

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE SISTEMAS DE PROTEÇÃO CATÓDICA USANDO O MÉTODO DE COLOCAÇÃO

NUMERICAL SIMULATION OF CATHODIC PROTECTION SYSTEMS USING THE COLLOCATION METHOD

J.C.F. Telles (1); J. A. F. Santiago (2); W. J. Santos (3); S.B.Velten (4);

(1) Dr. Prof, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - ES, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - ES, Brasil.

(3) Dr. Prof., Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - ES, Brasil

(4) Doutorando., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - ES, Brasil.

Email para Correspondência: samuelbv2004@yahoo.com.br; (P) Samuel B. Velten

Resumo: O objetivo deste trabalho é simular numericamente sistemas de proteção catódica (CP) usando um método verdadeiramente sem malha (meshless), o método de colocação. O problema de potencial eletroquímico é governado pela equação de Laplace com condições de contorno dadas por uma dependência funcional não linear entre densidade de corrente e potencial chamado curva de polarização. Aqui, um algoritmo de solução de Newton-Raphson é implementado para acomodar as condições de contorno não-lineares. Os diversos resultados de aplicações são discutidos neste trabalho, considerando simulações numéricas em regiões finitas. Para validar a formulação de Colocação aplicada na simulação de sistemas de proteção catódica, foram comparados os resultados com um procedimento de solução de elementos de contorno direto (BEM), um dos métodos numéricos mais comumente usados para modelagem de sistemas de CP. Os detalhes do método de Colocação estão sendo estudados, apesar da necessidade da derivada segunda das funções de forma na construção da matriz de rigidez, não necessita de integração numérica em sua formulação. Isso é atraente em aplicações de engenharia, e cria interesse por parte dos autores para estudar possíveis aplicações para esse método em meio a proteção catódica.

Palavras chaves: Sem malha; BEM; Proteção catódica.

Abstract: The objective of this work is to numerically simulate cathodic protection (CP) systems using a truly meshless method, the placement method. The problem of electrochemical potential is governed by the Laplace equation with boundary conditions given by a nonlinear functional dependence between current density and potential called the polarization curve. Here, a Newton-Raphson solution algorithm is implemented to accommodate non-linear boundary conditions. The diverse results of applications are discussed in this work, considering numerical simulations in finite regions. In order to validate the fitting formulation applied in the simulation of cathodic protection systems, the results were compared with a procedure of solution of direct contour elements (BEM), one

of the most commonly used numerical methods for modeling CP systems. The details of the Placement method are being studied, despite the need for the second derivative of the shape functions in the construction of the stiffness matrix, does not require numerical integration in its formulation. This is attractive in engineering applications, and it creates interest on the part of the authors to study possible applications for this method in the cathodic protection medium.

Keywords: Meshless; BEM; Cathodic protection.

1 INTRODUÇÃO

A corrosão, em geral, é um processo espontâneo, está constantemente transformando os materiais metálicos de modo que a durabilidade e desempenho dos mesmos deixam de satisfazer os fins a que se destinam. No seu todo esse fenômeno assume uma grande importância na vida moderna, que vem cada vez mais utilizando metais e suas ligas (Gentil, 2007). Dessa forma os custos financeiros da corrosão são cada vez maiores e assim como estes vem crescendo também os investimentos em tentar reduzir ou extinguir os processos de corrosão.

Uma técnica extremamente empregada para combater a corrosão das instalações enterradas, submersas e em contato com eletrólitos é a proteção catódica.

A proteção catódica através de uma fonte externa de energia é aplicada a um grande grupo de estruturas que se encontram em ambientes agressivos, entre eles: navios, plantas químicas, tubulações enterradas, plataformas petrolíferas por exemplo. As conservações dessas estruturas exigem muitos investimentos, elas estão sujeitas a condições severas de corrosão. E nesse meio para evitar por exemplo grandes acidentes ambientais, ou morte de pessoas envolvidas em tais processos monitorar e controlar a corrosão é de fundamental importância (Fontana, 1967).

Nesse contexto a proteção catódica por corrente impressa é uma técnica utilizada para evitar este tipo de problema. Atualmente existem vários estudos no sentido de aperfeiçoar a sua aplicabilidade e tornar mais eficiente possível o seu emprego nas mais variadas situações. Para uma proteção catódica bem projetada, normalmente são empregados métodos experimentais aliados a simulações numéricas (Gentil, 2007).

Através da modelagem matemática pode-se prever diversos parâmetros envolvidos tanto por parte do eletrólito quanto por parte do material a ser protegido, e desta forma poder alcançar por exemplo o menor custo para uma dada tomada de decisão. Economizando tanto em material quanto em tempo envolvido no estudo do caso adotado.

Os programas computacionais empregados nesse tipo de problema tem o intuito de determinar o potencial e a densidade de corrente na superfície das estruturas a serem protegidas. Importante ressaltar que na simulação numérica sempre pode ser levado em conta detalhes da estrutura como variações geométricas, variações das condições do sistema.

Os métodos numéricos mais utilizados nesse tipo de análise são: Método dos Elementos de Contorno (MEC), Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Diferenças Finitas. Na última década o método sem malha também vem sendo empregado, mas ainda apresenta pouca expressão quando comparado com os tradicionais. O MSF (Método das Soluções Fundamentais) foi empregado por (Santos, Santiago e Telles, 2013) e obteve bons resultados. O MSF e o MEC quando comparado com os demais métodos, apresentam vantagem devido a facilidade na discretização dos elementos, ambos os métodos utilizam apenas o contorno do eletrólito. No presente trabalho foi utilizado o Método de colocação pontual comparando o mesmo com o MEC.

2 ASPECTOS ELETROQUIMICOS DA PROTEÇÃO CATÓDICA

O mecanismo básico da proteção catódica é extremamente simples embora sua aplicação exija muita experiência tanto do projetista quanto do instalador do sistema proposto. O princípio da proteção catódica pode ser explicado considerando a corrosão de um metal típico M em um meio ácido. As reações eletroquímicas que ocorrem são a dissolução e a evolução do gás hidrogênio e acontecem simultaneamente (Aoki e Amaya, 1997):



O processo corrosivo de estruturas metálicas se caracteriza sempre pelo aparecimento de áreas catódicas e anódicas que produzem reações anódicas e catódicas que acontecem simultaneamente, sobre a superfície metálica, com a conseqüente ocorrência de um fluxo de corrente elétrica gerado por intermédio do contato metálico entre estas duas regiões (Gentil, 2007). As heterogeneidades do solo, em conjunto com as heterogeneidades existentes no material metálico, agravam os problemas de corrosão, uma vez que tais variações (resistividade elétrica, grau de aeração, composição química, grau de umidade entre outras) originam também pilhas de corrosão na superfície de materiais enterrados. A relação entre o potencial (E) e a densidade de corrente (i) sobre o metal é dada pela curva de polarização conforme Figura (1). A relação entre a densidade de corrente i e o potencial E para as reações catódicas e anódicas são obtidas individualmente mas através de uma relação não linear $E = f(i)$.

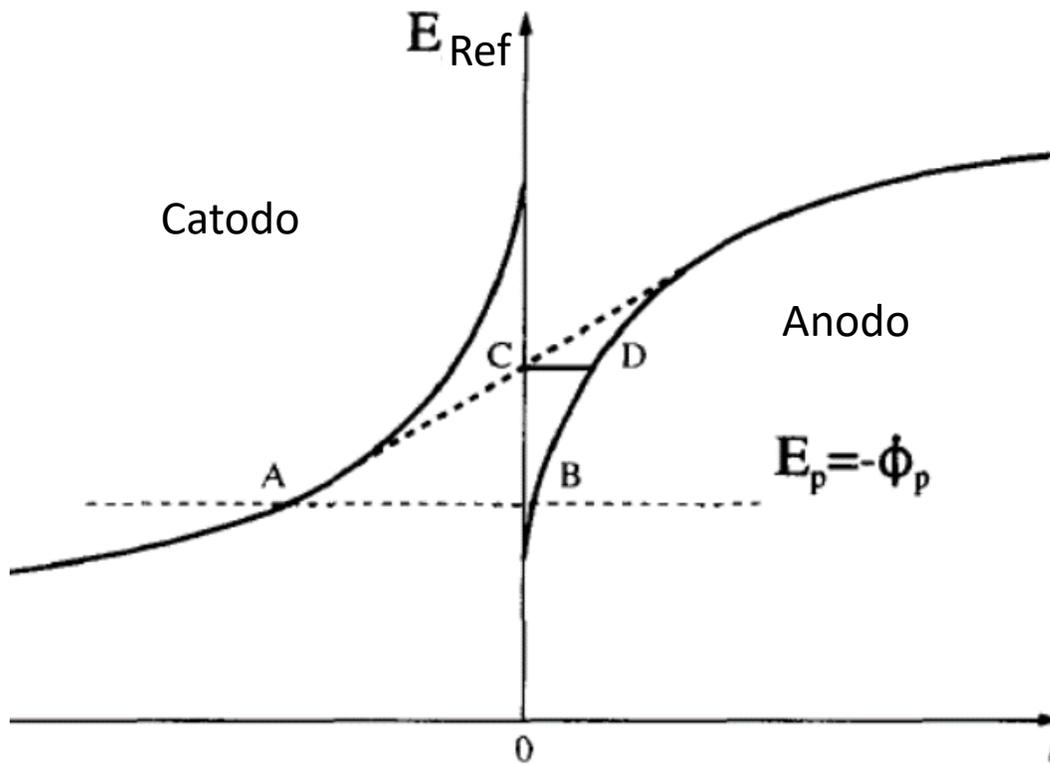


Figura 1- Curva de Polarização e condições de proteção ($E \leq E_p$).

Fonte: (Aoki e Amaya, 1997).

No estado natural, a reação atinge o equilíbrio no ponto C na Figura (1), e a corrente ao fluxo do anodo para o catodo CD a taxa de corrosão é proporcional a esta densidade de corrente CD. É possível suprimir a densidade de corrente anódica por meio da corrente impressa através de uma fonte externa de energia e assim reduzir o potencial do metal a valores críticos E_p . Este método de proteção é chamado de proteção catódica.

3 MODELO MATEMÁTICO

Para representar o fenômeno da proteção catódica, o problema em questão foi considerado de forma simplificada, por uma equação diferencial no regime estacionário, sujeita a condições de contorno que são caracterizadas por uma função dependente do potencial, e podem ser lineares ou não lineares. Também será considerado o ponto onde o eletrólito entra em contato com o metal, simplificando a discretização, para tal será adotada a formulação matemática do problema de potencial eletroquímico.

3.1 Equação de Governo

Levando em conta que os eletrodos estão considerados em contato com o eletrólito e que será discretizado a partir deste contato, pensando em um domínio qualquer Ω onde existe campo magnético gerado através da movimentação das cargas presentes nesse domínio, que apresenta como contorno Γ que se trata da região de contato entre os eletrodos e o eletrólito, assumindo que o eletrólito é homogêneo e que não temos nem acúmulo nem queda da concentração de eletrólito.

Este princípio será representado pela seguinte equação diferencial:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (3.1)$$

onde a densidade de corrente através do contorno Γ dada por :

$$i = k \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (3.2)$$

k é a condutividade elétrica do eletrólito e $\frac{\partial}{\partial n}$ é a derivada normal para fora note que o potencial elétrico ϕ é definido com referência no metal, o sinal é oposto ao E adotado pela ciência corrosão, onde o potencial é definido com referência no eletrodo tal como o eletrodo saturado de calomel. $\phi = -E$.

Sujeito as seguintes condições de contorno (Boice e Diprima, 1999):

$$u(x) = \bar{\phi}(x), \quad x \in \Gamma_1 \quad (3.3)$$

$$q(x) = k \frac{\partial \phi}{\partial n}(x) = \bar{q}(x), \quad x \in \Gamma_2 \quad (3.4)$$

$$q(x) = cq(x) + d, \quad x \in \Gamma_3 \quad (3.5)$$

$$q(x) = F(\phi(x)), \quad x \in \Gamma_4 \quad (3.6)$$

Sendo $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$ o contorno de Ω , $q(x)$ a densidade de corrente na direção na normal n , c e d constantes conhecidas e $F(u)$ uma função não linear de ϕ . As Equações (3.3) e (3.4) representam as condições de Dirichlet e Neumann respectivamente, e as Equações (3.5) e (3.6) são as condições de contorno lineares e não lineares que é dada pela curva de polarização. Nas condições propostas em que a estrutura metálica encontra-se em contato direto com o eletrólito. Para que a proteção catódica seja alcançada o potencial do metal ($E = -\phi$) a se proteger deve ser mantido a um valor menor ou igual a um valor crítico E_p .

4 MÉTODO NUMÉRICOS

4.1 Mínimos quadrados móveis

As funções de interpolação são empregadas na procura por uma solução aproximada para um problema governado por equações diferenciais parciais e condições de contorno,

passa primeiro pela escolha da aproximação para as variáveis do problema usando funções de forma. Funções de forma essas que, no caso dos métodos sem malha, devem ser suficientemente capazes de representar com precisão a variável de interesse em um ponto qualquer do domínio definido em um suporte local conforme Figura (2) que contém pontos distribuídos de forma arbitrária. Portanto, fica claro que, a construção eficiente de funções de forma para métodos sem malha desempenha uma das etapas principais para a boa qualidade dos resultados. Comparando-se com o MEF, onde as funções de forma são pré - definidas (depende somente dos tipos de elementos empregados), percebe-se que o método sem malha custa mais caro do ponto de vista computacional, posto que necessita de uma etapa a mais que é a construção das funções de forma. Porém o pré-processamento é mais vantajoso por parte dos métodos sem malha tendo em vista que nenhuma malha precisa ser gerada, necessitando-se somente de pontos distribuídos no domínio e contorno do problema de maneira arbitrária. Abaixo apresentam-se as principais técnicas de interpolação utilizadas nos métodos sem malha (Belytschko et al., 1996).

Considerando $\Omega_x \subset \Omega$ um subdomínio segundo (Atluri e Zhu, 2002) que representa localmente a vizinhança em relação ao ponto x o domínio da definição da aproximação por mínimos quadrados móveis (MQM) para a função de interpolação de um ponto $x \in \Omega_x$ e que esteja localizado em um domínio Ω . Para aproximar uma função $u(x)$ qualquer que deve ser aproximada no subdomínio Ω_x e uma nuvem de pontos $\{x(i)\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$, distribuídos na vizinhança do ponto x . Os pontos vizinhos a x são utilizados para gerar uma aproximação por MQM $u^h(x)$ da função $u(x)$ da seguinte forma conforme a Equação (4.1)

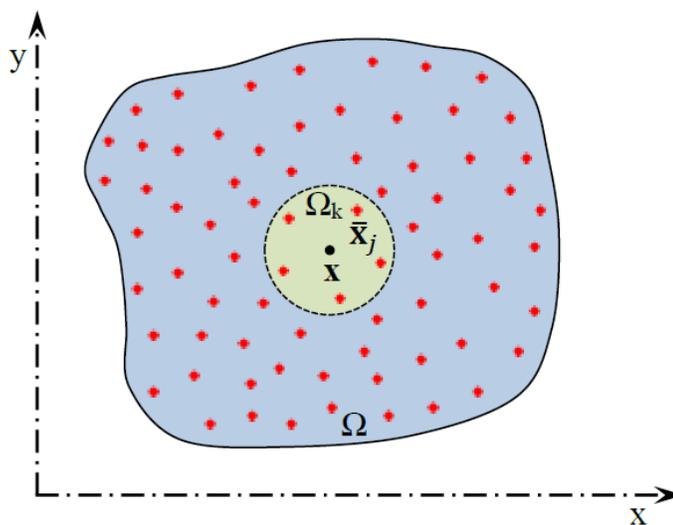


Figura 2- Pontos dentro de um suporte

Fonte: Adaptado, Liu e GU, 2005.

$$u^h(x) = \sum_1^m p_j(x) a_j(x) \equiv p^T(x) a(x) \quad (4.1)$$

Onde $a_j(x)$ é a j -ésima incógnita, $p_1(x) = 1$ e $p_j(x)$ é o j -ésimo termo da base, são monômios do espaço coordenado $x^T(x) = [x, y]$ de modo a base ser completa. Sendo $p^T = \{p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)\}$ onde m é o número de termos da base. Existe uma relação entre m , e t que pode ser descrita conforme:

$$m = \frac{(t+1)(t+2)}{2} \text{ em 2-D} \quad (4.2)$$

$$m = \frac{(t+1)(t+2)(t+3)}{6} \text{ em 3-D} \quad (4.3)$$

Para subdomínios bidimensionais Ω_x , as bases polinomiais utilizadas são:

$$P^T(x) = [1, x, y], \quad m = 3 \text{ para base linear (t=1)} \quad (4.4)$$

$$P^T(x) = [1, x, y, x^2, xy, y^2], \quad m = 6 \text{ para base quadrática (t = 2)} \quad (4.5)$$

O coeficiente vetor $a_j(x)$ na Equação (4.1) também são função de x ; $a(x)$ e obtido em qualquer ponto minimizando uma ponderação, discreta L_2 como apresentado abaixo:

$$\begin{aligned} J &= \sum_l^n W(x - x_l) [P^T(x_l) a(x) - u_l]^2 \\ &= [P \cdot a(x) - \hat{u}]^T \cdot W \cdot [P \cdot a(x) - \hat{u}], \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde n é número de pontos na vizinhança de x dentro da função peso $w(x - x_l) \neq 0$, e u_l é o valor nodal de u para $x = x_l$. A vizinhança de x é chamada de domínio de influência de x e representada por Ω_x onde a função peso $w_i(x) > 0$.

O estacionário de J na Equação (4.28) para $\mathbf{a}(x)$ conduz a relação linear entre $\mathbf{a}(x)$ e u_l [11]:

$$A(x)a(x) = B(x)\hat{u} \quad (4.7)$$

onde as matrizes $A(x)$ e $B(x)$ são definidas a seguir

$$A(x) = P^T W P = \sum_l^n w_l(x) P^T(x_l) P(x_l), \quad w_l(x) \equiv w(x - x_l) \quad (4.8)$$

$$B(x) = P^T W = [w_1(x)P(x_1), w_2(x)P(x_2), \dots, w_n(x)P(x_n)] \quad (4.9)$$

Onde A é uma matriz simétrica de ordem $m \times m$ e $B = P^T W$

e as matrizes P e W são definidas por:

$$P^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & \vdots & \ddots & \vdots & x_{np} \\ y_1 & y_2 & \cdots & \cdots & \cdots & y_{np} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{(m \times NP)} \quad (4.10a)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_1(x) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & w_{np}(x) \end{bmatrix}_{(NP \times NP)} \quad (4.10b)$$

$$u^T = u_1, u_2, \dots, u_n \quad (4.11)$$

Resolvendo a Equação. (4.7) para $a(x)$ obtém – se

$$a(x) = A(x)^{-1} B(x) \hat{u} \quad (4.12)$$

onde a condição para que $A(x)$ não seja singular $n \geq m$.

$$\hat{u}(x) = p^T(x) a(x) \quad (4.13)$$

Substituindo se a Equação (4.12) na Equação (4.13) obtém – se a aproximação para a função $u(x)$ como mostrado pela Equação (4.14)

$$u^h(x) = \sum_l^n \sum_j^m p_j(x) (A^{-1}(x) B(x))_{jl} \equiv \sum_l^n \phi_l(x) u_l = \phi^T(x) \hat{u} \quad (4.14)$$

onde a função de forma $\phi_l(x)$ dos MQM correspondente ao ponto nodal x que é definido pelo NP número de pontos contidos no suporte, é dado por:

$$\phi_l(x) = \sum_j^m p_j(x) (A^{-1}(x) B(x))_{jl} \quad (4.15)$$

A derivada parcial de $\phi_l(x)$ pode ser obtida segundo Belytschko et al., (1994)

$$\phi_{l,i} = \sum_j^m \{ p_{j,i} (A^{-1} B)_{jl} + p_j A_{i,j}^{-1} B + A^{-1} B_{,i} \}_{jl} \quad (4.16)$$

onde $A_{,k}^{-1} = (A^{-1})_{,k}$, k representa a derivada da matriz inversa de A com respeito a x^k , o qual é dada por:

$$A_{,i}^{-1} = -A^{-1} A_{,i} A^{-1} \quad (4.17)$$

onde i, j, k são coeficientes.

No presente trabalho foram utilizadas as funções de ponderação Gaussiana, Gaussiana com raio e Spline de quarta ordem com suporte compacto, apresentada abaixo:

✓ Spline de 4º Grau

$$w_i(r) = \begin{cases} 1.0 - 6.0r^2 + 8.0r^3 - 3.0r^4, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.18)$$

Onde $\bar{r} = \frac{\|x-x_i\|_2}{r_i}$ e r_i é o raio do suporte. Será considerado somente suportes compactos e circulares, portanto r_i é o raio de um setor circular dado por:

$$r_i = \beta d_{O(m)}^{MQM} \quad (4.19)$$

onde β é um fator de escala e $d_{O(m)}^{MQM}$ é o valor da distância entre dois pontos na posição $O(m)$ do vetor d^{MQM} , ordenado de forma crescente, dependente do número de termos da qual é composta a base polinomial utilizada para a aproximação por MQM segundo Atluri e Zhu (2002).

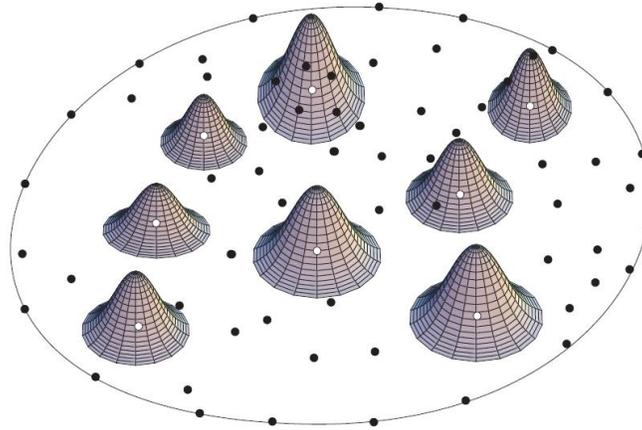


Figura 3 – Subdomínio da função de interpolação.

Fonte: (Liu e GU, 2005).

4.2 Método de colocação pontual

Método de colocação pontual, no qual trabalha-se diretamente com a forma forte do sistema de equações diferenciais utilizando-se um esquema de interpolação adequado à aproximação por pontos aleatórios no domínio do problema, por exemplo, os MQM ou por funções de base radial (FBR) (Liu e GU, 2005). O método de colocação pontual é um método bem difundido na literatura e de simples implementação, porém derivadas de ordem superior da variável de interesse normalmente são inevitáveis, e a precisão numérica de tais derivadas com os esquemas de interpolação atuais não é garantida, surgindo problemas de instabilidade.

Os métodos aplicados a formulação forte segundo Liu e GU (2005) apresentam muitas vantagens, as principais delas seguem abaixo:

- O procedimento para discretizar as equações de governo é direto, e o algoritmo implementado para discretizar as equações é relativamente simples. A equação discretizada é obtida diretamente através da forma forte da Equação Diferencial Parcial que governa o problema.

- Eles são, em geral, computacionalmente eficientes. As Equações diferenciais parciais são discretizadas diretamente sem usar formulação fraca, assim não necessitam de integração numérica.
- Eles são métodos verdadeiramente sem malha: não necessitam de malha para aproximação e integração numérica.

Devido a essas vantagens, o método sem malha de formulação forte é usado em mecânica computacional com bastante sucesso (Liu e GU, 2005), especialmente na mecânica dos fluidos. Neste estudo em especial o método está sendo proposto para avaliar a proteção catódica de superfícies metálicas submetidas a ambientes nocivos a sua estrutura.

As equações discretas são obtidas a partir da formulação fraca local assimétrica Equação (5.20). Considerando a equação de Poisson em um domínio global Ω_s e envolta por um contorno Γ pode ser escrita como:

$$\int_{\Omega} [\nabla^2 u - f] \Delta d\Omega = 0 \quad (4.20)$$

Após a aplicação da função Delta de Dirac (Δ) a formula fraca se reduz à formula forte. Substituindo as funções de interpolação Equação (4.14) na Equação (4.20) para os nós internos, leva ao sistema discretizado de equações lineares (4.21).

$$K \cdot \hat{u} = f \quad (4.21)$$

A entrada da matriz K global de rigidez e o vetor carga f são definidos:

$$K_{IJ} = \begin{cases} \phi_{,ij}^J(X_I), & X_I \in \Omega \\ \phi_{,n}^J(X_I), & X_I \in \Gamma_q \\ \phi^J(X_I), & X_I \in \Gamma_u \end{cases} \quad (4.22)$$

e

$$f_I = \begin{cases} p(X_I), & X_I \in \Omega \\ \bar{q}(X_I), & X_I \in \Gamma_q \\ \bar{u}(X_I), & X_I \in \Gamma_u \end{cases} \quad (4.23)$$

onde u é o vetor de incógnitas e K é a matriz dos coeficientes que dependem do tipo de ponto considerado. Dependendo do tipo de aproximação (FBR ou MQM por exemplo) utilizado para a variável de interesse um pós processamento pode ser necessário para obter a variável real do problema.

Resolvendo o sistema (4.21), obtém-se uma solução para o problema (3.1). O procedimento de solução acima é conhecido como método de colocação pontual e não usa nenhum tipo de conectividade entre pontos. Pode-se escolher, por exemplo, funções de

interpolação do tipo FBR ou do tipo MQM para a aproximação das variáveis de interesse. Nenhum tipo de integração numérica é necessário neste método, que também pode ser representado pela sigla MLPG-2 (Atluri e Zhu, 2002) na literatura.

Um dos aspectos mais problemáticos no uso dos métodos de colocação é sua forte instabilidade numérica.

4.3 Método dos Elementos de Contorno

A equação integral do contorno aplicada a Laplace com suas devidas condições de contorno pode ser escrita conforme Equação (4.34) segundo (Brebbia, Telles e Wrobel, 1984):

$$c(\xi)\phi(\xi) = \int_{\Gamma} \phi^*(\xi, x)q(x)d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} \phi(x)q^*(\xi, x)d\Gamma(x), \quad (4.24)$$

onde $c(\xi)$ depende da geometria do contorno no ponto fonte ξ ; $\phi^*(\xi, x)$ e $q^*(\xi, x)$ representam as soluções fundamentais. Onde ϕ e q são as variáveis funcionais e são representadas por elementos constantes, e elementos lineares para a geometria.

O sistema de equações do MEC

$$H\phi = Gq, \quad (4.25)$$

onde H e G são matrizes dos coeficientes de influência. Os vetores ϕ e q contém os valores a serem calculados e prescritos dos potenciais e as componentes normais do fluxo respectivamente. Conforme o sistema em (3.1) sujeito as condições de contorno dadas por (3.3 - 3.6).

Quando a condição de contorno é apresentada na forma não linear segundo (Burden e Faires, 2015), a solução numérica da Equação (4.24) depende de um método que resolva sistema de equações não lineares. O método de Newton-Raphson, é usado para resolver o Sistema (4.25).

De forma sucinta, considerando que cada nó funcional tenha como condição de contorno uma relação não linear entre densidade de corrente e potencial, pode-se escrever a Equação (4.25) numa forma em que esta característica esteja mais explícita, ou seja,

$$H\phi = Gi(\phi), \quad (4.26)$$

sendo possível reescrevê-la na seguinte forma recursiva

$$H\phi^{k+1} - Gi(\phi^{k+1}) = 0, \quad (4.27)$$

onde ϕ^{k+1} representa o vetor solução do potencial determinado na interação (k+1) e $i(\phi^{k+1})$ representa o vetor dos valores das funções não lineares, que relaciona a densidade de corrente ao potencial na interação (k+1). O processo iterativo do método é realizado para $k \geq 0$ a partir de um valor de potencial inicial (ϕ^0). O vetor ϕ^{k+1} correspondente à resposta do problema quando for atendido o critério de convergência, por exemplo se o erro relativo $\frac{\Delta\phi^{k+1}}{\phi^{k+1}}$ for menor que uma tolerância dada.

5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Exemplo numérico 1

Considerando o problema 2D apresentado na Figura (4). Onde a x a 2 ($a = 2\text{m}$) são utilizados 12 nós no contorno e 3 nós em pontos internos sem nenhuma união conforme Figura (4), onde os lados superior e inferior do retângulo estão isolados (fluxo = 0.0), e o potencial em $x_0 = 20,0^\circ\text{C}$ e em $x_4 = 80,0^\circ\text{C}$. O valor do potencial foi determinado com exatidão em todos os pontos do domínio na primeira interação conforme Figura (5).

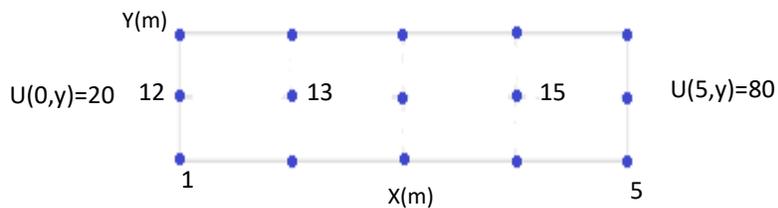


Figura 4 – Representação do problema 1

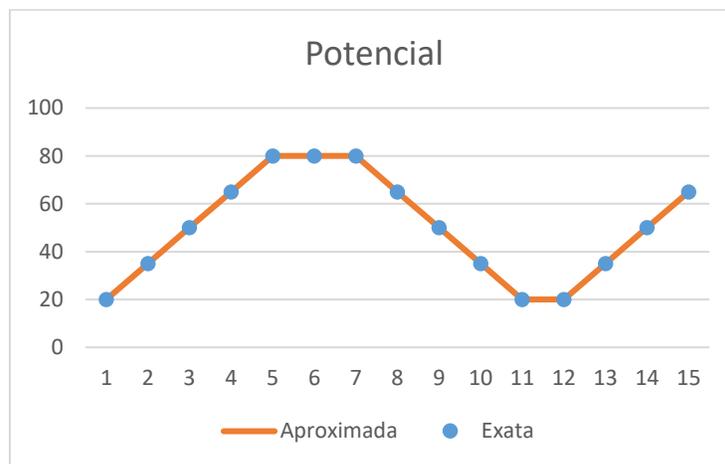


Figura 5 – Distribuição do potencial.

Exemplo numérico 2

O problema proposto é um retângulo com lados $2a \times a$ ($a = 1\text{m}$) são utilizados 30 nós no contorno e 36 nós em pontos internos a função de interpolação adotada foi a spline de quarta ordem. O problema foi feito uma comparação entre a solução do MEC e do Método de Colocação para diferentes situações onde foi analisada a densidade de corrente e o potencial em condutividades diferentes do meio.

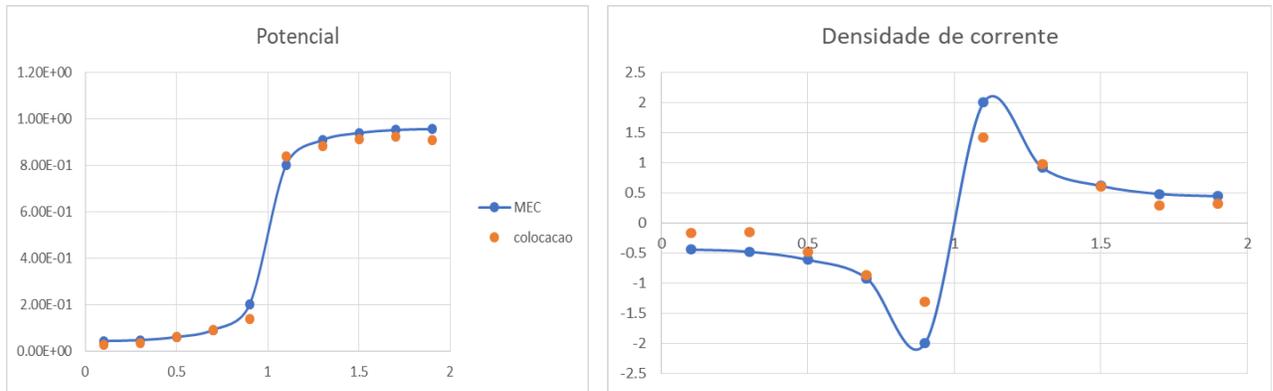


Figura 6 – Resultado com $k = 1$.

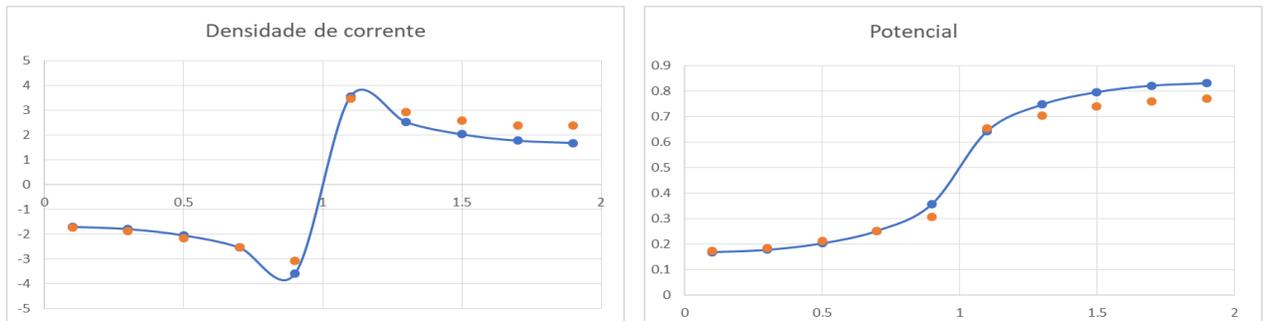


Figura 7 – Resultado com $k = 4.6$.

Exemplo numérico 3

A geometria do problema é de forma retangular com dimensões $2a \times a$ com $a = 1\text{m}$. São utilizados 120 nós no contorno. O problema é resolvido considerando os seguintes valores para os parâmetros que caracterizam as curvas de polarização: $a_1 = -0.1\text{V}$, $b_1 = 0.7\text{V}$, $a_2 = -1.0\text{V}$ e $b_2 = 0.0\text{V}$. Considera-se, ainda, uma condição de isolamento eletroquímico, fazendo $i = 0.0 \text{ A/m}^2$. A apresentação esquemática e gráfico do potencial no eletrólito Figuras (8, 9) e s curvas não lineares para o anodo e catodo são representadas pelas equações abaixo:

$$i(\phi) = \sinh(\phi - b_1|a_1), \text{ para o catodo}, \quad (5.1)$$

$$i(\phi) = \sinh(\phi - b_2|a_2), \text{ para o anodo}, \quad (5.2)$$

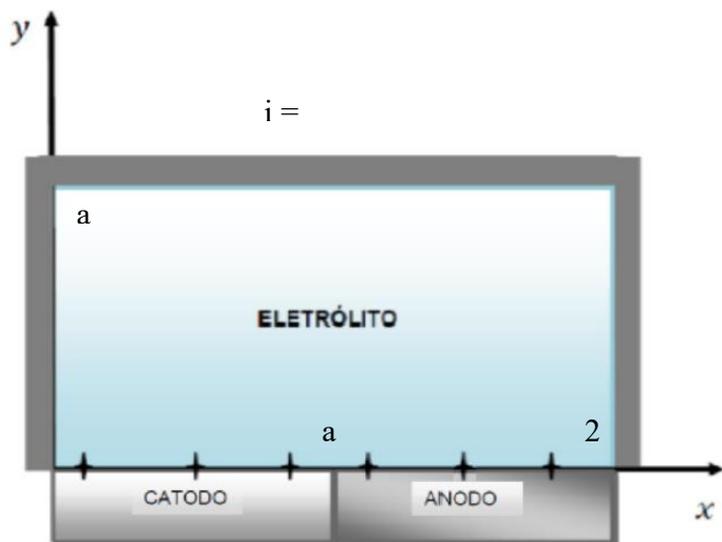


Figura 8 – Acoplamento Galvânico, sensor na Superfície do metal

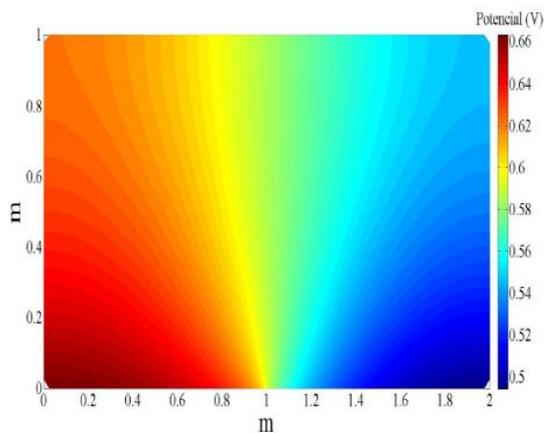


Figura 9 – Potencial no eletrólito

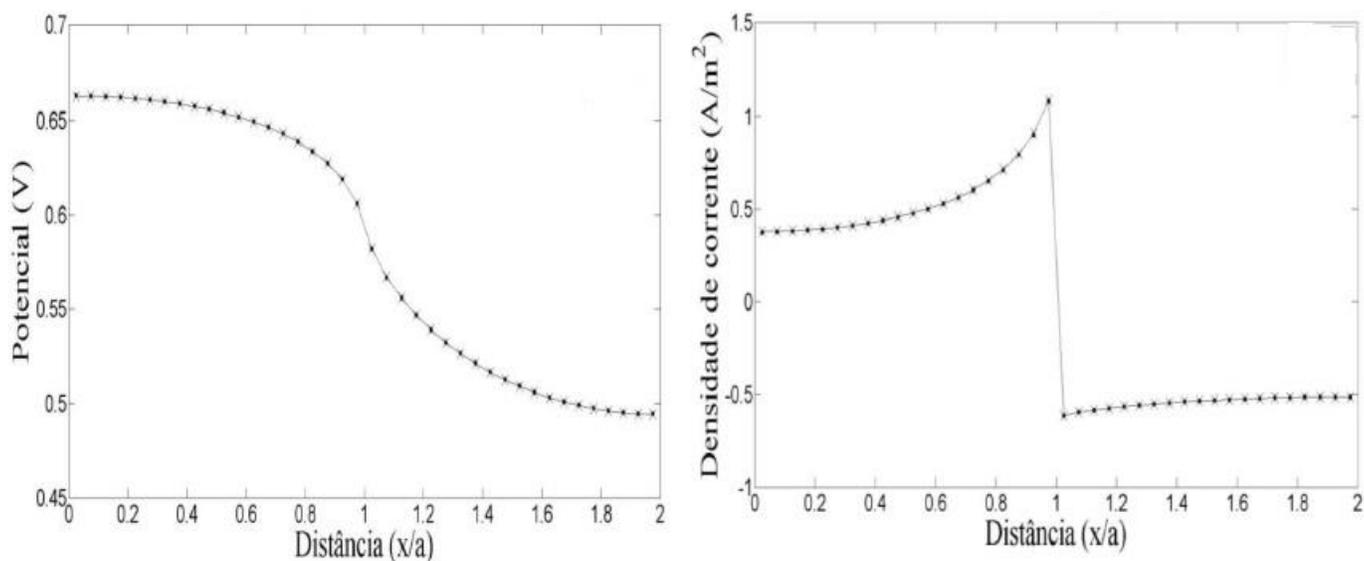


Figura 10 – Resultados na superfície do metal para $k = 4.6$

6 CONCLUSÃO

O trabalho demonstra que o método de Colocação apresenta potencial para ser aplicado também a proteção catódica. Em problemas simples o Método apresenta resultados muito precisos, com rapidez e necessidade de poucos nós para a convergência. No caso dos problemas não lineares ainda não foi possível apresentar bons resultados com o método de colocação, apesar do MEC alcançar bons resultados. É importante ressaltar ainda que quando comparado com o MEC os resultados de densidade de corrente e potencial obtidos pelo Método de Colocação estiveram muito próximos aos obtidos com o MEC.

7 REFERÊNCIAS

- P. Miltiadou e Luiz C. Wrobel., “A BEM- based genetic algorithm for identification of polarization curves in cathodic protection systems.” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*: v. 54, pp. 159-174, 2002.
- Richard L. Burden e J. Douglas Faires., “Análise Numérica”. Cengage Learning: São Paulo 2015.
- G.R. Liu e Y.T. GU., “An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming”. Springer: Netherlands, 2005.
- Brebbia, C.A., Telles, J. C. F., Wrobel, L. C., “Boundary Elements Techniques: Theory and Applications in Engineering”. Springer-Verlag: New York, 1984.
- Gentil, V., Corrosão. LTC, 5ª edição: Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- William E. Boyce e Richard C. Diprima., “Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno” LTC: Rio de Janeiro, 1999.
- Fontana, M. G., “Corrosion Engineering”. McGraw-Hill: New York, 1967.
- T. Belytschko, Y. Krongauz, D. Organ, M. Fleming and P. Krysl: Meshless Methods: An Overview and Recent Developments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 139, pp. 3-47, 1996.
- Shigeru Aoki e Kenji Amaya: “Optimization of cathodic protection system by BEM”. *Engineering Analysis with Boundary Elements* v. 19, pp. 147-156, 1997.
- Santos, W. J., Santiago, J. A. F., Telles, J. C. F., Optimization of cathodic protection systems combining genetic algorithms and the method of fundamental solutions”. In: *Proceedings of the International Conference on Boundary Element and Meshless Techniques*, pp. 426-431, Paris, 2013.
- Santos, W. J., Santiago, J. A. F., Telles, J. C. F., “Optimal positioning of anodes and virtual sources in the design of cathodic protection systems using the method of fundamental solutions”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 46, n. 1, pp. 67-74, 2014.
- S. N. Atluri, T. Zhu., “The Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method: A Simple & Less-costly Alternative to the Finite and Boundary Element Methods”, *CMES*, v.3, nº 1, pp. 11-51, 2002.