

## INFLUÊNCIA DO TAMANHO DO ESPAÇO AMOSTRAL NOS TESTES DE NORMALIDADE DE SHAPIRO-WILK, KOLMOGOROV-SMIRNOV E ANDERSON-DARLING

**Daniel Lucena Saraiva**

FBUni – Centro Universitário Farias Brito  
xxdaniel.ls@gmail.com

**Mauricio Johnny Loos**

FBUni – Centro Universitário Farias Brito  
mauricioloos@hotmail.com

**RESUMO:** Define-se como simulação a representação computacional de um modelo real. Para a elaboração de um modelo computacional de processos é necessário conhecimento avançado sobre o processo a ser modelado em si quanto em estatística. Modelar computacionalmente um sistema do mundo real significa criar uma réplica digital deste sistema, que possua a capacidade de se comportar de maneira semelhante ao sistema original de tal forma que, ao interagir com o usuário, permita a este a realização de experimentos com a intenção final de um maior entendimento e compreensão do sistema real por meio da inferência estatística. Para que um modelo possa criar uma história artificial do sistema real, é fundamental que este traga consigo a possibilidade de apresentar um comportamento que apresente variação com o tempo, à semelhança com o sistema real em si. Em modelos voltados à simulação, este objetivo é alcançado pela utilização de distribuições de probabilidades como forma de representar a multiplicidade de ocorrências de eventos aleatórios, porém existem 3 métodos de se desvendar qual distribuição de probabilidade mais se adéqua a um conjunto de dados específicos: métodos gráficos (histogramas, *boxplots*, *Q-Q-plots*), métodos numéricos (coeficientes de *skewness* e *kurtosis*) e testes formais. O *goodness-of-fit* de um conjunto de dados descreve o quão bem o conjunto de dados observados se acomoda a um outro conjunto de dados referência. Este trabalho compara a influência do tamanho do conjunto de dados nos testes de Shapiro-Wilk (SW), Kolmogorov-Smirnov (KS) e Anderson-Darling (AD). Os resultados do estudo foram obtidos após realizações repetidas do teste *goodness-of-fit* de diferentes conjuntos de dados normais com variação do tamanho do espaço amostral.

**PALAVRAS-CHAVE:** Estatística. *Goodness-of-fit*. Distribuições estatísticas. Indústria 4.0. Simulação de eventos discretos. Normalidade. Testes de aderência.

## 1. Introdução

A Indústria 4.0 é um tema que vem sendo estudado por todo o mundo e ganhando o nome de 4ª Revolução Industrial por ser uma etapa de grande importância no âmbito mundial.

Os principais pilares da Indústria 4.0 são o *Big Data*, inteligência artificial e Internet das Coisas. A aplicação do *Lean Thinking* tem gerado resultados sólidos na transformação do setor industrial. As ferramentas associadas a essa filosofia ocasionam o uso mais eficiente de recursos e promovem a melhoria contínua. Enquanto o mapeamento do fluxo de valor retrata o estado atual dos processos internos, pode-se utilizá-lo para ter-se a origem do plano aonde se quer chegar. Projetar processos e sistemas, considerando as variáveis que podem incidir sobre a produção de forma antecipada, dá solidez ao *Lean*.

O emprego da simulação a eventos discretos como método de análise e solução de problemas tem aumentado nos últimos anos entre os vários tipos de organizações. A simulação por computador permite a experimentação, buscando as opções que oferecem melhores resultados. Ainda que os custos de programas de modelagem possam ser altos, os avanços obtidos significam economia consistente de recursos, principalmente para empresas de maior porte. De toda forma, o rápido desenvolvimento tecnológico tem permitido que mesmo médias e pequenas indústrias possam utilizar ferramentas de simulação.

A importância do saber se um conjunto de dados obedece a algum dos modelos estatísticos teóricos é inegável, uma vez que sua descoberta é premissa de muitos procedimentos estatísticos, como testes t, análise de regressão linear, análise discriminante e Análise de Variância (ANOVA). Dentre os procedimentos comuns para avaliar se uma amostra aleatória de tamanho  $n$  é proveniente de uma população e obedece a alguma das distribuições teóricas, tem-se: métodos gráficos (histogramas, *boxplots*, *Q-Q-plots*) e métodos numéricos (índices de *skewness* e *kurtosis*).

Esse artigo comparou a influência do tamanho do espaço amostral na resposta correta sobre o tipo de curva que um determinado conjunto de dados pode representar. Os testes formais utilizados foram os de Shapiro-Wilk (SW), Kolmogorov-Smirnov (KS) e Anderson-Darling (AD) e os conjuntos de dados normais utilizados foram gerados pelo próprio sistema através de parâmetros pré-determinados.

## 2. Referencial teórico

Neste capítulo do trabalho temos uma sequência de tópicos que tratarão sobre as revoluções industriais até o advento da indústria 4.0, simulações de eventos discretos e testes de aderência a distribuições estatísticas.

### 2.1. Revoluções industriais

O avanço tecnológico tem promovido diversas modificações nos processos produtivos, com repercussões amplas não somente na indústria como também na sociedade, que foram chamadas de revoluções. A fim de facilitar e otimizar a produtividade, elas se aproveitaram da tecnologia, expandindo-se pelo mundo. As revoluções industriais foram um grande marco na história da humanidade, seus desdobramentos afetaram todo mundo. Cavalcante (2011) fala que foi um acontecimento extremamente importante para a humanidade, pois mudou o processo produtivo, onde os produtos deixaram de ser manufaturados e passaram a ser maquinofaturados, o que permitiu uma produção em massa, possibilitando assim colocar mais e mais produtos no mercado e a preços muito mais atrativos.

Estas revoluções foram divididas em três, apesar de possuírem uma correlação, e consistiram basicamente em um conjunto de mudanças que aconteceram na Europa nos séculos XVIII e XIX. O fator de maior relevância destas foi a substituição do trabalho artesanal pelo assalariado e com utilização de máquinas.

A primeira Revolução Industrial ocorreu entre 1760 a 1860 na Inglaterra. Nesta época houve surgimento de indústrias têxteis com a utilização de tear mecânico e o surgimento das primeiras máquinas a vapor. A segunda Revolução Industrial ocorreu no período de 1860 a 1900, na Alemanha, França, Rússia e Itália. As principais inovações desse período foram o emprego do aço, utilização da energia elétrica e dos combustíveis derivados do petróleo, a invenção do motor a explosão, da locomotiva a vapor e o desenvolvimento de produtos químicos foram. A terceira Revolução Industrial engloba os avanços tecnológicos do século XX e XXI, como computador, fax, a engenharia genética e o celular. Conforme BDI (2013), esta revolução é marcada pela introdução do computador no chão de fábrica, utilizando dispositivos que permitem a gestão do processo de produção, favorecendo a tomada de decisões. Schwab (2016) afirma que esta é chamada de revolução digital, pois foi impulsionada pelo desenvolvimento dos semicondutores, da computação e da internet, redução do tamanho dos computadores, associada ao fenômeno da globalização, acompanhada pela criação de áreas de livre comércio, blocos econômicos integrados e pela interligação dos mercados internacionais.

A quarta revolução industrial, também chamada de indústria 4.0, ocorre nas primeiras décadas do século XXI e, segundo Schwab (2016) baseia-se na revolução digital, caracterizando-se pela maior mobilidade da internet e a sua globalização, por sensores reduzidos e mais eficientes que se tornaram mais baratos, e também pela inteligência artificial e aprendizagem automática.

## 2.2. Indústria 4.0

Segundo Banzato (2016) o termo indústria 4.0 foi utilizado primeiramente na Alemanha (se tornou pioneira nesta revolução industrial) e reconhecido como “fábrica inteligente”. O conceito de Indústria 4.0, engloba também as etapas da cadeia de valor do desenvolvimento de produtos, como projeto, desenvolvimento, experimentos, tanto quanto a simulação das possibilidades de produção até o pós-venda. Nesse novo cenário industrial os sistemas embutidos espertos trabalham juntos comunicando-se sem fio, revolucionando assim a produção. Segundo a CNI (2016) a indústria 4.0 é composta por maior número de componentes tecnológicos para a integração deste novo sistema que inclui a internet como inovação na indústria, substituindo ainda mais a mão de obra humana pela automatizada na operação da fábrica possibilitando a redução dos prazos de lançamento de produtos no mercado, a ampliação da flexibilidade das fábricas, expandindo a produtividade e eficiência na utilização de recursos, assim como, o potencial de integração das empresas em cadeias globais de valor. Assim, o aumento da flexibilidade das fábricas permite a customização em massa, conforme os requisitos dos diversos consumidores.

Baygin (2016) fala que a indústria 4.0 está focada na melhoria contínua em termos de eficiência, segurança, produtividade das operações e especialmente no retorno do investimento. O tema de indústria 4.0 tem por objetivo descrever um olhar de como será uma fábrica no futuro. A partir desta visão é possível observar que as fábricas serão muito mais flexíveis, dinâmicas, ágeis e inteligentes, pois os princípios da indústria 4.0 consistem em capacidade de operação em tempo real, virtualização, descentralização, orientação a serviços e modularidade.

As principais tecnologias habilitadoras por trás dessa revolução incluem a internet das coisas (IoT), o *big data*, a computação em nuvem, a robótica avançada, a inteligência artificial (IA), novos materiais e tecnologias de manufatura aditiva (impressão 3D) e manufatura híbrida (funções aditivas e de usinagem em uma mesma máquina).

### 2.3. Simulações de eventos discretos

Devido as necessidades das empresas no que diz respeito às respostas rápidas e flexibilidade para mudanças de cenários, as análises de simulações passaram a ser uma estratégia que tem crescido em utilização na manufatura visando resolução de problemas complexos e no auxílio ao processo de tomada de decisões pelo fato de a mesma incorporar ao estudo a interdependência e a aleatoriedade dos fenômenos, elementos não considerados pelas técnicas tradicionais e que tornam os sistemas em estudo muito próximos da realidade.

Segundo Harrel (2000) a simulação pode ser definida como a imitação de um sistema real, através de um modelo computacional, para avaliação e melhoria de seu desempenho enquanto para Law & Kelton (1991), a simulação é a importação da realidade para um ambiente controlado, em que seu comportamento pode ser estudado sob várias condições e sem a presença de riscos físicos ou grandes custos envolvidos. Sendo assim, de acordo com PIDD (1998), para sistemas dinâmicos, complexos e componentes interativos, como os de manufatura, a simulação computacional é uma ferramenta bastante adequada. Banks (2000) fala que a simulação envolve a criação de uma história artificial da realidade e, com base nela, são realizadas observações e inferências nas características de operação do sistema real representado.

As vezes não existe um sistema real a ser simulado, segundo Longo (2006) nessas circunstâncias a simulação se torna uma ferramenta cognitiva, pois não há parâmetros reais comparativos, mas caso haja é importante que seja desenvolvido para uma proposta específica e sua validade deve estar de acordo com esta proposta, como dito por Sargent (2004).

Simulação não é uma técnica de otimização, sua utilização está em estimar medidas de performance de um sistema modelado e pode ser empregada para a análise de métodos, implantação de leiautes, análise de indicadores fabris, aderência de datas de entregas programadas, controle do estoque em processo, planejamento da cadeia de suprimentos, programação da produção, previsão de gastos, avaliação de cenários e várias outras situações. Outra saída das simulações não está diretamente ligada ao processo simulado em si, mas na mudança de mentalidade das lideranças sobre as impossibilidades de realizações de atividades antes criadas por estes como algo atingível, nos levando à importância do fator humano para fornecer uma base realista para apoio à tomada de decisão (ILAR, 2008).

### 2.4. Testes de aderência a distribuições

Grande parte dos problemas que encontramos em estatística são tratados com a hipótese que os dados são retirados de uma população com uma distribuição de probabilidade específica. Em alguns casos, assumir a normalidade dos dados é o primeiro passo que tomamos para simplificar a análise.

Os testes de aderência a distribuições são aqueles que objetivam checar se um determinado conjunto de dados está aderente ou não a um outro conjunto de dados tomado como referência. Normalmente esses testes são feitos com base comparativa à distribuição normal, uma vez que esta é um pré-requisito fundamental para muitos procedimentos estatísticos, como testes t, análise de regressão linear, análise discriminante e análise de variância (ANOVA). Suas metodologias de cálculo podem trabalhar sob premissas diferentes como através do cálculo dos coeficientes de *skewness* e *kurtosis* do conjunto de dados, sua distribuição ou função característica, e a relação linear existente entre a distribuição da variável e a variável normal padrão, Z.

Segundo Dufour et al. (1998), existem aproximadamente 40 testes de normalidade e estes se dividem em categorias. Park (2008) dividiu os testes de normalidade em duas categorias: testes de estatística descritiva, cujo as conclusões são tomadas com base nos coeficientes de *skewness* e *kurtosis*, e os testes teóricos que são onde Shapiro-Wilk,

Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling se enquadram. Seier (2002) subdividiu os testes de normalidade em quatro subcategorias principais que são: testes de *skewness* e *kurtosis*, testes de distribuição empírica, teste de regressão e correlação e testes especiais. Arshad et al. (2003) também categorizaram os testes de normalidade em quatro categorias: testes de tipos chi-quadrado, técnicas de relação de momento, testes baseados em correlação e testes baseados em função de distribuição empírica (FDE).

#### 2.4.1. Testes de Shapiro-Wilk

O teste de Shapiro-Wilk pode ser utilizado para avaliar as hipóteses:

$H_0$ : *A amostra provém de uma distribuição normal.*

$H_1$ : *A amostra não provém de uma distribuição normal.*

Shapiro e Wilk (1965) propuseram a estatística para este teste como sendo:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i \cdot y_i)^2}{(\sum_{i=1}^n y_i \cdot \bar{y})^2}$$

onde:

$y_i$  é o coeficiente de ordem  $i^n$

$\bar{y}$  é a média da amostra

$$a_i = (a_1, \dots, a_n) = \frac{m^{\tau} \cdot v^{-1}}{\sqrt{m^{\tau} \cdot v^{-1} \cdot v^{-1} \cdot m}}$$

O valor de W para o teste de SW é entre 0 e 1 e quanto menor for esse valor, maior a rejeição à normalidade.

O teste de SW inicialmente era restrito a amostras com espaços amostrais de tamanho inferior a 50 unidades, mas Royston (1995), após observações sobre a influência da variável  $a_i$  e realizando aproximações utilizando pesos diferentes nessa variável, observou que este teste poderia ser usado para espaços amostrais de tamanho entre 3 e 5000 unidades.

#### 2.4.2. Testes de Anderson-Darling

O teste de Anderson-Darling pode ser utilizado para avaliar as hipóteses:

$H_0$ : *A amostra segue uma distribuição normal.*

$H_1$ : *A amostra não segue uma distribuição normal.*

Anderson e Darling (1954) propuseram a estatística para este teste como sendo:

$$A^2 = n \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{F_n(x) - F(x)}{F(x) - (1 - F(x))} \right) dF(x)$$

onde:  $F_n(x)$  é a função de distribuição acumulada empírica para:

$$F_n(x) = 0, \text{ se } x < x_1$$

$$F_n(x) = \frac{k}{n}, \text{ se } x_k \leq x < x_{k+1}$$

$$F_n(x) = 1, \text{ se } x \geq x_n$$

Farrel & Stewart (2006) fala que o teste de Anderson-Darling é uma modificação do teste de Cramer-von Mises (CMV) onde, no teste de CMV, há mais peso na região de cauda da distribuição.

#### 2.4.3. Testes de Kolmogorov-Smirnov

O teste de Kolmogorov-Smirnov pode ser utilizado para avaliar as hipóteses:

$H_0$ : *A distribuição é normal.*

$H_1$ : *A distribuição não é normal.*

A grande vantagem do teste de KS é que ele não realiza suposições a respeito do conjunto de dados, ou seja, ele parte do pressuposto que o conjunto de dados é não-paramétrico e pode ser proveniente de qualquer distribuição estatística.

Conover (1999) define o teste estatístico proposto por Kolmogorov (1933) como:

$$T = \sup_x |F(x) - F_n(x)|$$

onde:

$F(x)$  é a função de distribuição hipotética (no nosso caso, a normal) e  $F_n(x)$  é a função de densidade acumulada assumida pelo conjunto de dados a ser estudado.

O teste de KS observa a máxima diferença absoluta entre a função de distribuição acumulada assumida para os dados (FDA), e a função de distribuição empírica dos dados (FDE), ou seja, corresponde a distância máxima vertical entre os gráficos de  $F(x)$  e  $F_n(x)$ . Sua conclusão parte do pressuposto que se:

$H_0: F_n(x) = F(x)$  para todos os valores de  $x$ , a distribuição é normal.

$H_1: F_n(x) \neq F(x)$  para pelo menos um valor de  $x$ , a distribuição não é normal.

Se  $T$  exceder o Quantil  $1-\alpha$  como dado pela tabela de quantis para a estatística do teste de Kolmogorov, então nós rejeitamos  $H_0$  no nível de significância,  $\alpha$ .

### 2.5. Testes *goodness-of-fit*

Os testes *Goodness-of-fit*, também conhecidos como GOF, são utilizados para a realização de inferências sobre a natureza de distribuições de probabilidades de populações desconhecidas. Testes de chi-quadrado como o de Pearson e o multinomial e o de Kolmogorov-Smirnov são comumente usados. Entretanto, além do conjunto de dados a se estudar, é necessária a presença de um conjunto de dados cujo teste o usará como referencial comparativo e esses dados podem ser tanto um conjunto que representa uma curva teórica ou não. Como a modelagem probabilística e o consequente tratamento estatístico dos dados exigem, muitas vezes, a validação de hipóteses distribucionais, devido a isso os testes GOF se tornam ferramentas muito poderosas e utilizadas nas ciências experimentais e modelagem de processos logísticos e industriais.

Dependendo da linguagem de programação usada e da biblioteca utilizada para a realização do teste GOF, várias informações de saídas podem ser coletadas do estudo. Dentre elas estão: coeficiente de estatística, p-valor, parâmetros de estatística descritiva, coeficientes de *skewness* e *kurtosis* e dentre outros. Normalmente quanto menor for o coeficiente estatístico e maior for o valor do p-valor maior é a probabilidade de o conjunto de dados pertencer a uma população normal.

Na área de simulação de eventos discretos, uma das entradas necessárias no processo de modelagem do meio a se trabalhar é justamente o comportamento estatístico de um determinado processo interno com relação a possíveis falhas, podendo-se citar como exemplo a parada de um equipamento para manutenção cujos tempos podem ser registrados via *checklist* ou controlador lógico programável (CLP).

### 3. Metodologia

Nesse estudo, o teste *goodness-of-fit* (GOF), utilizando as matemáticas de Shapiro-Wilk (SW), Kolmogorov-Smirnov (KS) e Anderson-Darling (AD), foi usado para determinar a influência do tamanho do espaço amostral de distribuições normais geradas aleatoriamente, na identificação correta da curva de distribuição. Todos os dados de entrada e resultados foram gerados através de um sistema computacional desenvolvido pelo autor deste trabalho, utilizando a linguagem de programação R.

A geração dos dados aleatórios de distribuição normal obedeceu aos parâmetros de média entre 70 e 100 e desvios-padrão entre 1 e 3 e ele foi feito através da utilização da função

norm do módulo base da linguagem de programação R. O tamanho do espaço amostral compreendeu entre 10 e 5000 valores com alternâncias de 5 unidades para o range de 10 a 250 valores, 25 unidades para o range de 250 a 1500 valores e 50 unidades para o range de 1500 a 5000 valores. Para cada quantidade simulada, mil conjuntos de dados normais distintos foram criados e, no final, o sistema armazenou a quantidade de conclusões referente ao resultado do teste retornado como normal.

Os testes GOF foram feitos utilizando a função *gofstest* o módulo *EnvStat* da linguagem de programação R. O coeficiente de significância utilizado foi o de  $\alpha = 5\%$ , ou seja, valores de p-valor inferiores a 0,05 rejeitam a hipótese de o conjunto de dados representar uma distribuição normal. Caso mais de um resultado de teste apresente um valor de p-valor superior a 0,05, o sistema retornará a curva competente ao maior resultado. As hipóteses nulas e alternativas são:

$H_0$ : A distribuição é normal.

$H_1$ : A distribuição não é normal.

Para garantir a confiabilidade do estudo, todo o ciclo de criação dos mil conjuntos de dados normais aleatórios e armazenamento dos retornos positivos foi repetido dez vezes e armazenado, para cada tamanho dos conjuntos de dados. Os percentuais e médias de quantidade de conjuntos de dados tidos como normais, ou seja, cada tamanho de espaço amostral foi avaliado para 10000 conjuntos de dados diferentes provenientes de uma população normal.

Tendo em vista a problemática observada e a metodologia utilizada para solucioná-la, esse trabalho se categoriza como uma pesquisa-ação. McKay e Marshall (2001) diz que a essência da pesquisa-ação representa uma justaposição de pesquisa e ação, em outras palavras, de prática e teoria afim de buscar e experimentar soluções em situação real.

#### 4. Apresentação e discussão dos resultados

Após o término das simulações computacionais, as quantidades, em percentuais, de espaços amostrais tidos como normais pelos testes foram tabuladas segundo a Tabela 01.

Tabela 1- Quantidade de espaços amostrais retornados como normais após os testes GOF

Quantidade	SW	AD	KS	Quantidade	SW	AD	KS	Quantidade	SW	AD	KS
10	13.79	14.75	13.75	475	54	51.68	55.46	2300	64.42	62.57	63.52
15	17.1	18.63	14.60	500	54.49	50.75	54.32	2350	65.25	63.06	63.14
20	21.01	22.31	17.70	525	55.54	52.96	55.75	2400	64.44	63.08	64.15
25	24.11	24.71	19.22	550	54.86	52.65	55.47	2450	65.29	62.37	63.54
30	26.08	25.41	21.08	575	56.81	53.24	55.61	2500	65.67	62.59	63.30
35	28.74	28.51	24.72	600	55.99	54.24	55.81	2550	65.16	63.45	63.98
40	30.23	29.56	25.21	625	56.38	53.47	56.11	2600	65.53	63.97	63.97
45	31.29	30.41	27.19	650	56.12	54.12	56.27	2650	65.64	63.05	65.04
50	32.32	31.26	29.06	675	56.56	54.66	56.27	2700	65.83	64.43	64.19
55	34.13	32.58	30.87	700	57.01	54.32	55.70	2750	67.15	64.39	64.20
60	35.8	34.21	31.43	725	56.77	55.81	57.12	2800	66.55	64.43	64.95
65	36.08	34.58	32.15	750	57.34	55.4	56.93	2850	66.87	64.11	64.36
70	36.94	35.01	34.72	775	57.91	54.95	57.28	2900	67.69	64.33	64.33
75	38.1	35.69	34.42	800	57.38	55.61	57.53	2950	68.01	64.38	65.21
80	39.35	36	36.99	825	57.42	55.98	57.81	3000	66.86	64.46	65.49
85	40.03	37.41	37.39	850	57.89	55.81	58.05	3050	66.61	64.96	65.03
90	39.82	37.92	38.07	875	58.15	54.75	57.52	3100	67.84	64.12	66.38
95	41.05	38.82	39.57	900	57.84	56.43	58.22	3150	67.59	65.24	64.58
100	40.24	39.19	39.51	925	58.67	56.36	57.49	3200	67.53	65.12	66.20
105	41.99	39.99	40.28	950	58.41	57.26	57.94	3250	67.54	65.35	66.55
110	42.89	40.42	41.19	975	60.2	57.03	58.54	3300	67.84	66.77	65.87
115	42.75	41.09	42.61	1000	58.28	57.62	58.05	3350	68.07	65.64	66.16
120	44.65	41.3	43.09	1025	58.81	57.21	58.37	3400	69.21	65.32	65.71

125	43.64	41.1	42.87	1050	59.8	56.88	58.89	3450	68.24	64.98	67.21
130	43.54	42.03	42.83	1075	59.59	56.86	58.91	3500	68.88	66.18	65.85
135	44.35	41.96	43.89	1100	59.13	57.01	59.45	3550	68.89	66.11	65.48
140	44.63	43.8	44.94	1125	59.5	57.44	59.04	3600	69.32	66.71	65.86
145	45.68	42.84	44.87	1150	59.07	57.68	58.76	3650	69.39	65.41	66.90
150	46.39	43.78	44.86	1175	60.48	57.81	59.91	3700	68.73	65.72	68.27
155	45.59	43.73	46.49	1200	60.48	57.78	59.23	3750	68.4	66.07	67.63
160	46.56	43.26	45.57	1225	60.35	57.76	58.98	3800	69.2	66.65	66.82
165	46.59	44.8	47.43	1250	60.44	58.77	60.15	3850	69.11	65.96	66.88
170	47.24	44.46	46.50	1275	60.1	58.8	59.49	3900	69.28	66.64	66.86
175	47.13	43.97	47.44	1300	60.62	58.71	59.73	3950	69.14	66.67	67.52
180	47.23	45.8	47.20	1325	60.49	58.57	60.59	4000	69.53	66.72	67.08
185	47.58	45.85	47.44	1350	60.91	58.14	60.54	4050	69.96	67.61	67.67
190	48.51	45.64	48.43	1375	60.82	58.07	60.40	4100	70.51	67.33	68.16
195	47.99	45.46	49.21	1400	60.77	58.81	60.53	4150	70.67	67.48	68.16
200	47.14	46.3	48.30	1425	61.01	59.38	60.44	4200	69.92	67.07	68.54
205	48.64	46.28	49.47	1450	61.56	60.18	60.12	4250	70.67	67.8	67.51
210	48.78	45.92	47.43	1475	61.39	59.43	59.94	4300	70.32	66.92	67.61
215	48.79	46.69	49.42	1500	62.47	59.47	60.80	4350	70.31	67.23	67.87
220	49.57	47.15	49.75	1550	61.18	60.19	61.11	4400	71.02	68.4	67.28
225	49.37	46.61	49.76	1600	63.24	59.5	60.62	4450	70.15	68.19	68.15
230	48.51	47.27	49.65	1650	62.96	60.5	62.33	4500	70.69	67.65	69.02
235	50.13	47.04	49.38	1700	63.2	60.44	61.78	4550	71.17	68.17	68.52
240	49.51	47.6	50.15	1750	62.93	60.98	62.08	4600	70.84	68.36	67.79
245	50.25	47.46	50.12	1800	62.62	60.79	61.62	4650	71.17	68.28	68.24
250	49.87	47.74	50.52	1850	62.97	60.94	62.06	4700	71.02	68.73	68.26
275	51.34	48.2	51.75	1900	63.06	61.48	61.92	4750	71.82	68.86	68.58
300	51.56	49.12	52.88	1950	63.21	60.39	61.98	4800	72.29	68.65	69.03
325	52.17	49.7	52.67	2000	63.26	61.58	62.51	4850	72.49	68.88	69.07
350	52.51	49.81	53.03	2050	63.71	63.17	62.37	4900	71.73	69.1	68.42
375	52.76	50.5	53.42	2100	63.59	61.18	62.41	4950	72.18	68.02	69.02
400	53.74	50.69	54.17	2150	63.97	61.98	63.13	5000	71.89	68.87	69.85
425	53.96	51.45	54.91	2200	64.4	61.67	63.72				
450	54.73	52.25	54.46	2250	65.24	61.73	62.84				

Fonte: Autoria própria (2019)

Tomando como referência um valor aceitável de certeza de convergência de 60%, os resultados mostram que o teste de Shapiro-Wilk se tornou o adequado uma vez que esse valor pode ser encontrado para espaços amostrais de tamanho entre 1150 e 1175 unidades. Kolmogorov-Smirnov se apresentou em segunda posição para espaços amostrais de tamanho entre 1300 e 1325 unidades e Anderson-Darling se apresentou em terceira posição para espaços amostrais de tamanho entre 1500 e 1550 unidades. A diferença de quantidades pode variar até 150 unidades quando se compara Shapiro-Wilk com Kolmogorov-Smirnov e de 350 a 375 unidades quando se compara Shapiro-Wilk com Anderson Darling. Dependendo da maneira como os dados industriais são coletados, essas diferenças podem ser bastante significativas.

Tabela 2: Razão entre os percentuais de curvas normais dos ranges selecionados

ange	W	D	S	ange	W	D	S	ange	W	D	S
0 - 15	.240	.263	.062	50 - 475	.987	.989	.018	200 - 2250	.013	.001	.986



5 - 20	.229	.198	.212	75 - 500	.009	.982	.979	250 - 2300	.987	.014	.011
0 - 25	.148	.108	.086	00 - 525	.019	.044	.026	300 - 2350	.013	.008	.994
5 - 30	.082	.028	.097	25 - 550	.988	.994	.995	350 - 2400	.988	.000	.016
0 - 35	.102	.122	.173	50 - 575	.036	.011	.003	400 - 2450	.013	.989	.990
5 - 40	.052	.037	.020	75 - 600	.986	.019	.004	450 - 2500	.006	.004	.996
0 - 45	.035	.029	.079	00 - 625	.007	.986	.005	500 - 2550	.992	.014	.011
5 - 50	.033	.028	.069	25 - 650	.995	.012	.003	550 - 2600	.006	.008	.000
0 - 55	.056	.042	.062	50 - 675	.008	.010	.000	600 - 2650	.002	.986	.017
5 - 60	.049	.050	.018	75 - 700	.008	.994	.990	650 - 2700	.003	.022	.987
0 - 65	.008	.011	.023	00 - 725	.996	.027	.025	700 - 2750	.020	.999	.000
5 - 70	.024	.012	.080	25 - 750	.010	.993	.997	750 - 2800	.991	.001	.012
0 - 75	.031	.019	.991	50 - 775	.010	.992	.006	800 - 2850	.005	.995	.991
5 - 80	.033	.009	.075	75 - 800	.991	.012	.004	850 - 2900	.012	.003	.000
0 - 85	.017	.039	.011	00 - 825	.001	.007	.005	900 - 2950	.005	.001	.014
5 - 90	.995	.014	.018	25 - 850	.008	.997	.004	950 - 3000	.983	.001	.004
0 - 95	.031	.024	.039	50 - 875	.004	.981	.991	000 - 3050	.996	.008	.993
5 - 100	.980	.010	.998	75 - 900	.995	.031	.012	050 - 3100	.018	.987	.021
00 - 105	.043	.020	.019	00 - 925	.014	.999	.987	100 - 3150	.996	.017	.973
05 - 110	.021	.011	.023	25 - 950	.996	.016	.008	150 - 3200	.999	.998	.025

10 - 115	.997	.017	.034	50 - 975	.031	.996	.010	200 - 3250	.000	.004	.005
15 - 120	.044	.005	.011	75 - 1000	.968	.010	.992	250 - 3300	.004	.022	.990
20 - 125	.977	.995	.995	000 - 1025	.009	.993	.006	300 - 3350	.003	.983	.004
25 - 130	.998	.023	.999	025 - 1050	.017	.994	.009	350 - 3400	.017	.995	.993
30 - 135	.019	.998	.025	050 - 1075	.996	.000	.000	400 - 3450	.986	.995	.023
35 - 140	.006	.044	.024	075 - 1100	.992	.003	.009	450 - 3500	.009	.018	.980
40 - 145	.024	.978	.998	100 - 1125	.006	.008	.993	500 - 3550	.000	.999	.994
45 - 150	.016	.022	.000	125 - 1150	.993	.004	.995	550 - 3600	.006	.009	.006
50 - 155	.983	.999	.036	150 - 1175	.024	.002	.020	600 - 3650	.001	.981	.016
55 - 160	.021	.989	.980	175 - 1200	.000	.999	.989	650 - 3700	.990	.005	.020
60 - 165	.001	.036	.041	200 - 1225	.998	.000	.996	700 - 3750	.995	.005	.991
65 - 170	.014	.992	.980	225 - 1250	.001	.017	.020	750 - 3800	.012	.009	.988
70 - 175	.998	.989	.020	250 - 1275	.994	.001	.989	800 - 3850	.999	.990	.001
75 - 180	.002	.042	.995	275 - 1300	.009	.998	.004	850 - 3900	.002	.010	.000
80 - 185	.007	.001	.005	300 - 1325	.998	.998	.014	900 - 3950	.998	.000	.010
85 - 190	.020	.995	.021	325 - 1350	.007	.993	.999	950 - 4000	.006	.001	.993
90 - 195	.989	.996	.016	350 - 1375	.999	.999	.998	000 - 4050	.006	.013	.009
95 - 200	.982	.018	.982	375 - 1400	.999	.013	.002	050 - 4100	.008	.996	.007
00 - 205	.032	.000	.024	400 - 1425	.004	.010	.999	100 - 4150	.002	.002	.000

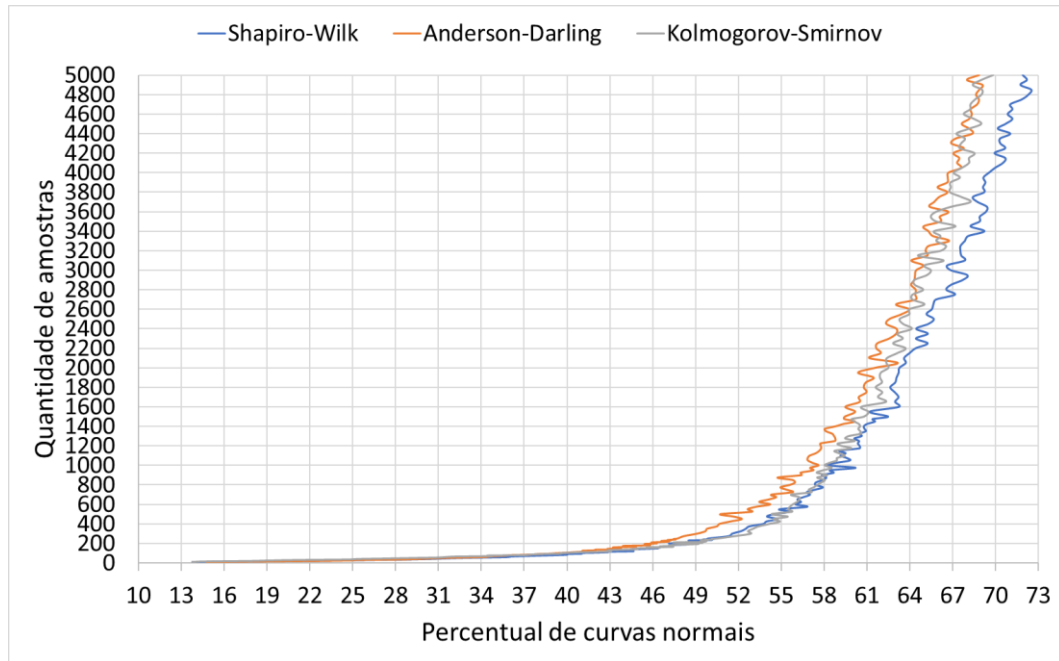
05 - 210	.003	.992	.959	425 - 1450	.009	.013	.995	150 - 4200	.989	.994	.006
10 - 215	.000	.017	.042	450 - 1475	.997	.988	.997	200 - 4250	.011	.011	.985
15 - 220	.016	.010	.007	475 - 1500	.018	.001	.014	250 - 4300	.995	.987	.001
20 - 225	.996	.989	.000	500 - 1550	.979	.012	.005	300 - 4350	.000	.005	.004
25 - 230	.983	.014	.998	550 - 1600	.034	.989	.992	350 - 4400	.010	.017	.991
30 - 235	.033	.995	.995	600 - 1650	.996	.017	.028	400 - 4450	.988	.997	.013
35 - 240	.988	.012	.016	650 - 1700	.004	.999	.991	450 - 4500	.008	.992	.013
40 - 245	.015	.997	.999	700 - 1750	.996	.009	.005	500 - 4550	.007	.008	.993
45 - 250	.992	.006	.008	750 - 1800	.995	.997	.993	550 - 4600	.995	.003	.989
50 - 275	.029	.010	.024	800 - 1850	.006	.002	.007	600 - 4650	.005	.999	.007
75 - 300	.004	.019	.022	850 - 1900	.001	.009	.998	650 - 4700	.998	.007	.000
00 - 325	.012	.012	.996	900 - 1950	.002	.982	.001	700 - 4750	.011	.002	.005
25 - 350	.007	.002	.007	950 - 2000	.001	.020	.009	750 - 4800	.007	.997	.007
50 - 375	.005	.014	.007	000 - 2050	.007	.026	.998	800 - 4850	.003	.003	.001
75 - 400	.019	.004	.014	050 - 2100	.998	.968	.001	850 - 4900	.990	.003	.991
00 - 425	.004	.015	.014	100 - 2150	.006	.013	.012	900 - 4950	.006	.984	.009
25 - 450	.014	.016	.992	150 - 2200	.007	.995	.009	950 - 5000	.996	.012	.012

Fonte: Autoria própria (2019)

A Tabela 02 mostra os valores das razões entre os percentuais de cada um dos ranges. Observa-se que, independente da distância entre as variações de tamanho dos espaços amostrais, as razões entre os valores permaneceram praticamente as mesmas para os três testes.

A Figura 01 retrata a forma gráfica dos dados apresentados na Tabela 01.

Figura 1- Comportamento gráfico dos testes GOF

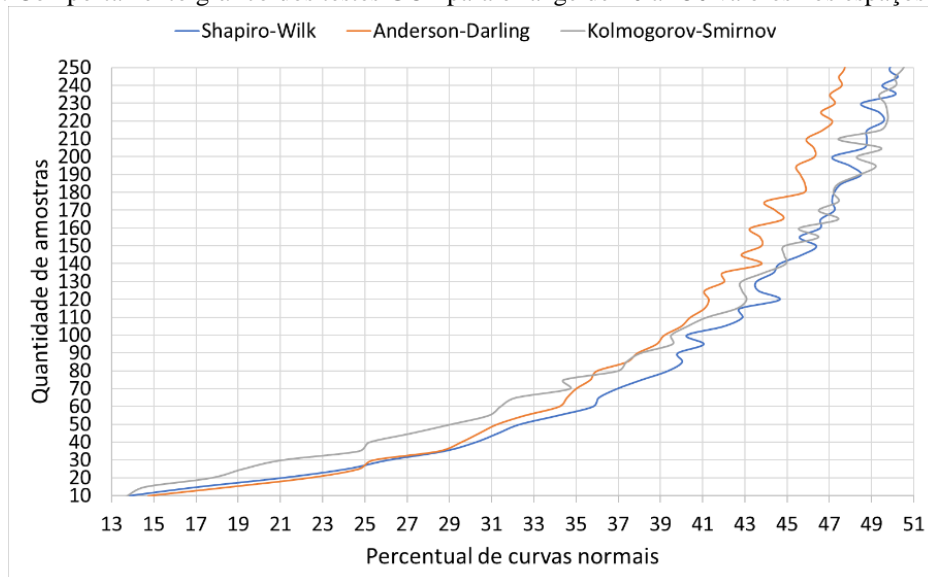


Fonte: Autoria própria (2019)

Com uma visão mais macro como a mostrada pela Figura 01 vê-se que todos os testes apresentaram o mesmo comportamento indicando que, com o crescimento da quantidade de dados no espaço amostral a quantidade de dados retornados como normais também cresce. O comportamento dos testes para espaços amostrais de tamanho até 200 se apresentam de formas muito semelhantes enquanto que com o crescimento da quantidade de dados, o teste de Shapiro-Wilk ganha mais destaque enquanto Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling apresentam um empate para os extremos das quantidades de dados.

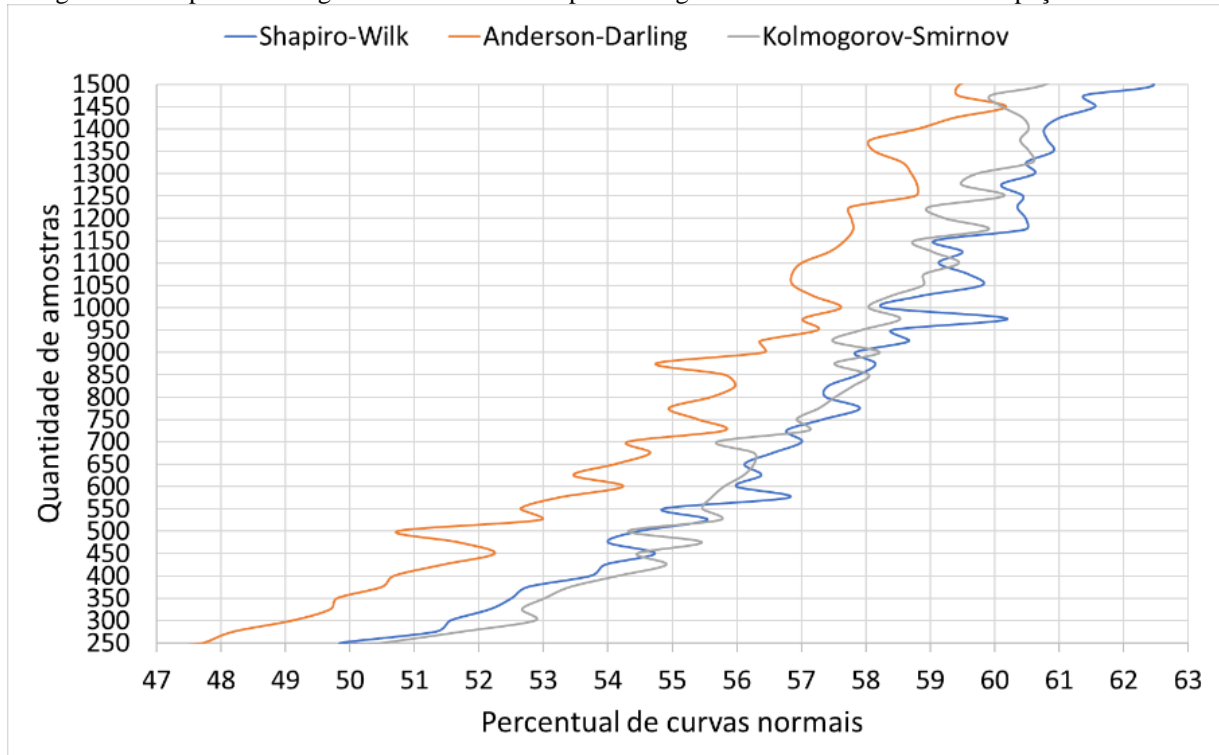
As Figuras 02, 03 e 04 retratam, respectivamente, as vistas aproximadas dos dados segundo a sua variação de range (5 unidades para o range de 10 a 250 valores, 25 unidades para o range de 250 a 1500 valores e 50 unidades para o range de 1500 a 5000 valores).

Figura 2: Comportamento gráfico dos testes GOF para o range de 10 a 250 valores nos espaços amostrais



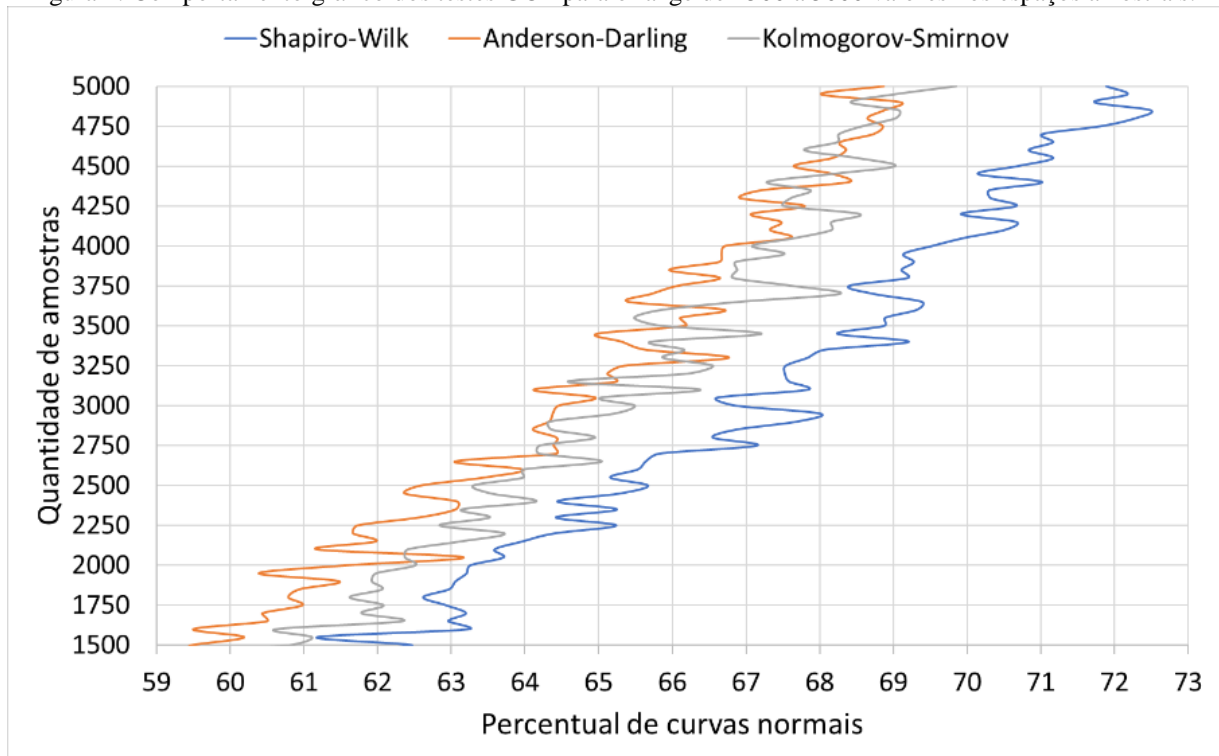
Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 3: Comportamento gráfico dos testes GOF para o range de 250 a 1500 valores nos espaços amostrais.



Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 4: Comportamento gráfico dos testes GOF para o range de 1500 a 5000 valores nos espaços amostrais.



Fonte: Autoria própria (2019)

## 5. Conclusão

O estudo da influência do tamanho do espaço amostral se tornou bastante útil uma vez que, como no meio industrial o erro aceitado quando se tratando de variações de indicadores e

previsões de resultados é pequeno, comprovou a baixa confiabilidade dos resultados dos testes *goodness-of-fit* para pequenos conjuntos de dados.

Os resultados também mostram um comportamento constante dos percentuais de quantidade, ou seja, independentemente de a simulação ocorrer alternando os espaços amostrais de 5 em 5, 25 em 25 ou 50 em 50, a razão entre os resultados sempre permaneceu muito semelhante.

O trabalho também mostrou que o teste de Shapiro-Wilk se mostrou mais eficaz, garantindo uma confiabilidade maior para uma menor quantidade de valores nos espaços amostrais, mesmo sabendo que se deve levar em consideração outras análises antes de tirar-se uma conclusão sobre o comportamento de um conjunto de dados aleatório.

## Referências

- ANDERSON, T.W. AND DARLING, D.A. **A Test of Goodness of Fit.** Journal of the American Statistical Association, Vol 49, No. 268, 765-769, 1954.
- ARSHAD, M., RASOOL, M.T. AND AHMAD, M.I. **Anderson Darling and Modified Anderson Darling Tests for Generalized Pareto Distribution.** Pakistan Journal of Applied Sciences 3(2), pp. 85-88, 2003.
- BANKS, J. **Introduction to simulation.** Winter Simulation Conference, Orlando, USA, 2000.
- BANZATO, E. **Indústria 4.0.** Disponível em: <https://www.imam.com.br/consultoria/artigo/pdf/industria-4.0.pdf>, 2016. Acesso em 3 de abril de 2019.
- BDI. **Cloud Computing - Wertschöpfung in der digitalen Transformation. BDI Leitfaden - Die Industrie auf dem Weg in die Rechnerwolke.** Berlin: s.n., 2013.
- CAVALCANTE, Z. V., SILVA, M. L. S. **A importância da revolução industrial no mundo da tecnologia.** 7º Encontro Internacional de Produção Científica, Centro Universitário de Maringá, Paraná-Brasil, ISBN 978-85-8084-055-1, 2011.
- CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA INDÚSTRIA. **Desafios para a indústria 4.0 no Brasil.** Brasília. 34 p. 2016.
- CONOVER, W.J. **Practical Nonparametric Statistics.** Third Edition, John Wiley & Sons, Inc. New York, pp.428-433 (6.1), 1999.
- BAYGIN, M. ET AL. **An Effect Analysis of Industry 4.0 to Higher Education.** 15th International Conference on Information Technology Based Higher Education and Training (ITHET), p. 1-4, 2016.
- DUFOUR J.M., FARHAT, A., GARDIOL, L. AND KHALAF, L. **Simulation-based Finite Sample Normality Tests in Linear Regressions.** Econometrics Journal, Vol. 1, pp. 154-173, 1998.
- FARREL, P.J. AND STEWART, K.R. **Comprehensive Study Of Tests For Normality And Symmetry: Extending The Spiegelhalter Test.** Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 76, No. 9, pp. 803-816, 2006.
- HARREL, C. R.; GHOSH, B. K. & BOWDEN, R. **Simulation using ProModel®.** New York: McGraw-Hill, 2000.
- ILAR, T. P. E. **A simplified modeling approach for human system interaction.** Winter Simulation Conference, Miami, USA, 2008.
- LAW, A. M. & KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis.** 2nd Ed. New York: McGraw Hill, 1991.

LONGO, F.; MIRABELLI, G. & PAPOFF, E. **Effective design of an assembly line using modeling & simulation.** Winter Simulation Conference, Monterey, USA, 2006.

MCKAY, J.; MARSHALL, P. **The Dual Imperatives of Action Research.** Information Technology & People, v. 14, n. 1, p. 46-59, 2001. <http://dx.doi.org/10.1108/09593840110384771>.

PARK, H.M. **Univariate Analysis and Normality Test Using SAS, Stata, and SPSS. Technical Working Paper.** The University Information Technology Services (UITS) Center for Statistical and Mathematical Computing, Indiana University, 2008.

PIDD, M. **Modelagem empresarial.** Porto Alegre: Bookman, 1998.

ROYSTON, P. **Remark AS R94:A Remark on Algorithm AS181:The W-test for Normality.** Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 44, No. 4, pp. 547-551, 1995.

SARGENT, R. G. **Validation and verification of simulation models.** Winter Simulation Conference, Washington, USA, 2004.

SCHWAB, K. **A quarta revolução industrial.** Tradução de Daniel Moreira Miranda. São Paulo: Edipro, 2016.

SEIER, E. **Comparison of Tests for Univariate Normality.** InterStat Statistical Journal, 1, pp.1-17, 2002.

SHAPIRO, S.S. AND WILK, M.B. **An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples).** Biometrika, Vol. 52, No. 3/4, pp. 591-611, 1965.