Determinantes da Eficiência em Empresas de Comércio: uma análise comparativa entre modelos lineares e abordagens de aprendizado de máquina

Vitor Hugo Tavares da Silva*

July 31, 2024

Abstract

Este artigo busca investigar quais fatores operacionais e financeiros são mais determinantes para explicar o nível de eficiência das companhias brasileiras que atuam nos setores de "Comércio" e "Comércio e Distribuição". Para isso, faz uso de um modelo de fronteira estocástica para estimar os termos de eficiência, que são posteriormente ajustados a partir de uma matriz de covariadas utilizando três abordagens distintas: regressão por mínimos quadrados ordinários (MQO), florestas aleatórias (RF) e árvores de regressão aditivas bayesianas (BART). Desse modo, além de gerar evidências a respeito dos determinantes da eficiência técnica das empresas do setor, também se propõe a implementar abordagens baseadas em aprendizado de máquina para um problema de inferência causal - empregando também Shapley *Additive Explanations* como ferramenta de interpretação agnóstica dos modelos estimados. Os resultados dos três métodos convergem parcialmente ao sugerido pela literatura, apontando relação inversa entre *market share*, alavancagem e eficiência, bem como uma degradação dos níveis de eficiência ao passar dos anos. Além disso, identificam-se resultados inconclusivos a respeito do efeito da pandemia da COVID-19 sobre a performance dessas empresas. Em relação à performance dos modelos, a abordagem BART ganha destaque por permitir avaliar a relevância das covariadas de modo intuitivo, sem abrir mão de performance preditiva.

1 Introdução

Desde a eclosão da pandemia da COVID-19, diversas atividades econômicas passaram a enfrentar novos desafios em todo o mundo. O cenário crítico que emergiu com a crise sanitária - incluindo aumento do desemprego, das taxas de juros, contração da demanda internacional por *commodities* e colapso das cadeias de suprimentos afetou, em particular, as economias emergentes (Hevia, Neumeyer, et al. (2020)), que precisaram simultaneamente enfrentar os efeitos humanitários, financeiros e econômicos de uma crise sem precedentes. No Brasil, este fenômeno não foi diferente.

Em particular, companhias que atuam em atividades relacionadas ao comércio atravessaram um contexto ainda mais inóspito, aliando-se à crise global uma série de mudanças estruturais do setor, com a forte penetração de *players* estrangeiros no *e-commerce* e a tendência de maior integração entre os diversos canais de vendas *online* e *offline* (Costa, Sâmia da Silva Fôro, and Lima Vieira (2020); Cruz (2021); Delardas et al. (2022)). Destacam-se também as fortes mudanças no padrão de consumo, trazendo novas características como a redução do número de visitas a estabelecimentos físicos de comércio, o aumento da demanda por alimentos e forte predileção pelos canais digitais de venda (Gupta and Mukherjee (2022)). Apesar de relacionadas ao período pandêmico, muitas dessas mudanças notadamente tornaram-se um novo padrão, com efeitos perceptíveis de médio e longo prazo.

Simultaneamente, indicadores financeiros das principais companhias brasileiras do segmento passaram e causar preocupação no mercado. Já em 2023, após o pedido de Recuperação Judicial decorrente de uma fraude contábil em uma das empresas mais tradicionais do varejo nacional (americanas s.a., fruto da fusão entre o conglomerado de *e-commerce* B2W Digital e a tradicional Lojas Americanas S.A.), elevou-se ainda mais o grau de incerteza e insegurança de investidores, bancos e consumidores. Dado esse cenário, mostra-se relevante analisar a performance dessas companhias em termos de eficiência técnica - em outras palavras, o quão bem essas empresas estão utilizando os fatores de produção que demandam.

*Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Para isso, uma das metodologias econométricas mais relevantes envolve os modelos de Análise de Fronteira Estocástica (SFA, do inglês *Stochastic Frontier Analysis*), cujos primeiros desenvolvimentos remontam à década de 1970. Essencialmente, essa abordagem se propõe a estimar uma fronteira de produção que representa, a partir dos dados disponíveis e da definição *a priori* de uma função de produção, o maior nível de produto possível para cada combinação de fatores/insumos. A diferença entre os valores estimados da fronteira e os valores observados é, então, explicada por dois componentes estocásticos: um erro aleatório ξ e uma medida de eficiência τ.

Entretanto, são recorrentes na literatura as discussões a respeito de como analisar os fatores que explicam os níveis de eficiência. Tim Coelli, Perelman, and Romano (1999) apresentam duas abordagens: a primeira inclui no próprio modelo de fronteira estocástica os componentes exógenos que ajudariam a explicar os desvios de eficiência - ou seja - deslocam a tecnologia da firma e geram medidas de eficiência "líquidas", controladas pelas idiossincrasias de cada observação; a segunda sugere uma análise em duas etapas, estimando um novo modelo econométrico que busca relacionar a medida de eficiência "bruta" e um vetor de co-variadas que ajudariam a explicá-la.

Apesar de, tipicamente, ambas as abordagens sugerirem resultados (e interpretações) convergentes, seus significados são distintos. No presente estudo, a segunda estratégia será aplicada, empregando três distintas metodologias para avaliar os determinantes dos níveis de eficiência estimados via SFA: regressão por mínimos quadrados ordinários (que será tratada como um *baseline*), estimação via um modelo de florestas aleatórias e um modelo de árvores de regressão aditivas bayesianas (BART) (tradução livre de *bayesian additive regression trees*). Os resultados são, então, analisados através de ferramentas agnósticas - *SHAP values* e gráficos de dependências parciais. Além disso, se valendo de uma propriedade particular deste modelo, a relevância das covariadas do modelo BART é avaliada através da proporção de inclusão dessas variáveis nas árvores que compõem o modelo.

Com isso, este trabalho se propõe a avaliar os determinantes da eficiência técnica nas empresas dos setores de "Comércio" e "Comércio e Distribuição" listadas na B3, estimando termos de eficiência através de uma ferramenta já consolidada na literatura (SFA) e empregando uma abordagem paramétrica e duas abordagens não-paramétricas para buscar explicar os níveis de eficiência a partir de um vetor de indicadores financeiros e operacionais dessas empresas. Desse modo, além de comparar os resultados obtidos, também se propõe a avaliar a performance de ajuste de diferentes métodos, bem como a interpretabilidade oferecida por cada uma dessas ferramentas, fornecendo exemplos empíricos do uso de modelos de aprendizado de máquina para problemas de inferência causal.

Maiores detalhes metodológicos são descritos na seção seguinte, incluindo uma apresentação da base de dados utilizada. Posteriormente, seguem os resultados estimados, que são discutidos e desdobrados na seção final.

2 Metodologia

Nesta seção serão detalhados os procedimentos metodológicos de ambas as etapas da pesquisa. Inicialmente, é apresentado o modelo de fronteira estocástica, estimado em sua formulação mais comumente implementada. Posteriormente, os modelos de florestas aleatórias e BART são introduzidos, bem como a implementação de SHAP *values* para avaliar seus resultados. Por fim, traz-se uma breve descrição das bases de dados utilizadas.

2.1 Análise de Fronteira Estocástica

Os modelos de Análise de Fronteira Estocástica (SFA, do inglês *Stochastic Frontier Analysis*) foram inicialmente desenvolvidos por Aigner, Lovell, and Schmidt (1977), numa tentativa de encurtar as distâncias entre a teoria econômica convencional e os trabalhos econométricos.

Assuma a seguinte função de produção

$$Y_{it} = f\left(\mathbf{X_{it}}; \beta\right) \xi_{it} \tau_{it} \tag{1}$$

onde Y_{it} representa a produção obtida através da tecnologia descrita em $f(.)$, do vetor de insumos X_{it} e do vetor de parâmetros desconhecidos β para a firma i, no período t. Além disso, os termos estocásticos ξ_{it}, que representa um choque aleatório, e $0 < \tau_{it} < 1$, que representa uma medida de eficiência técnica da firma no período, também afetam o produto.

Assumindo uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, a partir da Equação 1 pode-se obter

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{K} (x_{itj} \cdot \beta_j) + v_{it} - u_{it} \tag{2}$$

onde $y_{it} = \ln Y_{it}$; $x_{itj} = \ln X_{itj}$; $v_{it} = \ln \xi_{it}$; $u_{it} = \ln \tau_{it}$; e $j = 1, \ldots, K$ denota o número de insumos utilizados no processo produtivo. Neste estudo, será adotada a formulação mais recorrente na literatura, onde $v_{it} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_v^2)$ e $u_{it} \overset{iid}{\sim} N^+(\mu, \sigma_u^2)$ e, como especificado por Battese and T.J. Coelli (1992), o estimador para a medida de eficiência técnica da firma i no período t é obtido por:

$$E\{\exp(u_{it}) \,|\epsilon_{it}\} = \left[\frac{1 - \phi\{\eta_{it}\tilde{\sigma}_i - (\tilde{\mu}_i/\tilde{\sigma}_i)\}}{1 - \phi(-\tilde{\mu}_i/\tilde{\sigma}_i)}\right] \exp\left(\eta_{it}\tilde{\mu}_i + \frac{1}{2}\eta_{it}^2\tilde{\sigma}_i^2\right) \tag{3}$$

onde

$$\tilde{\mu}_i = \frac{\mu\sigma_v^2 - \sum_{t=1}^{T_i} \eta_{it}\epsilon_{it}\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^{T_i} \eta_{it}^2\sigma_u^2} \tag{4}$$

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{\sigma_v^2\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^{T_i} \eta_{it}^2\sigma_u^2} \tag{5}$$

$$\epsilon_{it} = y_{it} - \sum_{j=1}^{K} (x_{itj} \cdot \beta_j) \tag{6}$$

Além disso,

$$\eta_{it} = \exp[-\eta(t - T)] \tag{7}$$

onde η é um parâmetro desconhecido e $t \in \mathcal{T}_i$, o conjunto de T_i períodos para os quais existem observações da firma i. Ou seja, o modelo possibilita que o termo de eficiência varie ao longo do tempo.

Com isso, o modelo pode ser estimado por máxima verossimilhança a partir de uma base de dados em painel - balanceado ou desbalanceado. Para modelos que não variam no tempo, tem-se que $\eta = 0$.

2.2 Determinantes da eficiência: regressão por MQO

A primeira abordagem a ser empregada para avaliar quais indicadores mais ajudam a explicar o nível de eficiência das companhias selecionadas é um modelo de regressão linear por mínimos quadrados ordinários:

$$\mathbf{e} = \mathbf{X}\beta + \epsilon \tag{8}$$

onde $\mathbf{e}$ corresponde ao vetor de termos de eficiência estimado através da Equação 3, $\mathbf{X}$ é a matriz de covariadas financeiras e operacionais que compõem a base de dados, β é o vetor de parâmetros e ϵ é o vetor de erro aleatório. O estimador de MQO para β é definido por:

$$\hat{\beta} = \left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{e} \tag{9}$$

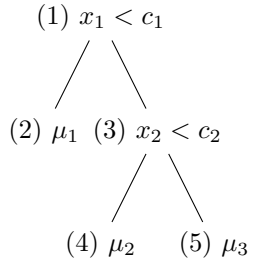
Os resultados da regressão serão avaliados através dos coeficientes estimados e seus níveis de significância, mas também através dos métodos agnósticos - que não dependem do tipo de modelo empregado e serão apresentados ao final da seção de metodologia. Ao final, também é apresentado o detalhamento das variáveis que compõem $\mathbf{X}$.

2.3 Determinantes da eficiência: modelo de florestas aleatórias

As florestas aleatórias (RF, do inglês *random forests*) fazem parte da classe de modelos de aprendizado de máquina *ensemble*, caracterizados por realizar a combinação de uma sequência de outros modelos mais simples. Neste caso, as RF combinam uma sequência de árvores de regressão.

Os modelos baseados em árvores foram inicialmente propostos por L. Breiman et al. (1984), propondo uma abordagem não paramétrica para problemas de regressão e classificação. A ideia central reside em segmentar a amostra a partir dos valores observados de $\mathbf{X_i}$ - o vetor de variáveis explicativas. Para cada observação dentro destes segmentos, é estimado um mesmo valor para a variável dependente Y_i (tipicamente é utilizada a média, mas algumas abordagens sugerem utilizar a mediana ou mesmo realizar um ajuste linear). Essa segmentação é definida com base em *splits*, decisões binárias tomadas ao se

Figure 1: Exemplo de uma árvore de regressão



comparar o valor observado de x_{ik} (observação da variável k para o indivíduo i) com uma regra de corte como, por exemplo, a média $\overline{x}_k$.

A Figura 1 ilustra o comportamento decisório para estimação de uma árvore de regressão. O primeiro *split* é realizado com base na co-variada x_1, comparando os valores observados em cada observação x_{1i} com uma constante c_1. Se $x_{1i} < c_1$, estima-se que a variável dependente seja μ_1 (usualmente, a média da variável dependente na partição onde atende-se ao critério). Caso contrário, o modelo analisa a co-variada x_2, de modo análogo ao primeiro.

Entretanto, a literatura aponta um problema recorrente neste tipo de modelagem: há uma forte tendência ao excesso de ajuste do modelo aos dados da amostra de treino, efeito chamado de *overfitting*. Com isso, os estimadores perdem sua capacidade de generalização, tornando-se "viciados" à forma com que as variáveis interagem na amostra.

Com isso, algumas estratégias foram desenvolvidas para a mitigação deste comportamento indesejável - e os modelos de florestas aleatórias se encaixam nesse contexto.

Proposta originalmente por Breiman (2001), essa abordagem se caracteriza por combinar uma sequência de m árvores de regressão, ajustadas com base em uma amostragem com repetição das n observações disponíveis na base de dados de treino (*bootstrap*) e na seleção aleatória de k variáveis explicativas em cada árvore. Para problemas de regressão, a estimativa é feita a partir da média das m árvores; em modelos voltados a classificação, é tomada a moda.

Neste trabalho, o modelo de RF teve seus hiper-parâmetros calibrados via validação cruzada. Como resultado, obteve-se um modelo com 100 árvores, com número mínimo de observações por *split* igual a 2 e no mínimo uma observação por folha.

2.4 Determinantes da eficiência: modelo BART

Os modelos de árvores de regressão aditivas bayesianas foram introduzidos por Chipman, George, and McCulloch (2010) e são definidos como uma soma de árvores de regressão cujos hiper-parâmetros são amostrados de funções densidade de probabilidade definidas *a priori* e que induzem ao encolhimento das árvores. Com isso, a estratégia se baseia em construir árvores que sejam *weak learners*, ou seja, que pouco expliquem da variável dependente, evitando assim o excesso de ajuste aos dados de treino (*overfitting*). Oferecem, portanto, uma outra abordagem para encarar os mesmos desafios que as florestas aleatórias buscam resolver.

Com a abordagem BART, o modelo não se restringe a uma forma funcional pré-definida (característica compartilhada com outros modelos não paramétricos, como as RF), além de não sofrer penalizações pelas interações entre as covariadas. Ademais, fornece métodos intuitivos para mensurar a importância de cada variável explicativa dentro do modelo - aspecto particularmente útil para o tópico que será investigado neste trabalho e que distingue esta ferramenta de seus concorrentes.

Diferentemente das florestas aleatórias, esta abordagem não toma a média de m árvores, mas realiza a adição de suas estimativas (daí o termo *additive*). Entretanto, como ferramenta para garantir que cada uma das m árvores seja uma *weak learner*, faz uso de hiper-parâmetros não-determinísticos que seguem funções densidade de probabilidade definidas *a priori* e que tendem a gerar árvores pequenas. Nos termos dos autores, "[...] BART pode ser visualizado como uma abordagem Bayesiana não-paramétrica que ajusta um modelo rico em parâmetros utilizando uma distribuição *a piori* de forte influência." (Chipman, George, and McCulloch 2010).

Formalizando os conceitos apresentados, considere que há interesse em estimar a variável aleatória Y dado uma matriz de co-variadas x, tal que

$$Y = f(x) + \epsilon, \qquad \epsilon \sim N(0, \sigma^2) \tag{10}$$

Deseja-se aproximar $f(x) = E(Y|x)$ utilizando um modelo de soma de árvores $h(x) = \sum_{j=1}^{m} g_j(x)$ onde cada g_j representa uma árvore.

Seja T uma árvore binária constituída por um conjunto de nós de decisão, com regras de *split* (por exemplo, os nós 1 e 2 da Figura 1) e b nós terminais, com estimativas para Y (nós 2, 4 e 5 da Figura 1). Além disso, $M = \{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_b\}$ representa o conjunto de parâmetros associado com cada nó terminal. Por "binário", entende-se que, nesta árvore, cada nó de decisão origina apenas dois novos nós, com um critério de *split* no formato $x_k \leq c_k$ vs $x_k > c_k$ para variáveis contínuas. Para variáveis *dummy*, $c = 0$.

Nessa estrutura, cada observação i da matriz de co-variadas x está associada com um, e apenas um nó terminal de T, a partir da cadeia de decisões binárias que os originam. Assim, $g(x; T; M)$ denota a função que associa cada observação de co-variadas x_i a um $\mu_i \in M$. Desse modo, constrói-se o modelo de soma de árvores

$$Y = \sum_{j=1}^{m} g(x; T_j; M_j) + \epsilon, \qquad \epsilon \sim N(0, \sigma^2) \tag{11}$$

onde $E(Y|x)$ corresponde à soma de cada nó terminal μ.

Finalmente, resta especificar a *priori* de encolhimento que permite ao modelo gerar árvores *weak learners*. Para fins de simplificação, os autores concentram atenção apenas aos parâmetros $(T_1, M_1) \ldots (T_m, M_m)$ e σ que são independentes entre si.

Para $p(T_j)$, define-se que a probabilidade de um nó de profundidade $d = 0, 1, 2, \ldots$ não ser terminal (i.e., a probabilidade de realizar o *split* num nó de profundidade d) é dada por

$$\alpha(1 + d)^{-\beta}, \qquad \alpha \in (0, 1), \beta \in [0, \text{inf}) \tag{12}$$

Ou seja, por α e β é possível limitar probabilisticamente o tamanho das árvores de modo que, a cada novo nível de profundidade, é menor a probabilidade de ser realizado um novo *split*. É recorrente na literatura o uso de validação cruzada para testar diferentes configurações para esses hiper-parâmetros.

Além disso, é utilizada uma distribuição Uniforme para selecionar qual co-variada será utilizada em um nó, assim como para definir o critério de seleção adotado em cada nó.

Com relação a $p(\mu_i|T_j)$, é utilizada a distribuição Normal conjugada $N(\mu_\mu, \sigma_\mu^2)$, recorrente em diversas formulações da abordagem bayesiana graças aos ganhos computacionais obtidos com sua utilização. Os autores argumentam que, em aplicações empíricas do modelo, é esperada alta probabilidade de os valores *a priori* de μ_{ij} estarem localizados no intervalo entre os pontos mínimo e máximo da variável dependente, y_{min} e y_{max}. Logo, é coerente optar por especificações de μ_μ e σ_μ^2 que concentrem a massa de probabilidade de $p(\mu_i|T_j)$ dentro desse intervalo. Os autores fornecem essas especificações, mas ressalta-se que, em termos de aplicabilidade, basta centralizar Y entre -0.5 e 0.5, adotando a versão transformada de Y como a variável dependente do modelo e definir um valor de σ_μ^2 que respeite a identidade $h\sqrt{m\sigma_\mu} = 0.5$ para um dado valor da constante h. Ou seja,

$$\mu_i|T_j \sim N(0, \sigma_\mu^2) \qquad \sigma_\mu^2 = \frac{0.5}{h\sqrt{m}} \tag{13}$$

Vale ressaltar que esta definição de $p(\mu_i|T_j)$ induz o modelo a gerar árvores pouco explicativas ao encolher os parâmetros μ_{ij} a zero e, consequentemente, reduzindo o peso da árvore T_j em $E(Y|x)$.

Por fim, $p(\sigma)$ é definida como uma distribuição Qui-Quadrado Invertida conjugada, tal que

$$\sigma^2 \sim \frac{\nu\lambda}{\chi_\nu^2} \tag{14}$$

Novamente, os hiper-parâmetros podem ser escolhidos a partir de um procedimento de validação cruzada. Porém, são mapeados pelos autores combinações que geram estimativas mais ou menos conservadoras.

Por fim, o número de árvores que compõem o modelo, m, também deve ser definido previamente. Assim como os demais, este hiper-parâmetro pode ser ajustado por validação cruzada, mas os autores sugerem adotar $m = 200$ e, posteriormente, testar se pequenas variações neste valor geram alterações substanciais na performance do modelo. Via de regra, valores acima de 50 são suficientes para gerar métricas de performance satisfatórias.

Os procedimentos de amostragem e estimação por Cadeias de Markov Monte-Carlo (MCMC) seguem o procedimento detalhado por Chipman, George, and McCulloch (2010) e Kapelner and Bleich (2016). Neste trabalho, com a aplicação de validação cruzada, gerou-se um modelo de 50 árvores, com parâmetro $k = 5$, $\nu = 3$ e $q = 0,99$. O processo de MCMC teve um total de 1250 iterações, das quais 250 foram *burn-in*.

Já a importância de cada co-variada é mensurada através da proporção em que aparecem nos *splits* das m árvores que compõem o modelo, calculando-se a média entre as iterações por MCMC. Como ressaltado pelo autores, essa maneira intuitiva de identificar as variáveis com maior poder explicativo decorre da "competição" travada entre elas durante o ajuste das árvores e do processo iterativo de poda e cultivo. Além disso, para variáveis selecionadas, são construídos gráficos de dependência parcial (*partial dependence plots*), ferramenta sugerida por Friedman (2001) que consiste em marginalizar o efeito da co-variada x calculando o impacto médio que há sobre as estimativas de Y quando forçam-se todas as observações de x a um dos valores (ou intervalo de valores) em seu domínio.

2.5 Interpretação agnóstica dos modelos: *Shapley additive explanations*

Com o propósito de viabilizar a interpretabilidade de modelos preditivos cada dia mais complexos, um novo ramo de literatura se propõe a desenvolver ferramentas que permitam identificar a relação entre as variáveis explicativas e explicadas de maneira intuitiva e agnóstica (ou seja, sem depender do tipo de modelo empregado). Dentre essas abordagens, ganhou destaque na última década o uso dos *Shapley additive explanations* - ou simplesmente "SHAP" - proposto por Lundberg and Lee (2017).

Essa abordagem se baseia na Teoria dos Jogos, construindo um modelo no qual as variáveis explicativas competem entre si quanto ao seu poder de explicar a variável dependente. Como resultado, permite visualizar, para cada observação da amostra, como se comporta a esperança condicional de y_i em relação a cada covariada conforme variam os valores de $\mathbf{X}_i$. Dentre suas principais vantagens, essa ferramenta se destaca pela eficiência computacional e pela capacidade de lidar com quaisquer tipos de modelos preditivos - desde os mais simples e recorrentes, como modelos de regressão linear, até estruturas mais modernas e complexas, como redes neurais. Além disso, as implementações sugeridas por Lundberg and Lee (2017) abrem mão de hipóteses que outras ferramentas concorrentes requerem.

2.6 Base de dados e variáveis utilizadas

No presente estudo, são analisadas as companhias brasileiras listadas em bolsa classificadas pela B3 nos setores de "Comércio" e "Comércio e Distribuição". A ampla maioria dos indicadores utilizados em ambas as etapas da pesquisa foram obtidos de fonte secundária - a plataforma *Economatica*. Esta ferramenta consolida, organiza e disponibiliza centenas de indicadores relacionados a ativos financeiros negociados no Brasil e demais países da América Latina e EUA.

Para deflacionar os indicadores mensurados em valores monetários, foi utilizado o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), medida oficial da inflação brasileira. Os dados relacionados a comércio exterior foram extraídos via API do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA).

O modelo de fronteira estocástica considerou observações trimestrais, entre 2011Q1 e 2023Q3 e inclui as seguintes variáveis *proxy* para os fatores de produção: o Ativo Imobilizado, que é utilizado para aproximar o montante de capital empregado, mensura todos os bens tangíveis de propriedade da companhia que são utilizados para geração de renda; os gastos com Obrigações Sociais e Trabalhistas aproximam o uso de fator trabalho, mensurando dispêndios como salários, benefícios e direitos trabalhistas. A variável de *output* é a Receita. Estatística descritiva para o logaritmo natural das variáveis do modelo são apresentadas na Tabela 1.

Table 1: Estatística Descritiva das Variáveis - modelo SFA

Variável	Média	Desvio-Padrão	Máximo	Mínimo	Observações
ln_receita	14.7	1.6	18.5	10.8	879
ln_obrig_soc_trab	11.4	1.6	14.4	6.4	879
ln_ativo_imobilizado	13.5	1.8	17.3	9.4	879

Os modelos de RF, BART e o modelo *baseline* de regressão por mínimos quadrados, que buscam

identificar os determinantes da eficiência técnica das companhias, possuem covariadas organizadas em 4 blocos. Estatística descritiva é apresentada na Tabela 2.

O primeiro bloco considera informações cadastrais das companhias na B3: "segmento_b3" identifica o segmento de atuação - "Eletrodomésticos", "Material de Transporte", "Medicamentos e outros produtos", "Tecidos, vestuário e calçados", "Alimentos" e "Produtos diversos". Foram geradas variáveis *dummy* para as 5 primeiras categorias; "subsetor_b3" gerou uma variável *dummy* igual a 1 caso a companhia esteja listada no sub-setor "Comércio e Distribuição" e igual a 0 caso esteja enquadrada como "Comércio".

Em seguida, constam os indicadores financeiros selecionadas para caracterizar a estrutura de capital, *market share* e performance no mercado financeiro: "ec_div_ativo" traz a proporção entre Dívida Bruta e Ativo Total, um indicador tipicamente utilizado para avaliar o nível de alavancagem das firmas; "ec_ebitda_despfin" traz a proporção entre EBITDA e as despesas financeiras, identificando a capacidade da firma em arcar com seus débitos; "ms_valor_mercado" mensura o valor de mercado da companhia; "mk_market_share" mensura a proporção exercida pelas receitas da companhia dentro do total de receitas do seu respectivo sub-setor.

Neste bloco também está incluído o Índice de Negociabilidade, identificado pela variável "mk_indnegoc". Esse indicador busca mensurar a relevância da companhia nas transações realizadas na B3 e é calculado como

$$IN = \frac{1}{P} \cdot \sum_{i=1}^{P} \sqrt[3]{\frac{n_{ai}}{N_i} \cdot \left(\frac{v_{ai}}{V_i}\right)^2} \tag{15}$$

onde P corresponde ao número de pregões do período, n_{ai} e v_{ai} correspondem ao montante de negociações e ao valor negociado do ativo a no pregão i, respectivamente; N_i e V_i correspondem ao total de negociações e valores negociados no pregão i.

Além disso, a Taxa Interna de Retorno (TIR) do ativo também é considerada, através da variável "mk_tir".

O terceiro bloco traz indicadores operacionais das companhias: "ope_pm_estoque" mensura o Prazo Médio de Estoque, que indica o período médio que os itens permanecem armazenados - valores mais baixos apontam para um giro mais ágil, eficiente e com menores custos de *handling*; "ope_pm_fornec" traz o Prazo Médio de Pagamento aos Fornecedores, que engloba o período entre a compra de novas mercadorias e a efetuação do pagamento; "ope_pm_receb", por sua vez, mensura o tempo médio entre a efetuação de uma venda e o recebimento dos valores. Concatenando essas informações, o ciclo financeiro também é incorporado no modelo, pela variável "ope_cf" e mensura o período entre a venda de bens ou serviços e o pagamento dos respectivos fornecedores - para atividades de varejo, este indicador é particularmente relevante, uma vez que ciclos financeiros mais ágeis propiciam fluxos de caixa mais saudáveis. Por fim, o ciclo operacional ("ope_co") também é considerando, mensurando todo o período entre a aquisição de bens ou serviços de fornecedores e o recebimento das vendas.

Por fim, o quarto bloco inclui o valor das importações brasileiras de bens de consumo semi-duráveis e não-duráveis voltados ao consumidor final, através da variável "vl_import". Argumenta-se que a concorrência com plataformas estrangeiras de *e-commerce*, cuja participação no mercado brasileiro ainda é pouco explorada, tenha trazido novas dinâmicas ao varejo nacional e impactado a performance das companhias. Além disso, também foi gerada uma variável *dummy* para identificar as observações que compreendem o período após a eclosão da pandemia da COVID-19, a partir do primeiro trimestre de 2020 - "d_pandemia".

A base de dados cobre o mesmo período da anterior, entre 2011Q1 e 2023Q3. Entretanto,a disponibilidade de indicadores operacionais e financeiros para as companhias analisadas é escassa para períodos mais antigos, prévios a 2016. Desse modo, o número de observações cai consideravelmente.

3 Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados do modelo de fronteira estocástica e das três abordagens implementadas para avaliar os determinantes dos níveis de eficiência.

3.1 Análise de Fronteira Estocástica

Os resultados da análise de fronteira estocástica são apresentados na Tabela 3. Ambos os insumos tiveram coeficientes estatisticamente significantes a 99%. Pela estruturação do modelo, sabe-se que

Table 2: Estatística Descritiva das Variáveis - determinantes da eficiência

Variável	Média	Desvio-Padrão	Máximo	Mínimo	Observações
vl_import	5065.1	583.8	6162.3	3915.6	339
ec_div__ativo	25.6	20.4	100.8	0	339
ec_ebitda__despfin	6.2	11.4	102.9	-20.5	339
ms_valor_mercado	7370486.5	8952243.4	47864350.4	60243	339
ms_market_share	0.1	0.1	0.7	0	339
mk_indnegoc	0.2	0.3	1.5	0	339
mk_tir	11.6	50.1	233.2	-88.8	339
ope_pm_estoque	81.1	48.9	415.7	0	339
ope_pm_fornec	65.4	37.3	242.9	1.1	339
ope_pm_receb	72.7	46	325.6	0	339
ope_cf	88.4	57.9	284.8	-47.2	339
ope_co	153.8	76.9	469.8	20.9	339
ano	2017.6	3.7	2023	2011	339
segmento__eletrodomesticos	0.1	0.2	1	0	339
segmento__material_de_transporte	0.2	0.4	1	0	339
segmento__medicamentos_e_outros	0.2	0.4	1	0	339
segmento__produtos_diversos	0	0.2	1	0	339
segmento__tecidos_vest_e_calçados	0.5	0.5	1	0	339
d_comercio_dist	0.2	0.4	1	0	339
d_novo_mercado	0.7	0.4	1	0	339
eficiencia	0.3	0.1	0.9	0.1	339

os coeficientes estimados são idênticos às elasticidades de cada insumo em relação ao *output*. Logo, mostra-se pertinente avaliar como o setor combina os recursos utilizados. Para tal, foi realizado um teste de Wald χ^2 para avaliar se a soma dos coeficientes é igual a 1, o que caracterizaria uma tecnologia com retornos constantes de escala. A hipótese nula ($ln\_ativo\_imobilizado + ln\_obrig\_soc\_trab = 1$) foi rejeitada e os resultados apontam para um tecnologia intensiva em fator trabalho.

Table 3: Resultados do Modelo de Fronteira Estocástica

	Coef	StdError	z	P $\|z\|$	95% ConfInterval	
ln_ativo_imobilizado*	0.1956	0.0346	5.64	0.000	0.1276	0.2635
ln_obrig_soc_trab*	0.6207	0.0539	11.52	0.000	0.5151	0.7263
const.*	5.9889	0.5813	10.30	0.000	4.8495	7.1281
μ*	0.9963	0.2975	3.35	0.001	0.4132	1.5795
η*	-0.0052	0.0017	-3.03	0.002	-0.0086	-0.0018
σ_u^2	0.3965	.2146			0.0535	0.7395
σ_v^2	0.3492	.0076			0.3159	0.3825

* estatisticamente significante a 99%

Ambos os parâmetros relacionados à eficiência das firmas, μ e η, foram estatisticamente significantes. Apesar de relativamente próximo de zero, $\eta < 0$ sugere uma tendência de decréscimo da performance das firmas ao longo do tempo. Além disso, a proporção $\sigma_u^2 / \left(\sigma_u^2 + \sigma_v^2\right)$, tipicamente denotada por γ, foi de aproximadamente 53,17%. Ou seja, da variância total do termo de erro $\epsilon_{it} = v_{it} + u_{it}$, pouco mais da metade é explicada pela variância do termo de eficiência técnica.

A partir do estimador definido na Equação 3 foram estimados os termos de eficiência técnica de cada firma, ao longo do período observado. A Tabela 4 sintetiza esses resultados.

Chama atenção a elevada presença de companhias dos segmentos de Alimentos e Eletrodomésticos no topo do *ranking* - grupos essencialmente caracterizados por empresas que atuam nos ramos de super-

Table 4: Ranking de Eficiência

Companhia	Média Efic. Téc.	Segmento B3
Allied	0.8523	Eletrodomésticos
Carrefour BR	0.8289	Alimentos
Viveo	0.7308	Medicamentos e outros produtos
P.Acucar-Cbd	0.7147	Alimentos
Assai	0.6993	Alimentos
Magaz Luiza	0.6523	Eletrodomésticos
Casas Bahia	0.6479	Eletrodomésticos
Grupo Mateus	0.6382	Alimentos
Pague Menos	0.6117	Medicamentos e outros produtos
RaiaDrogasil	0.5449	Medicamentos e outros produtos
Minasmaquina	0.4992	Material de transporte
Dimed	0.4511	Medicamentos e outros produtos
Wlm Ind Com	0.3694	Material de transporte
Lojas Marisa	0.3304	Tecidos vestuário e calçados
Arezzo Co	0.3222	Tecidos vestuário e calçados
Embpar S/A	0.3217	Material de transporte
Lojas Renner	0.2919	Tecidos vestuário e calçados
Grupo Sbf	0.2877	Produtos diversos
Grazziotin	0.2855	Tecidos vestuário e calçados
Cea Modas	0.2708	Tecidos vestuário e calçados
Petz	0.2596	Produtos diversos
Blau	0.2555	Medicamentos e outros produtos
Grupo Soma	0.2542	Tecidos vestuário e calçados
Quero-Quero	0.2489	Produtos diversos
Guararapes	0.2401	Tecidos vestuário e calçados
Hypera	0.2229	Medicamentos e outros produtos
Le Biscuit	0.2137	Produtos diversos
Espacolaser	0.1528	Produtos diversos
Veste	0.1499	Tecidos vestuário e calçados

mercados (varejo, atacado ou ainda no modelo de negócio recentemente apelidado de "atacarejo") e lojas de departamentos, respectivamente. Na metade inferior do *ranking* predominam as empresas classificadas nos ramos têxtil e de diversidades. As empresas que atuam no ramo de medicamentos aparecem distribuídas ao longo de toda a classificação - embora concentradas num nível intermediário de eficiência técnica.

As evidências do modelo SFA sugerem alguns novos questionamentos com relação a eficiência das companhias brasileiras de comércio e distribuição: o valor estimado negativo para o parâmetro η está, de alguma forma, relacionado à pandemia da COVID-19? A aparente segregação dos níveis de eficiência entre os segmentos de atuação das companhias é, de fato, relevante? Ou suas idiossincrasias financeiras e operacionais explicam melhor o comportamento observado? Espera-se que os resultados dos modelos RF e BART sejam capazes de trazer luz a essas questões.

3.2 Determinantes da eficiência

A fim de mensurar a qualidade de ajuste dos modelos, as observações foram aleatoriamente separadas em bases de treino e teste, contendo 80% e 20% da amostra total, respectivamente. As métricas de erro consideradas foram o erro absoluto médio (MAE) e a raíz do erro quadrático médio (RMSE), ambas mensuradas em relação às previsões feitas fora da amostra (base de teste) e com 3 casas decimais.

Como ponto de partida, apresentam-se os resultados do modelo de *baseline*, estimado por mínimos quadrados ordinários. Esta abordagem gerou um MAE de 0.034 e RMSE igual a 0.059. A Tabela 5 apresenta os coeficientes estimados.

Apenas as variáveis relacionadas às importações, TIR das companhias analisadas, prazo médio de estoque e de fornecedores, à pandemia da COVID-19 e ao setor de materiais de transporte não foram

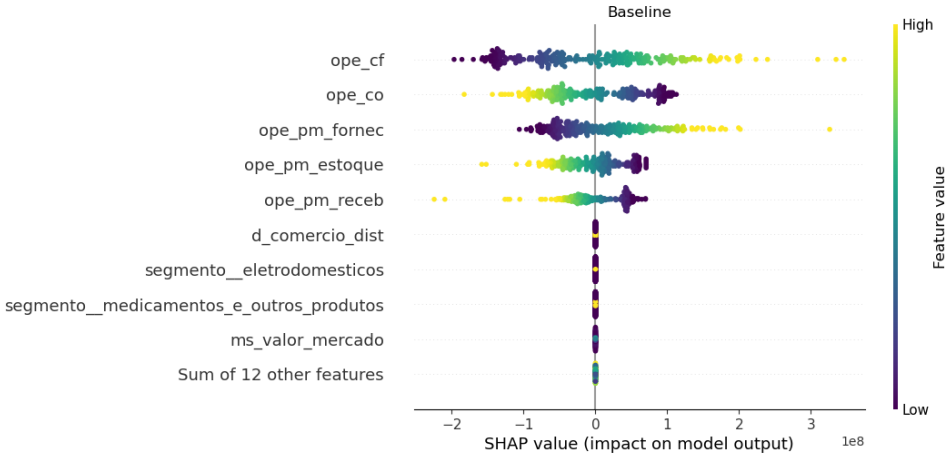
Table 5: Resultados - modelo *baseline*

Variável	Coef	StdErro	P $\|\|z\|\|$	95% ConfInterval	
const	20.6353	2.675	0.000***	15.367	25.903
vl_import	-5.426e-06	4.27e-06	0.205	-1.38e-05	2.99e-06
ec_div__ativo	-0.0003	0.000	0.064*	-0.001	1.62e-05
ec_ebitda__despfin	0.0005	0.000	0.032**	4.49e-05	0.001
ms_valor_mercado	-4.558e-09	6.91e-10	0.000***	-5.92e-09	-3.2e-09
ms_market_share	-0.2549	0.047	0.000***	-0.348	-0.162
mk_indnegoc	0.0387	0.014	0.005***	0.012	0.066
mk_tir	-4.466e-05	5.44e-05	0.413	-0.000	6.25e-05
ope_pm_estoque	3.633e-05	6.3e-05	0.565	-8.78e-05	0.000
ope_pm_fornec	6.447e-06	5.89e-05	0.913	-0.000	0.000
ope_pm_receb	-0.0003	7.53e-05	0.000***	-0.000	-0.000
ope_cf	-0.0003	5.11e-05	0.000***	-0.000	-0.000
ope_co	-0.0003	3.38e-05	0.000***	-0.000	-0.000
ano	-0.0100	0.001	0.000***	-0.013	-0.007
segmento__eletrodomesticos	0.4881	0.027	0.000***	0.435	0.541
segmento__material_de_transporte	0.0063	0.028	0.819	-0.048	0.061
segmento__medicamentos_e_outros_produtos	-0.1550	0.013	0.000***	-0.180	-0.130
segmento__tecidos_vestuario_e_calçados	0.0328	0.018	0.073*	-0.003	0.069
segmento_alimentos	0.3759	0.023	0.000***	0.331	0.420
d_comercio_dist	0.2209	0.018	0.000***	0.185	0.257
d_novo_mercado	0.0543	0.012	0.000***	0.030	0.079
d_pandemia	0.0084	0.010	0.395	-0.011	0.028

* estatisticamente significante a 10%;** estatisticamente significante a 5%;*** estatisticamente significante a 1%

estatisticamente significantes. O bom ajuste do modelo aos dados de treino aponta a relevância das covariadas selecionadas, embora aspectos teóricos e empíricos não corroborem as hipóteses que fundamentam os estimadores de MQO. A Figura 2 apresenta os resultados de SHAP para as 10 variáveis mais relevantes do *baseline*.

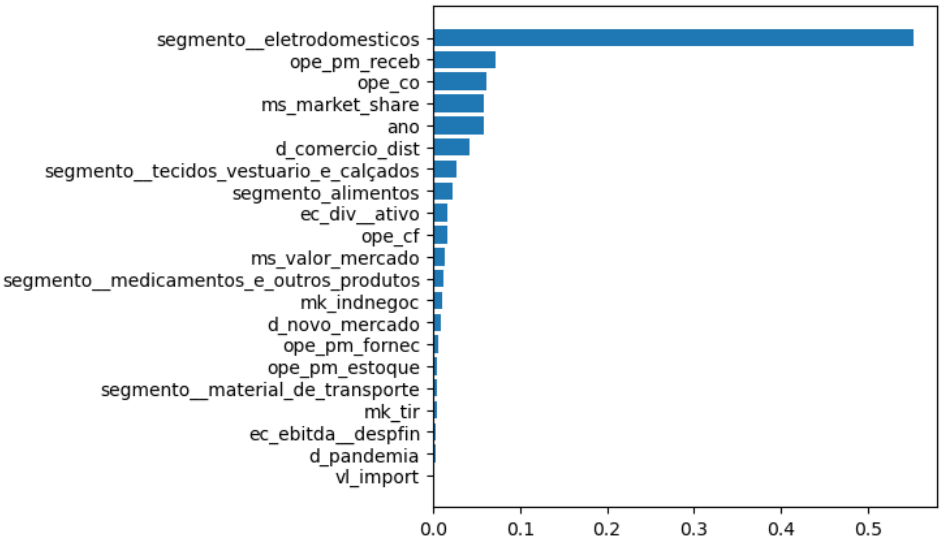
Figure 2: SHAP - modelo *baseline*



O modelo de florestas aleatórias apresentou MAE igual a 0.015 e RMSE 0.028, demonstrando ajuste muito superior ao *baseline* - confirmando a melhor performance esperada ao adotar modelos de maior complexidade. Também foram calculados os valores de importância das covariadas a partir do critério de redução do nível de impureza das árvores que compõem o modelo - ferramenta aplicável a modelos *ensemble* baseados em árvores. Como resultado, destacam-se as variável *dummy* relacionada ao segmento

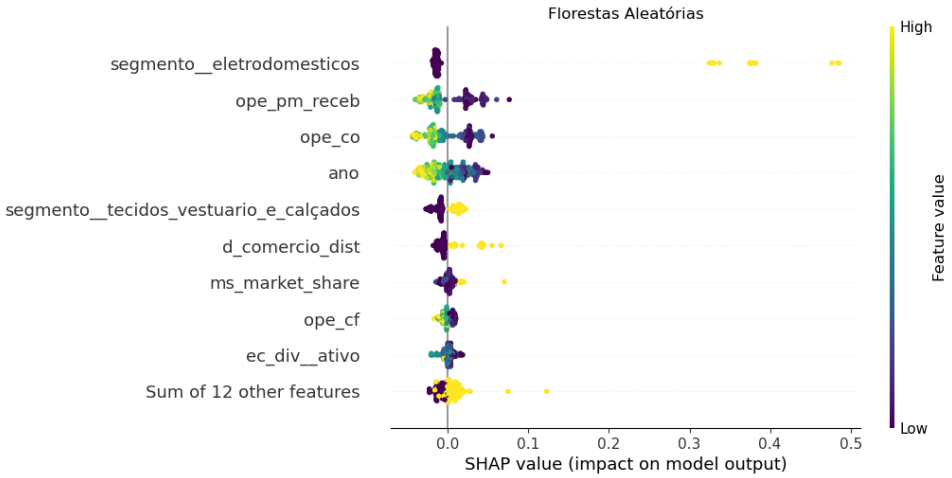
de Eletrodomésticos, bem como o Prazo Médio de Recebimento, *market share*, Ciclo Operacional e o ano da observação.

Figure 3: Feature Importance - Florestas Aleatórias



Já os resultados de SHAP para o modelo RF, apresentados na Figura 4, reforçam o peso do segmento de Eletrodomésticos sobre as medidas de eficiência, bem como de indicadores operacionais, *market share* e ano. Em consonância com o *baseline*, a variável *dummy* relacionada com a pandemia da COVID-19 não demonstra relevância em explicar os níveis de eficiência estimados.

Figure 4: SHAP - Florestas Aleatórias



Por fim, o modelo BART obteve uma performance *out-of-sample* próxima às florestas aleatórias, com MAE de 0.016 e RMSE de 0.033. A importância das covariadas, nesta abordagem, pode ser calculada de maneira mais intuitiva - sendo mensurada enquanto a proporção de inclusão de cada variável nas m árvores ao longo das 1000 iterações de MCMC.

Novamente, as variáveis *dummy* relacionadas aos segmentos de atuação das firmas figuram dentre as mais relevantes. Destaque também para o indicador de *market share*, o ano e a medida de alavancagem (proporção entre Dívida e Ativo Total), que apenas no modelo BART figurou entre as mais relevantes e demonstra relação inversa com a eficiência. A *dummy* que identifica o período afetado pela pandemia da COVID-19 também surge, neste modelo, dentre as variáveis com maior poder explicativo sobre as medidas de eficiência - apontando efeito negativo da crise sanitária sobre os níveis de eficiência.

Entretanto, nos modelos de *baseline* e de florestas aleatórias, não há evidências de relevância da pandemia da COVID-19 sobre a variável explicada. De fato, no modelo de regressão por MQO, a

Figure 5: Feature Importance - BART

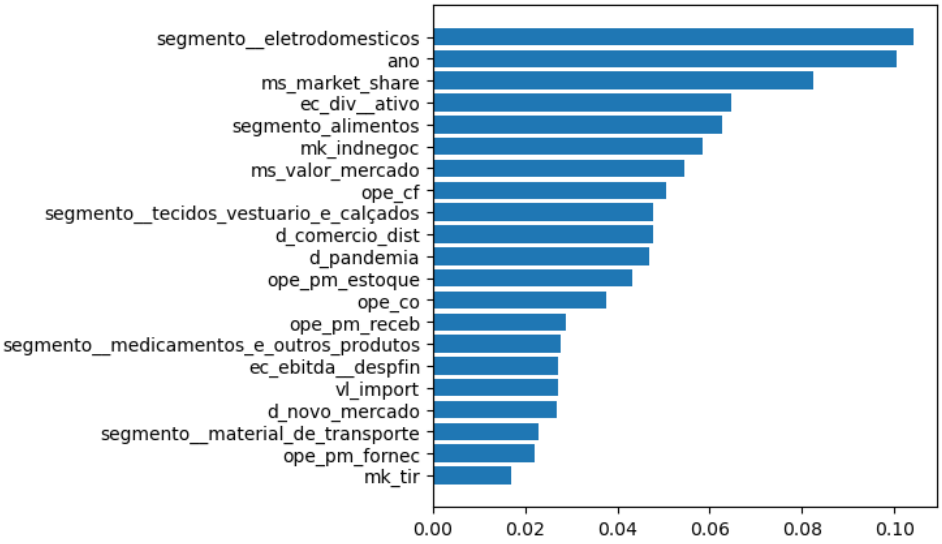
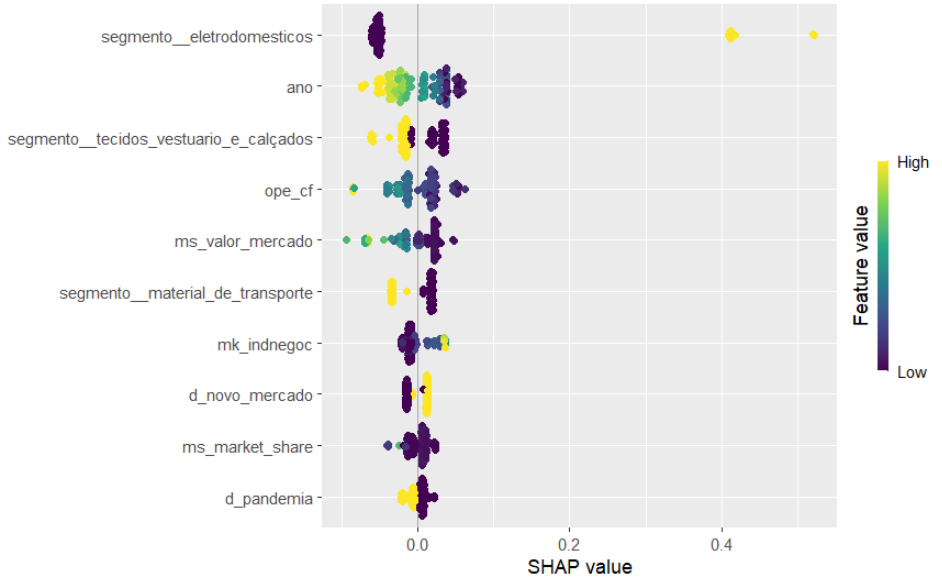


Figure 6: SHAP - BART



variável "d_pandemia" não foi estatisticamente significante e o coeficiente estimado possui sinal positivo - indicando relação contrária à apontada pelo modelo de árvores bayesianas.

Para o modelo BART, os resultados de SHAP também reforçam a relevância do efeito de segmentação de mercado sobre os níveis de eficiência. Uma vez mais, as evidências apontam para um efeito-tamanho inversamente proporcional e relevante queda da eficiência ao longo dos anos - em consonância com os resultados do modelo *baseline*, RF e com o parâmetro η estimado no modelo de fronteira estocástica.

De fato, em todos os modelos implementados, há resultados alinhados com evidências da literatura, identificando uma relação inversamente proporcional entre o tamanho das firmas e os níveis de eficiência. M. Angeles Diaz (2008) apontam resultados similares ao analisar o mercado espanhol, ressaltando a hipótese de *market selection*: para empresas relativamente menores, torna-se imperativo a adoção de modelos mais eficientes, uma vez que precisam enfrentar empresas maiores e com elevado poder de mercado. Além disso, questões organizacionais, logísticas e gerenciais podem gerar gargalos e propiciar ambientes mais ineficientes em empresas de grande porte. Fenn et al. (2008) alcançam conclusões semelhantes.

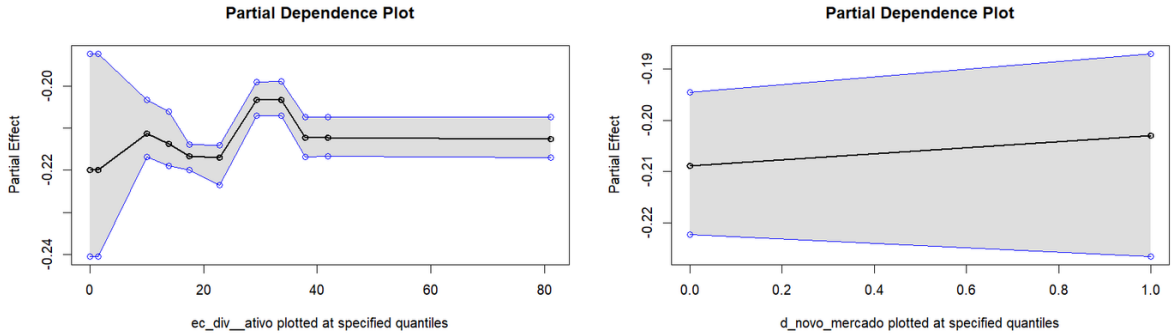
Além disso, é identificada uma relação negativa entre a alavancagem das firmas e a eficiência estimada nos três modelos - embora a magnitude dessa relação seja notória apenas na estimação por BART. No

campo teórico, a relação de causa e efeito entre estes dois indicadores não é consenso, havendo hipóteses que sugerem ambas as direções. Em trabalhos empíricos como o de Margaritis and Psillaki (2007), também são identificadas evidências que corroboram ambas as possibilidades, mas os resultados sugerem uma relação diretamente proporcional: empresas mais alavancadas mostraram-se mais eficientes.

Sob a ótica na qual a ineficiência é causadora da alavancagem, pode-se argumentar que essas empresas necessitam de liquidez para viabilizar suas operações e, por isso, aumentam o endividamento. Seria sintoma desse cenário a existência de ciclos financeiros maiores, que causam fragilidade nos fluxos de caixa. Entretanto, o teste de correlação de Spearman entre as variáveis "ope_cf" (Ciclo Financeiro) e "ec_div_ativo" (alavancagem) gerou resultados fracos e estatisticamente insignificantes (coeficiente igual a 0.027 e p-valor igual a 0.62).

Em relação a governança corporativa, apesar de figurar dentre as 10 variáveis mais relevantes do modelo BART pela métrica de SHAP, a variável "d_novo_mercado" não mostra relação consistente com o nível de eficiência estimado - assim como a proporção Dívida/Ativo mencionada anteriormente. Os efeitos marginais dessas covariadas podem ser observados através do gráfico de dependências parciais na Figura 7 e sugerem que a adoção de boas práticas de governança, critério exigido pela B3 para incluir as companhias no mais célebre segmento de listagem - o Novo Mercado - não gera efeito sobre os níveis de eficiência.

Figure 7: Dependências Parciais: Alavancagem e Novo Mercado



Deve-se ressaltar que a visualização das dependências parciais se baseia na hipótese consideravelmente restritiva de que não há interação entre as covariadas - premissa que não é adotada na estimação dos modelos de florestas aleatórias e BART. De fato, há fortes motivos para crer que, pelo contrário, existam profundas interações entre as variáveis explicativas, justamente um dos motivos que induzem a adoção de modelos de estimação não-paramétricos. Além disso, há reconhecida sensibilidade das dependências parciais em relação à distribuição dos dados observados, fato que também surge como um potencial problema para a adoção irrestrita desta ferramenta - ainda que traga alguma intuição à interpretação dos resultados.

4 Considerações Finais

Este trabalho buscou analisar os determinantes da eficiência técnica das companhias brasileiras de capital aberto que atuam nos setores de "Comércio" e "Comércio e Dsitribuição". Para isso, optou-se por aliar metodologias que partem de abordagens e contextos distintos: para estimação da eficiência técnica, utilizou-se o método consolidado de Análise de Fronteira Estocástica; para identificar os determinantes da eficiência, foram comparadas 3 abordagens - regressão linear por MQO, a ferramenta mais amplamente utilizada para este tipo de análise, florestas aleatórias e árvores de regressão aditivas bayesianas - ferramentas de aprendizado de máquina cuja implementação em problemas de inferência causal é recente e fornece espaço fértil para novas discussões. Em consonância com o objetivo de comparar metodologias inferenciais tão distintas, a adoção de métodos agnósticos de interpretação foi implementada, buscando "traduzir" os diferentes resultados para um mesmo critério.

Como resultado, foi possível construir evidências que apontam à formação de um setor intensivo em fator capital, cujos níveis de eficiência não notadamente diferenciados entre os diversos segmentos que o compõe. Identificou-se também uma tendência de aumento da ineficiência ao longo dos últimos anos,

ratificando a preocupação do mercado, de investidores e de consumidores em relação à sustentabilidade e viabilidade dessas companhias. Por outro lado, o efeito da pandemia da COVID-19 sobre a eficiência dessas empresas não trouxe resultados consistentes entre os 3 modelos, evidenciando a necessidade de investigações mais aprofundadas sobre o tema.

Empresas que atuam no setor de Eletrodomésticos - que engloba *players* tradicionais do varejo nacional, como Magazine Luiza e Casas Bahia - tiverem performance notoriamente superior. A forte digitalização deste segmento rumo à completa integração do comércio físico com o *e-commerce* surge como hipótese para sustentar o desempenho acima da média.

De modo similar, companhias do setor de Alimentos - que inclui, em especial, o varejo supermercadista - também apresentaram resultados positivos consistentes. Algumas hipóteses que surgem para explicar esse fenômeno se relacionam ao período pandêmico - quando a demanda por alimentos cresceu e estes estabelecimentos mantiveram-se em plena operação, por se enquadrarem no rol de "atividades essenciais". A rápida adaptação desses *players* a plataformas de venda *omnichannel*, que unem o espaço físico ao digital, também pode ajudar a justificar essa performance destacável.

Por outro lado, companhias da área têxtil figuraram entre as menos eficientes. Especificidades do setor podem ajudar a explicar esse fenômeno, como a mudança do padrão de consumo e a entrada de *players* internacionais no mercado da moda. Embora a variável "vl_import" tenha tido pouca relevância no modelo, deve-se ressaltar a carência de dados específicos para o segmento, que permitiriam uma análise mais precisa das mudanças que afetam o setor, bem como de pesquisas que aprofundem as discussões a respeito dos desdobramentos que foram (e ainda serão) observados. Os recorrentes debates públicos acerca da taxação das importações voltadas ao consumidor final carecem deste tipo de análise criteriosa.

Em relação aos indicadores financeiros, os resultados geraram evidência a favor da hipótese de *market selection*, apontando maiores níveis de eficiência em companhias menores e com poder de mercado mais restrito. Quanta a estrutura de capital, os resultados mostram relação inversa entre alavancagem e eficiência. Este comportamento, que contraria estudos prévios aplicados em outros países, carece de futuras investigações. A hipótese de custos de agência não pode ser descartada - seja por eventuais conflitos de interesses entre gestores e acionistas, seja por falhas gerenciais, de tomada de decisão e de posicionamento no mercado.

Destaca-se também a necessidade de aprofundamento com relação aos aspectos operacionais das companhias analisadas. Há notável carência de dados a respeito do tema, o que traz nebulosidade aos estudos que se propõem a tecer análises setoriais. A interação entre indicadores operacionais e financeiros também se mostra fonte promissora de estudos voltados ao setor, em especial com a crescente digitalização do varejo nacional, fenômeno que altera significativamente o modelo de negócio das empresas, os riscos que tomam e a necessidade de liquidez. Em todos os modelos notou-se relação inversa entre a dilatação dos prazos médios, ciclos financeiro e operacional e o nível de eficiência estimado.

Por fim, ressalta-se a relevância das metodologias empregadas neste estudo. Enquanto a abordagem SFA reforça sua relevância, gerando resultados consistentes, o uso de novos métodos inferenciais baseados em aprendizado de máquina também sugere caminho promissor, entregando melhor capacidade de ajuste aos dados ao abrir mão de hipóteses excessivamente restritivas. Por outro lado, a interpretabilidade dessas ferramentas ganha força com a adoção de métodos como os Shapley *additive explanations*, permitindo combinar diferentes modelos, perspectivas e gerar *insights* mais amplos. Desdobramentos do presente estudo podem incluir a utilização destas abordagens não-paramétricas no ajuste da própria fronteira estocástica, abrindo mão de uma série de hipóteses restritivas do modelo tradicional e viabilizando novas formas de observar o comportamento das firmas.

References

Aigner, Dennis, C.A.Knox Lovell, and Peter Schmidt (1977). "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models". In: *Journal of Econometrics* 6.1, pp. 21–37. ISSN: 0304-4076. DOI: https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407677900525.

Battese, G.E. and T.J. Coelli (1992). "Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India". In: *Journal of Productivity Analysis* 3.1/2, pp. 153–169. ISSN: 0895562X, 15730441. URL: http://www.jstor.org/stable/41770578 (visited on 01/11/2024).

Breiman (Oct. 2001). "Random Forests". In: *Machine Learning* 45.1, pp. 5–32. ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1023/A:1010933404324. URL: https://doi.org/10.1023/A:1010933404324.

Breiman, L. et al. (1984). *Classification and Regression Trees*. Taylor & Francis. ISBN: 9780412048418. URL: https://books.google.com.br/books?id=JwQx-WOmSyQC.

Chipman, Hugh A., Edward I. George, and Robert E. McCulloch (2010). "BART: Bayesian additive regression trees". In: *The Annals of Applied Statistics* 4.1, pp. 266–298. DOI: 10.1214/09-AOAS285. URL: https://doi.org/10.1214/09-AOAS285.

Coelli, Tim, Sergio Perelman, and Elliot Romano (1999). "Accounting for Environmental Influences in Stochastic Frontier Models: With Application to International Airlines". In: *Journal of Productivity Analysis* 11.3, pp. 251–273. ISSN: 0895562X, 15730441. URL: http://www.jstor.org/stable/41769985 (visited on 01/09/2024).

Costa, Agnes de Souza, Glinda Sâmia da Silva Fôro, and Jeferson de Lima Vieira (ago. 2020). "COVID-19 e as cadeias de suprimentos:: uma revisão bibliográfica dos principais impactos no Brasil". In: *Revista Vianna Sapiens* 11.2, p. 28. DOI: 10.31994/rvs.v11i2.687. URL: https://viannasapiens.emnuvens.com.br/revista/article/view/687.

Cruz, Wander Luis de Melo (July 2021). "Crescimento do e-commerce no Brasil: desenvolvimento, serviços logísticos e o impulso da pandemia de Covid-19". In: *GeoTextos* 17.1. DOI: 10.9771/geo.v17i1.44572. URL: https://periodicos.ufba.br/index.php/geotextos/article/view/44572.

Delardas, Orestis et al. (2022). "Socio-Economic impacts and challenges of the coronavirus pandemic (COVID-19): an updated review". In: *Sustainability* 14.15, p. 9699.

Fenn, Paul et al. (2008). "Market structure and the efficiency of European insurance companies: A stochastic frontier analysis". In: *Journal of Banking Finance* 32.1. Dynamics of Insurance Markets: Structure, Conduct, and Performance in the 21st Century, pp. 86–100. ISSN: 0378-4266. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.09.005. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426607002610.

Friedman, Jerome H. (2001). "Greedy function approximation: A gradient boosting machine." In: *The Annals of Statistics* 29.5, pp. 1189–1232. DOI: 10.1214/aos/1013203451. URL: https://doi.org/10.1214/aos/1013203451.

Gupta, Astha Sanjeev and Jaydeep Mukherjee (2022). "Long-term changes in consumers' shopping behavior post-pandemic: an exploratory study". In: *International Journal of Retail & Distribution Management* 50.12, pp. 1518–1534.

Hevia, Constantino, Pablo Andrés Neumeyer, et al. (2020). "A perfect storm: COVID-19 in emerging economies". In: *COVID-19 in developing economies* 1.1, pp. 25–37.

Kapelner, Adam and Justin Bleich (2016). "bartMachine: Machine Learning with Bayesian Additive Regression Trees". In: *Journal of Statistical Software* 70.4, pp. 1–40. DOI: 10.18637/jss.v070.i04. URL: https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v070i04.

Lundberg, Scott and Su-In Lee (2017). *A Unified Approach to Interpreting Model Predictions*. arXiv: 1705.07874 [cs.AI]. URL: https://arxiv.org/abs/1705.07874.

M. Angeles Diaz, Rosario Sanchez (2008). "Firm size and productivity in Spain: a stochastic frontier analysis". In: *Small Business Economics* 30, pp. 315–323. DOI: https://doi.org/10.1007/s11187-007-9058-x. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s11187-007-9058-x.

Margaritis, Dimitris and Maria Psillaki (2007). "Capital Structure and Firm Efficiency". In: *Journal of Business Finance & Accounting* 34.9-10, pp. 1447–1469. DOI: https://doi.org/10.1111/j.1468-5957.2007.02056.x. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1468-5957.2007.02056.x. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1468-5957.2007.02056.x.