemplo, é dado um pilar misto preenchido composto por perfil tubular circular submetido a uma compressão axial e a flexão oblíqua no eixo x, Figura 10, de solução dada por Canales (2014) utilizando a NBR 16239:2013. Dados do problema:

Diâmetro do perfil tubular = 323,80mm
 Espessura do perfil tubular = 10,3mm
 Comprimento do pilar misto = 4000mm
 Resistência do concreto (f_{ck}) = 30MPa
 Limite de escoamento do aço (f_{yk}) = 250MPa
 Carregamento vertical (N_{Sk}) = 1428,57kN
 Momento na direção x ($M_{x,Sk}$) = 9428,57kN
 Momento na direção y ($M_{y,Sk}$) = 0kN

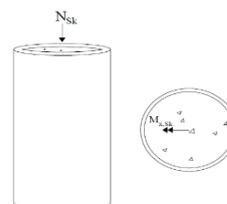


Figura 10 – Pilar misto circular

Na Tabela 4 é apresentada os resultados tanto para o dimensionamento quanto para as soluções obtidas aplicando as formulações de otimização para o problema.

Tabela 4- Resultados das restrições dos softwares para o exemplo 3

Método	D (mm)	t (mm)	f_{ck} (MPa)	N_{Rd} (kN)	$M_{x,Rd}$ (kN.cm)	$M_{y,Rd}$ (kN.cm)	FS3	CT (R\$)
Canales (2014)	328,3	10,3	30	3430	26006	26006	0,88	-
Dimensionamento	323,8	10,3	30	3722	26006	26006	0,75	2008
IP	286,4	5,7	90	4377	13200	13200	1,00	1165
SQP	286,4	5,7	90	4377	13200	13200	1,00	1165
AG	273,0	6,4	90	4070	13234	13234	1,00	1212

Para efeito de validação dos resultados, foi realizado o dimensionamento do pilar misto pelo programa, o qual apresentou um aumento de 8,5% no resultado da força resistente de compressão axial quando comparado com o dimensionamento realizado por Canales (2014) e uma diminuição no fator de segurança devido a força de resistente de compressão.

Após isso, foi realizado a otimização do pilar misto preenchido. Os métodos IP e SQP, de otimização contínua, mostraram que não houve diferença nas soluções obtidas e apresentaram uma redução no custo, visto que os métodos não se baseiam em perfis tubulares de catálogos estruturais. Já o resultado encontrado pela otimização discreta, AG, obteve um custo mais alto, encontrando um perfil tubular circular de dimensões externas 273,0x6,4mm. Novamente, o melhor resultado foi obtido pela otimização contínua, chegando numa redução no custo final de 41,98% e em relação ao AG uma redução de 39,6%.

4.4 Pilar misto preenchido de perfil tubular quadrado

Um pilar misto preenchido composto por perfil tubular quadrado submetido a compressão axial e flexão oblíqua no eixo x, Figura 11, de solução dada por Canales (2014) utilizando a NBR 16239:2013. Dados do problema:

Base do perfil tubular = 290,00mm
 Altura do perfil tubular = 290,00mm
 Espessura do perfil tubular = 9,5mm
 Comprimento do pilar misto = 4000mm
 Resistência do concreto (f_{ck}) = 30MPa
 Limite de escoamento do aço (f_{yk}) = 250MPa
 Carregamento vertical (N_{Sk}) = 1428,57kN
 Momento na direção x ($M_{x,Sk}$) = 9428,57kN
 Momento na direção y ($M_{y,Sk}$) = 0kN

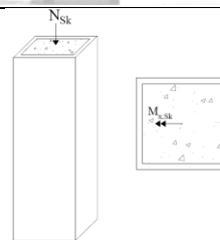


Figura 11 – Pilar misto quadrado

De forma similar ao exemplo anterior, a Tabela 5 apresenta os resultados para o exemplo proposto.

Tabela 5- Resultados das restrições dos softwares para o exemplo 4

Método	b/h (mm)	t (mm)	f_{ck} (MPa)	N_{Rd} (kN)	$M_{x,Rd}$ (kN.cm)	$M_{y,Rd}$ (kN.cm)	FS3	CT (R\$)
Canales (2014)	290,0	9,5	30	3400	27612	27612	0,89	-
Dimensionamento	290,0	9,5	30	3664	27612	27612	0,77	2063
IP	239,8	5,9	90	3784	13200	13200	1,00	1221
SQP	239,8	5,9	90	3784	13200	13200	1,00	1221
AG	240	6,4	70	3341	13862	13862	0,95	1252

Novamente, o dimensionamento do pilar misto foi realizado pelo programa, o qual apresentou um aumento de 7,7% no resultado da força resistente de compressão axial quando comparado com o dimensionamento realizado por Canales (2014) e uma diminuição no fator de segurança devido a força de resistente de compressão. Isso pode ter ocorrido devido ao fato de considerarmos o valor do raio externo e interno dos perfis tubulares como sendo duas vezes a espessura e uma vez a espessura, respectivamente.

De forma similar aos exemplos anteriores, os resultados encontrados pelo IP e SQP, otimização contínua, mostraram que não houve diferença nas soluções, além de encontrarem um pilar misto de custo reduzido. Já, o resultado encontrado pelo AG obteve um custo relativamente superior devido a utilização de perfis padronizados por catálogos de tubos estruturais. Assim, a otimização contínua obteve uma redução final no custo do pilar de 41,66% e em relação ao AG uma redução de custo de 39,3%.

5 CONCLUSÕES

Conforme os exemplos apresentados, os resultados encontrados pela otimização contínua, método dos pontos interiores e programação quadrática sequencial, convergiram para uma mesma solução em todos os exemplos, apontando que a solução encontrada em torno dessas dimensões é a solução otimizada do problema. Já a otimização discreta obteve soluções com custos superiores aos encontrados pela otimização contínua, devido a utilização de perfis padronizados por catálogos de tubos estruturais e efetivamente o que será utilizada. Além disso, prevê-se a adequação do programa a mais catálogos de perfis comerciais, a fim de buscar o dimensionamento otimizado nas mais variadas situações. Para todos os exemplos o AG encontrou uma solução melhor em relação a solução proposta inicialmente.



No mais, realizar o dimensionamento otimizado de pilares mistos preenchidos frente as solicitações impostas ao mesmo, possibilita ao profissional uma análise mais analítica para a escolha do tipo de perfil tubular, bem como as dimensões deste elemento estrutural e a resistência do concreto, garantindo assim uma redução de valores expressivos para o seu custo total.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira De Normas Técnicas. ABNT, NBR 8800: *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*, 2008.
- Associação Brasileira De Normas Técnicas. ABNT, NBR 16239: *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares*, 2013.
- Caldas, R. B; Fakury, R. H.; Souza Jr; J. B. M. *PilarMisto 3.04.11: verificação de pilares mistos de aço e concreto segundo a ABNT NBR 8800:2008 e a NBR 14323:2010*. Belo Horizonte: UFMG, Departamento de Engenharia de Estruturas. Acesso em: 26 julho 2018.
- Canales, A. F. 2014. *Estudo do dimensionamento de pilares de aço tubulares e pilares mistos de perfis tubulares preenchidos com concreto de acordo com a ABNT NBR 16239:2013*. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão.
- Fernandes, J. 1997. *Pilares mistos: tubos de aço com seções quadradas e retangulares e núcleo de concreto de alta resistência*. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas.
- De Nardin, S. 1999. *Estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto de alta resistência*. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- De Nardin, S. 2003. *Pilares mistos preenchidos: estudo da flexo-compressão e de ligações viga-pilar*. Tese (Doutor em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Gomes, H. 2015. *Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares com concreto de alto desempenho*. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- Oliveira, W. 2008. *Análise teórico-experimental de pilares mistos preenchidos de seção circular*. Tese (Doutor em Engenharia de Estruturas) – Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- Vallourec Tubos Do Brasil: Tubos estruturais seção circular, quadrada e retangular. Minas Gerais: Belo Horizonte, 2017. 56 p. Catálogo estrutural.