

MUDANÇA DE COORDENADAS EM INTEGRAIS MÚLTIPLAS E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Pedro Aurélio Cardoso da Silva¹; Janine Freitas Mota²

Resumo

Este estudo tem como objetivo analisar as dificuldades manifestadas por estudantes, identificadas por meio de um teste diagnóstico, ao realizar a transição entre diferentes registros de representação semiótica em tarefas que envolvem a Mudança de Coordenadas em Integrais Múltiplas. Para isso, foi aplicado um teste diagnóstico a doze estudantes dos períodos 5º ao 8º do curso de Licenciatura em Matemática da Unimontes. Os resultados mostram que, embora muitos consigam interpretar questões por meio do registro gráfico, encontram obstáculos ao converter essas informações para o registro algébrico. Esses achados destacam a importância de práticas pedagógicas que promovem a integração entre visualizações gráficas e cálculos algébricos.

Palavras-chave: TRRS; Cálculo Integral; Mudança de Coordenadas.

Introdução

O ensino de Cálculo, essencial para formações em Matemática, Engenharia e Ciências Aplicadas, apresenta desafios significativos para muitos estudantes. A disciplina, conhecida por sua complexidade, frequentemente é abordada com métodos predominantemente algébricos e formais, os quais podem negligenciar a construção de significados mais profundos. Esses fatores estão entre as causas das altas taxas de reprovação. Segundo Mota (2021), as dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de Cálculo vão além do contexto brasileiro, configurando um problema de escala global. A autora destaca que a abstração característica do Cálculo, aliada à ausência de integração entre as representações gráficas e analíticas, dificulta a assimilação dos conceitos, promovendo um aprendizado superficial e automatizado. Métodos tradicionais, que priorizam a memorização de fórmulas e a repetição de exercícios, não estimulam o desenvolvimento de habilidades críticas nem favorecem a compreensão aprofundada, fundamentais para as disciplinas que sucedem o Cálculo.

Além disso, a defasagem na aprendizagem da Matemática básica, adquirida durante a Educação Básica, afeta diretamente o desempenho dos estudantes no Cálculo. Muitos ingressam no Ensino Superior sem um domínio sólido dos conceitos fundamentais, o que prejudica a compreensão de conteúdos mais avançados. Conforme apontado por Rosa et al. (2023), a incapacidade de utilizar de forma eficiente conhecimentos prévios, associada à dificuldade em lidar com a abstração de conceitos matemáticos, resulta em baixo rendimento acadêmico e, frequentemente, contribui para a evasão dos cursos. Essas dificuldades são intensificadas por

práticas de estudo inadequadas e uma falta de organização no aprendizado, fatores que comprometem o tempo e o esforço dedicados à disciplina.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida por Duval (2009), propõe uma estrutura teórica que enfatiza a relevância de trabalhar com diferentes registros de representação, como gráficos, tabelas, expressões algébricas e diagramas, para favorecer a compreensão de conceitos matemáticos. De acordo com Duval, a habilidade de traduzir e articular informações entre esses registros é essencial para a construção de um conhecimento matemático consistente. No ensino de Cálculo, essa perspectiva torna-se especialmente significativa em tópicos como a Mudança de Coordenadas em Integrais Múltiplas, onde a integração de diversos registros pode facilitar o entendimento dos conceitos envolvidos.

O estudo aqui apresentado faz parte de uma pesquisa de mestrado mais ampla em que foram levantadas dificuldades relativas ao ensino e a aprendizagem de Integrais Múltiplas, com uma revisão de literatura. Nesse contexto, o objetivo central deste trabalho é analisar as dificuldades manifestadas por estudantes, identificadas por meio de um teste diagnóstico, ao realizar a transição entre diferentes registros de representação semiótica em tarefas que envolvem a Mudança de Coordenadas em Integrais Múltiplas.

Metodologia

Conforme Artigue (1996), a Engenharia Didática é composta por quatro fases que podem se articular de maneira não linear. Em diversas situações, essas etapas precisam ser integradas ou até mesmo ocorrer simultaneamente para garantir maior eficácia no processo. A fase inicial, chamada de análise preliminar, busca compreender o contexto de ensino, identificando os obstáculos que dificultam a aprendizagem. Em seguida, na etapa de concepção e análise a priori, são elaboradas atividades didáticas com base em previsões sobre as reações e dificuldades dos estudantes. A fase de experimentação envolve a aplicação dessas atividades, permitindo ajustes conforme as interações dos alunos. Por fim, a análise a posteriori compara os dados obtidos com as hipóteses iniciais, possibilitando a validação ou revisão de conjecturas e gerando subsídios para futuras intervenções pedagógicas.

Este trabalho concentra-se especificamente na segunda fase descrita por Artigue (1996), enfatizando sua relevância como uma avaliação do controle do significado. Essa etapa é fundamental, pois está alinhada à perspectiva construtivista, que destaca o papel ativo do estudante na construção do conhecimento através de interações com o ambiente. A Teoria das Situações Didáticas, que fundamenta a abordagem da Engenharia Didática, busca, desde sua

formulação, compreender e controlar as relações entre os significados atribuídos pelos estudantes e os contextos nos quais esses significados são construídos.

Com base nesses pressupostos e visando atender às necessidades específicas do contexto estudado, a fase de concepção foi adaptada. Nessa etapa, foi desenvolvido e aplicado um teste diagnóstico, fundamentado nas dificuldades identificadas na fase anterior. O objetivo principal foi tanto aprofundar a compreensão sobre essas dificuldades quanto validar ou complementar as informações já descritas na literatura.

O teste diagnóstico foi aplicado a estudantes do 5º ao 8º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Montes Claros. Essa faixa foi escolhida porque esses alunos já haviam cursado, no 4º período, a disciplina Cálculo Diferencial e Integral III, na qual, conforme a ementa do curso, são trabalhados os temas de integração dupla, integração tripla e Mudança de Coordenadas. A resolução do teste ocorreu com a presença do pesquisador, sendo disponibilizado aos participantes um prefácio contendo os resultados matemáticos necessários para a execução das atividades. Durante o processo, foram utilizadas observação sistemática e registros narrativos das falas e ações dos estudantes, buscando captar tanto suas estratégias quanto as dificuldades enfrentadas ao resolver as questões.

Na etapa de análise posterior, todos os registros escritos dos participantes foram coletados, optando-se por não utilizar recursos de gravação de áudio. O grupo de estudo foi composto por 12 estudantes que aceitaram participar voluntariamente das atividades. Dado que o foco da pesquisa é o ensino e a aprendizagem das mudanças de coordenadas polares, cilíndricas e esféricas, com base nos fundamentos da TRRS, cada questão do teste foi elaborada com o objetivo de avaliar a habilidade dos estudantes em aplicar essas mudanças para resolver problemas de cálculo em várias variáveis. As questões buscavam explorar tanto a compreensão conceitual quanto a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação.

Resultados e discussão

A análise dos resultados do teste diagnóstico aplicado aos estudantes revelou evidências que, em parte, confirmam os achados teóricos descritos na literatura. Os dados mostraram que a transição entre sistemas de coordenadas, como cartesianas para polares ou cilíndricas, continua sendo um desafio considerável para muitos alunos. Além disso, uma dificuldade recorrente identificada foi a ausência de uma base sólida em conceitos fundamentais de Álgebra e Geometria, o que compromete a fluidez e a precisão no trabalho com essas transformações.

Na primeira tarefa, que envolvia a conversão de uma região delimitada por circunferências no plano cartesiano para coordenadas polares, oito dos doze estudantes foram

capazes de calcular a Integral Dupla. No entanto, muitos enfrentaram dificuldades na representação gráfica precisa da região de integração, como já foi observado por Cometti (2018). Esse resultado evidencia a dificuldade dos estudantes em transitar entre os registros gráfico e algébrico, o que, conforme Duval (2009), é uma das atividades cognitivas mais complexas e desafiadoras de se dominar, dado que a conversão entre esses registros não ocorre de forma espontânea.

Na segunda tarefa, que envolvia o cálculo do volume de uma piscina circular com profundidade variável usando coordenadas polares, os resultados destacaram ainda mais claramente a dificuldade enfrentada pelos estudantes. Apenas um aluno foi capaz de realizar a conversão correta do registro gráfico para o algébrico. Essa limitação reforça a necessidade, apontada por Thieghi (2021) e Cometti (2018), de fortalecer o trabalho com múltiplos registros de representação e o uso de tecnologias que favoreçam a visualização de situações tridimensionais complexas.

Os resultados obtidos na terceira tarefa, que demandava o uso de coordenadas cilíndricas para calcular o volume de um sólido, também evidenciaram as dificuldades enfrentadas pelos estudantes. Apenas três participantes conseguiram realizar corretamente a conversão entre os registros gráfico e algébrico. Essa dificuldade já foi destacada por Silva (2019) e Rocha (2019), que apontam a transição para a compreensão de formas tridimensionais como um dos principais desafios no ensino de Cálculo.

Na quarta tarefa, que exigia a determinação dos limites de integração para uma região tridimensional, apenas dois estudantes conseguiram realizar corretamente a transição entre os registros gráfico e algébrico. Esse resultado confirma as observações de Cometti (2018), que destaca a dificuldade em coordenar múltiplos registros de representação, particularmente em contextos que envolvem representações tridimensionais.

Na quinta e última tarefa, que demandava o uso de coordenadas esféricas para calcular o volume de um sólido delimitado por uma esfera e um cone, os desafios foram ainda mais expressivos. Apenas um participante conseguiu realizar corretamente a conversão entre os registros gráfico e algébrico, o que ressalta a complexidade envolvida na resolução desse tipo de problema. Esse resultado reforça a necessidade de estratégias pedagógicas que priorizem tanto o desenvolvimento da habilidade de transitar entre registros quanto o uso de tecnologias digitais que facilitem a visualização de regiões tridimensionais.

Conclusões

As dificuldades dos estudantes em transitar entre diferentes registros de representação semiótica no ensino de Mudanças de Coordenadas em Integrais Múltiplas são significativas. A ausência de uma base sólida em conceitos de Álgebra e Geometria compromete o desempenho. A conversão entre registros gráficos e algébricos é um desafio recorrente. A representação gráfica das regiões de integração apresenta dificuldades expressivas. A utilização de coordenadas polares, cilíndricas e esféricas evidencia lacunas na compreensão conceitual. O uso de tecnologias digitais e estratégias pedagógicas específicas é necessário para superar os desafios identificados.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio financeiro concedido por meio da concessão de bolsa de estudos.

Referências

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didáctica, In: BRUN, J. *Didactiques des Mathématiques*, Paris: Delachaux et Niestlé, 1996, p. 243-364.

COMETTI, Antônio Márcio. *Discutindo o ensino de integrais múltiplas no cálculo de várias variáveis: contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem*. 2018. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/10011>. Acesso em: 30 set. 2022.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MOTA, Janine Freitas. *Um estudo ontosemiótico sobre os conhecimentos didático-matemáticos de aplicações da Integral Definida com estudantes de Matemática*. 2021. 291f Tese (Doutorado em Educação Matemática) Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2021. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/23641>. Acesso em: 10 nov. 2023.

ROCHA, Fredson Valois Coutinho da. *A utilização do Geogebra no estudo dos conceitos de limite, derivada e integral definida*. 2019 96 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: https://portais.univasf.edu.br/profmat/dissertacao_fredson_valois_coutinho_da_rocha.pdf. Acesso em: 10 nov. 2023.

ROSA, Éllen Caroline Costa Santa; SILVA, Daniel Leite Mesquita da; BARROS, André Vinícius Mendes; AMARAL, Tatiane Reis do; LEITE, Neila Marcelle Gualberto. O panorama das atividades não presenciais relativas ao Pré-Cálculo e Cálculo I no IFNMG - Campus Montes Claros. Revista Foco, [S. l.], v. 16, n. 8, p. e2824, 2023. DOI: 10.54751/revistafoco.v16n8-140. Disponível em: <https://ojs.focopublicacoes.com.br/foco/article/view/2824>. Acesso em: 20 ago. 2024.

SILVA, Rodrigo Tavares da. *Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido*. 2019. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4331>. Acesso em: 15 out. 2023.

THIEGHI, Leila Thomazelli. Utilização do aplicativo “Waze” no cálculo de distância através da integral definida. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 43, p. e20210020, 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/RVDFGRY4jd6YCs65X6vHYXw/?lang=pt#>. Acesso em: 01 jan. 2024.