**ELABORAÇÃO DE SIMULADORES COM O GEOGEBRA: UM ITINERÁRIO DE PESQUISA EM TORNO A ESSA ATIVIDADE**

Stephanie Díaz-Urdaneta [[1]](#footnote-1)

Irene Sánchez Noroño [[2]](#footnote-2)

Juan Luis Prieto G. [[3]](#footnote-3)

**RESUMO**

Desde o ano 2013, nosso grupo de pesquisa na Venezuela promove o Elaboração de Simuladores com GeoGebra (ESG) como uma atividade educacional não convencional desenvolvida em clubes GeoGebra com o intuito de facilitar a aprendizagem geométrica em ambientes dinâmicos. Para compreender as implicações do ESG no processo de ensino e aprendizagem que ocorre nos clubes, foi necessário realizar uma série de investigações relacionadas a essa atividade, enfocando uma variedade de aspectos que são analisados sob diferentes perspectivas teóricas. Como um todo, essas investigações formam um itinerário de pesquisa que descrevemos sucintamente nesta comunicação, destacando os trabalhos que nos permitiram responder às preocupações de pesquisa decorrentes da implementação dessa atividade nos clubes GeoGebra.

**Palavras-chave:** Elaboração de simuladores, Geometria, GeoGebra.

**INTRODUÇÃO**

A Elaboração de Simuladores com GeoGebra (ESG) é uma atividade não convencional que busca promover a aprendizagem matemática em um ambiente que combina o uso de tecnologias digitais, a compreensão responsável da teoria geométrica e a modelagem matemática (PRIETO, 2017). Essa atividade é promovida pela Associação *Aprender en Red* desde 2013, através da formação dos chamados “Clubes GeoGebra”, espaços através dos quais a atividade de ESG busca romper com as práticas matemáticas nas escolas na memorização de fórmulas, algoritmos e fatos discretos, nos quais os alunos se limitam a observar, copiar e reproduzir as "explicações" do professor. O potencial educacional dessa atividade foi reconhecido dentro e fora da Venezuela. Prova disso é o prêmio EDUTEC concedido aos clubes GeoGebra em 2016, ao ser esse projeto uma das três inovações educacionais com TIC mais representativa da Ibero-américa naquele ano.

Basicamente, elaborar um simulador com o GeoGebra consiste em produzir modelos computacionais representativos das formas, dimensões e movimentos de fenômenos naturais e/ou artificiais, escolhidos pelos próprios alunos (PRIETO; GUTIÉRREZ, 2015, 2016, 2017). Embora o ESG possa ser interessante devido à sua relação com simuladores computacionais, a realidade e o software GeoGebra, é importante reconhecer que essas questões por si só não garantem o aprendizado matemático nos alunos, o que torna necessário ter evidências que nos forneçam compreensões sobre isso. A chave para essa compreensão parece estar do lado de um uso responsável do GeoGebra como um artefato que medeia o saber geométrico e o conhecimento da realidade.

Como objetivo de entender as implicações do ESG na aprendizagem geométrica dos alunos participantes dos clubes GeoGebra e nas formas de ensinar dos promotores (professores de matemática) que acompanham essas experiências, nos últimos anos nos dedicamos a estudar essa atividade, revelando em nossas ações um determinado “itinerário de pesquisa”. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é descrever o referido itinerário, partindo de um conjunto de questões centrais que orientaram cada seção da pesquisa percorrida.

**EM QUE MEDIDA A MATEMÁTICA DA ESCOLA INTERVÉM NA ESG?**

Para saber se a matemática escolar está presente nas experiências de ESG, realizamos vários trabalhos que descrevem a maneira pela qual certos conhecimentos matemáticos emergem na atividade, para orientar as reflexões e ações de professores e alunos em situação de elaboração. Por exemplo, Rubio, Prieto e Ortiz (2016) mostram como eles representaram com o GeoGebra uma situação real vinculada ao movimento de queda livre. Em sua descrição, os autores definem as *tarefas de simulação* que organizam a elaboração do simulador e explicam como certas ideias matemáticas (por exemplo, função linear, quadrática e trigonométrica) orientaram suas reflexões e ações na direção de produzir o simulador correspondente com o software.

Outro exemplo é encontrado em Reyes e Prieto (2016). Neste trabalho, os autores relatam como dois estudantes de um clube GeoGebra recorrem a diferentes interpretações da fração para estabelecer um procedimento para a construção de um quadrado a partir de um de seus vértices, tendo como referência a altura do guindaste torre que serviu de fenômeno para as jovens. Nas conclusões, os autores relatam que o conceito de fração estava presente quando as alunas tentaram localizar os vértices desconhecidos do retângulo. As interpretações desse conceito que foram evocadas na atividade foram as de parte/tudo, quociente e operador.

Outros trabalhos que mostram a presença da matemática na resolução de tarefas de simulação são os seguintes:

* Castillo y Prieto (2016): descreve como foi possível relacionar a ideia de equação quadrática com as ações de representação do movimento parabólico, na elaboração de um simulador de tiro livre no futebol.
* Díaz-Urdaneta e Rubio (2016): as autoras dão conta do modo que usaram a expressão matemática vinculada ao movimento retilíneo uniforme para obter a representação desse movimento em um cenário de corrida de carros.
* Gutiérrez e Fernández (2016): descreve o uso feito da equação associada ao movimento pendular simples, para obter uma representação desse movimento recriando uma cena de uma garota em um balanço.
* Sánchez-S. e Sánchez-N. (2016): É relatado como a equação matemática associada à força elétrica serviu para recriar um modelo (o simulador) de energia sob a Lei de Coulomb.

Mais recentemente, Díaz-Urdaneta (2017) caracteriza o conhecimento geométrico revelado em diferentes experiências ESG. Em particular, a autora descreve várias maneiras de construir um retângulo por alunos de diferentes clubes GeoGebra, com base nos elementos que eles consideraram durante a construção. Nesse sentido, é feita uma classificação das tarefas de construção subjacentes à atividade, revelando a teoria geométrica que sustentava as construções dos jovens, que estava relacionada às características ou propriedades do retângulo.

**COMO É A ATIVIDADE MATEMÁTICA QUE OCORRE NA ESG?**

Para responder a essa pergunta, decidimos focar a atenção em dois aspectos da atividade matemática emergente: sua estrutura e forma de organização e sua relação com os fenômenos reais representados. Quanto ao primeiro, Sánchez-N. e Prieto (2017) confiam na noção de *praxeología matemática* proposta por Chevallard para descrever os componentes práticos e teóricos que organizam o trabalho matemático nas experiências ESG. No ambiente de geometria dinâmica característica do ESG, os autores relatam três componentes das práticas de elaboração matemática:

* Tarefas de construção: declarações que exigem a construção de uma determinada figura geométrica na interface do GeoGebra. Esses tipos de tarefas são de natureza geométrica e são resolvidos usando as diferentes ferramentas e funcionalidades dinâmicas do software.
* Técnicas de resolução: procedimentos de construção usados para resolver alguma tarefa de construção.
* Discursos tecnológicos: razões que justificam as técnicas de construção produzidas pelos alunos.

Em relação a este último, Gutiérrez, Prieto e Ortiz (2017) assumem uma perspectiva cognitiva da modelagem matemática para descrever as relações entre práticas matemáticas e fenômenos reais que tentam ser representados durante as experiências ESG. Nesse sentido, os autores se concentram nos processos de modelagem pelos quais passa um grupo de estudantes que produzem um simulador. Através da análise deste caso, foi possível caracterizar dois desses processos, a matematização e o trabalho matemático, fundamentais nas experiências de modelagem derivadas do ESG:

* Matematização: processo pelo qual os alunos alteram sua interpretação do modelo real, para traduzi-lo em termos geométricos. Esse processo é influenciado pelo conhecimento matemático dos envolvidos e pelas ferramentas e funcionalidades do GeoGebra.
* Trabalho matemático: processo pelo qual é obtido um desenho dinâmico que corresponde ao modelo matemático derivado da matematização e que é construído na interface do software.

**O QUE E COMO VOCÊ APRENDE MATEMÁTICA DURANTE A ESG?**

Outra questão abordada em nosso itinerário diz respeito ao aprendizado matemático de estudantes que produzem simuladores nos clubes. Nesse sentido, realizamos dois trabalhos de pesquisa, um referente à experimentação com GeoGebra e outro que destaca os processos de visualização. No primeiro caso, Sánchez-S. e Prieto (2017), usando as ideias oferecidas pela teoria Seres-Humanos-com-Mídia (BORBA; VILLARREAL, 2005), relatam como alguns professores experimentam com o GeoGebra durante a resolução de tarefas de construção geométrica que atendem a fenômenos da realidade. Nesta pesquisa, a experimentação com o GeoGebra é entendida como aquele “processo de criação e validação de conjecturas sobre as propriedades e relações dos objetos geométricos que constituem um desenho dinâmico, apoiado na “tentativa e erro ”e na exploração de construções auxiliares” (Sánchez-S.; Prieto, 2017, p. 41-42).

Em Díaz-Urdaneta e Prieto (2016), são apresentadas evidências dos processos de visualização que contribuem para uma reorganização do conhecimento matemático em torno de uma experiência ESG específica, descritas à luz da teoria Seres-Humanos-com-mídia acima mencionada. A análise é realizada especialmente durante o período de matematização pelo qual alguns alunos do clube GeoGebra passam. Com base nas ideias de Hershkowitz (1990), Alsina, Fortuny e Pérez (1997) e Torregrosa (2002), os autores assumem uma concepção de visualização no ESG como o processo cognitivo a partir do qual se representa certo fenômeno selecionado por um ou vários alunos, utilizando para isso conceitos matemáticos, em diferentes representações e que são ampliadas ou reorganizadas no desenvolvimento da atividade.

**O QUE OUTROS CONHECIMENTOS SÃO REVELADOS NA ESG?**

No início dos clubes GeoGebra, as experiências da ESG nos mostraram que a produção de simuladores era baseada em modelos geométricos. Entretanto, evidências posteriores nos mostraram que, durante essas experiências, surgem conteúdos algébricos que, através da representação gráfica das expressões e da manipulação de diferentes elementos de tais expressões algébricas, permitem a representação de alguma parte do fenômeno em questão. Entre os casos que podemos destacar estão Contreras e Díaz-Urdaneta (2015), que utilizaram a expressão $f(x)=a∙sen(bx+c)+d$, para obter uma representação gráfica dessa função que representava uma parte do simulador, variando os parâmetros associados à expressão. Outro caso é o de Faria (2016), que contava com um sistema de equações associadas à elipse para representar a órbita da Terra ao redor do sol. Finalmente, em Bello (2017), é relatado que, através da manipulação de algumas equações que modelam fenômenos físicos, foi possível estimar a posição da Terra em sua órbita ao redor do sol na época do eclipse solar total de 1998.

**O QUE SABERES SÃO MOBILIZADOS PELOS PROMOTORES DO CLUBE GEOGEBRA AO GERENCIAR AS EXPERIÊNCIAS DA ESG DE SEUS ALUNOS?**

O reconhecimento da dificuldade enfrentada pelos alunos em resolver determinadas tarefas de construção decorrentes das experiências ESG e comunicar a outros as técnicas utilizadas por eles, nos mostrou que os promotores de clubes, na condição de professores de matemática, pensam e agem de uma maneira muito particular para ajudar seus alunos a transcender essas dificuldades e alcançar o aprendizado esperado. Essas indicações nos interessaram pelos saberes dos professores responsáveis dos clubes GeoGebra. Nesse sentido, Prieto e Ortiz (2019) dão conta de três saberes do trabalho matemático que sete promotores dos clubes GeoGebra conseguiram identificar sobre o cenário da comunicação de uma técnica produzida em um clube e gravada em formato de vídeo. Os saberes foram: (i) saber analisar a inconsistência de uma construção, (ii) saber comunicar uma técnica de construção e (iii) saber antecipar uma técnica. Nas suas conclusões, esses autores afirmam que os saberes do trabalho matemático mencionado acima estão fortemente enraizados nas experiências de gestão dos promotores.

**QUAIS SÃO AS QUESTÕES DE INTERESSE ATUAL?**

Nossa necessidade de ampliar nossa visão do ESG para conhecer e compreender melhor os fenômenos de aprendizado e ensino que não parecem tão óbvios, nos levou a explorar novas teorias interpretativas. Nesse sentido, a perspectiva sociocultural nos fornece novas ferramentas para interpretar o que acontece na implantação da atividade de ESG, abordando as questões de interesse do projeto que permaneceram esquecidas. Particularmente, contamos com a Teoria da Objetivação proposta por Radford (2006; 2014) para estudar o significado do aprendizado geométrico dentro das experiências de ESG, de uma perspectiva histórico-cultural, bem como a ética da comunitária que é necessária promover na atividade para obter aprendizado com as características anteriormente reveladas.

Nesse sentido, atualmente estamos analisando dados que nos fornecem evidências das formas de pensamento geométrico e processos de objetivação do conhecimento geométrico que ocorrem em experiências ESG específicas, bem como as formas de colaboração humana que contribuem para o aprendizado geométrico em essas experiências e que constituem uma ética baseada na responsabilidade, comprometimento e cuidado do outro (PRIETO; CASTILLO; MÁRQUEZ, no prelo). Outro fenômeno de interesse para o nosso grupo tem a ver com os saberes necessários para que os professores responsáveis pelos clubes GeoGebra possam gerenciar com eficiência o processo de trabalho matemático no qual trabalham com seus alunos durante o ESG, para que possam promover a aprendizagem geométrica dos jovens. Embora o trabalho de Prieto e Ortiz (2019) seja um avanço nesse sentido, ainda há muito a ser feito para dar conta da nova ética por trás do ESG.

Finalmente, um fenômeno que permanece pendente para o trabalho tem a ver com a formação de novos promotores que podem ser integrados ao projeto do GeoGebra Club para garantir sua permanência ao longo do tempo. Nesse sentido, estamos interessados em indagar sobre as características de elaboração de essa formação tão particular (focado no ensino de geometria em ambientes dinâmicos), assim como no aprendizado obtido pelos professores que ingressam nessa formação.

**CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste trabalho, descrevemos sucintamente a maneira como desenvolvemos um itinerário de pesquisa em torno da Elaboração de Simuladores com o GeoGebra, a fim de compreender as implicações dessa atividade não convencional no aprendizado e no ensino da geometria (e outros conteúdos matemáticos) dos professores e alunos que participam dessas experiências. Nesse sentido, foram descritos os estudos realizados em resposta às evidências encontradas, destacando os seguintes fatos:

* O conhecimento de matemática da escola intervém no ESG, especialmente o conhecimento geométrico;
* a ESG é uma atividade matemática com um componente prático e teórico e é produzida em um ciclo de modelagem que inclui processos como matematização e trabalho matemático;
* durante sua participação no ESG, os alunos produzem modelos reais, matemáticos e computacionais para tentar representar os fenômenos que eles mesmos selecionam;
* o aprendizado matemático que ocorre nas experiências ESG pode ser interpretado em termos de capacidade para a experimentação com o software e a reorganização derivada dos processos de visualização;
* as experiências ESG exigem não apenas a teoria geométrica, mas também o conteúdo de outros domínios da matemática, incluindo outros campos científicos, como a física;
* no trabalho com os alunos, os professores mostram um conjunto de saberes docentes relacionados aos problemas que eles têm para analisar técnicas inconsistentes, comunicar ou antecipar uma técnica.

Conforme descrito até o momento, encontramos razões para acreditar que a Elaboração de Simuladores com o GeoGebra é uma atividade educacional não convencional que pode impactar favoravelmente o ensino e a aprendizagem da geometria. Apesar dos avanços em nossos estudos, consideramos importante insistir com esse tipo de trabalho para avançar em nossa compreensão da atividade e na promoção do aprendizado geométrico por meio dela. Com tudo o apresentado, fica claro que a promoção dos clubes GeoGebra em nossas escolas é uma grande oportunidade para transcender os processos monótonos que caracterizaram o ensino e a aprendizagem da matemática.

**REFERÊNCIAS**

ALSINA, C.; FORTUNY, J. M.; PÉREZ, R. **¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO**. Madrid: Síntesis. (1997).

BELLO, Y. La posición de la Tierra en el eclipse total de sol del año 1998 en el GeoGebra. In: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia.** Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 198-204, 2017.

CASTILLO. L. A.; PRIETO, J. L. Simulador de movimiento parabólico con GeoGebra. Aprendiendo matemática y física con el fútbol soccer. In J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.), **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 135-155, 2016.

CONTRERAS, F.; DÍAZ-URDANETA, S. Elementos de la M16 y la matemática. In: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.). **Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 127-133, 2015.

DÍAZ URDANETA, S. Construcción de rectángulos con GeoGebra. Formas de instanciación de un mismo saber matemático. Em: J. L. Prieto e R. E. Gutiérrez (Comps.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 253-270, 2017.

DÍAZ-URDANETA, S.; PRIETO, J. L. Visualización en la simulación con GeoGebra. Una experiencia de reorganización del conocimiento matemático. In: Y. Serres, A. Martínez, M. Inojosa y N. Gómez (Eds.), **Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática.** Barquisimeto, Venezuela: ASOVEMAT, p. 445-453, 2016.

DÍAZ-URDANETA, S.; RUBIO, L. Movimiento Rectilíneo Uniforme con GeoGebra. Un Simulador para la enseñanza de la Física. Em Prieto, J.L. e Gutiérrez, R.E. (Comps.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red, p. 156-168. 2016.

FARIA, R. Movimiento planetario en el sistema solar desde una perspectiva tridimensional. In: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.), **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia.** Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 85-98, 2016.

GUTIÉRREZ, R.; HERNÁNDEZ, M. F. Simulación de fenómenos físicos con GeoGebra. Una oportunidad de aprendizaje mediada por tecnologías digitales. In: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.), **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 224-240, 2016.

GUTIÉRREZ, R. E.; PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Educación Matemática**, v. 29, n. 2, 37-68, 2017.

HERSHKOWITZ, R. Psychological aspects of learning geometry*.* **Mathematics and cognition:** A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education, p. 70-95, 1990.

PRIETO G., J. L., CASTILLO, L. A.; MARQUEZ, M. Formas de colaboración humana entre profesores y alumnos durante la elaboración de simuladores con GeoGebra. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática. No prelo.

PRIETO, J. L. **Proyectos de simulación con GeoGebra: una estrategia del desarrollo del pensamiento científico desde el servicio comunitario**. Trabajo de ascenso, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia, Maracaibo, 2017.

PRIETO, J.L.; GUTIÉRREZ, R.E. (Comps.). **Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red. 2015.

PRIETO, J.L.; GUTIÉRREZ, R.E. (Comps.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red. 2016.

PRIETO, J.L.; GUTIÉRREZ, R.E. (Comps.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: A.C. Aprender en Red. 2017.

PRIETO, G. J. L.; ORTIZ, J. B. Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **BOLEMA:** Boletim de Educação Matemática, v. 33, n. 65, p. 1276-1304. 2019.

RADFORD, L. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**: RELIME, v. 9, n Extraordinario 1, p. 103-129, 2006.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación [On the theory of objectification]. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 2, p. 132-150, 2014.

REYES, J.; PRIETO, J. L. (2016). Interpretaciones de la fracción en una experiencia de simulación con GeoGebra. **Revista Educación y Humanismo**, v. 18, n. 30, p. 42-56.

RUBIO, L.; PRIETO, J.; ORTIZ, J. La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. **IJERI**: International Journal of Educational Research and Innovation, v. 2, p. 90-111, 2015.

SÁNCHEZ-S., I. C.; PRIETO, J. L. El uso experimental del GeoGebra en un contexto de formación docente en matemática. In: ROSAS, A. M. (Org.). **Avances en Matemática Educativa:** Tecnología para la educación, 4 ed. Ciudad de México: Lectorum, 2017, p. 38-51.

SÁNCHEZ, I. V.; PRIETO, J. L. Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Números. Revista de Didácticas de las Matemáticas**, v, 96, p. 97–101, 2017. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/12707/. Acesso em: 15 mar. 2018.

SANCHEZ-S., I.; SANCHEZ-N., I. Un ambiente de aprendizaje matemático en la elaboración del simulador "Ley de Coulomb" con GeoGebra. In: J. L. Prieto y R. E. Gutiérrez (Comps.), **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo, Venezuela: Aprender en Red, p. 209-223. 2016.

TORREGROSA, G. **Visualización y aprendizaje de la Geometría**. Universidad de Alicante, España, 2002.

1. Secretária da Associação *Aprender en Red* (Venezuela), stephaniediazurdaneta@gmail.com; [↑](#footnote-ref-1)
2. Professora da Universidad Arturo Prat (Chile), Coordenadora de Investigação da Associação *Aprender en Red* (Venezuela), irsanchez@unap.cl; [↑](#footnote-ref-2)
3. Coordenador Geral da Associação *Aprender en Red* (Venezuela), juanl.prietog@gmail.com. [↑](#footnote-ref-3)