



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



### VALOR MÁXIMO E VALOR MÍNIMO: A APRENDIZAGEM POR MEIO DE EXPERIMENTAÇÃO E PRÁTICA EM SALA DE AULA<sup>1</sup>

Fagner Pereira Miranda<sup>2</sup>;  
Mateus Souza de Oliveira<sup>3</sup>,

**Área Temática:** Processos, recursos e materiais educativos

#### Resumo

Visando inserir novas perspectivas no cenário educacional, essa pesquisa tem como objetivo, compreender a construção de métodos práticos, utilizando materiais concretos que possibilitem aos alunos fixar conceitos de valor (máximo e mínimo) em funções quadráticas. Foram utilizadas placas de isopor, objetivando a construção de caixas que forneceram pares ordenados (altura, volume) e possibilitaram à construção gráfica correspondente. Estruturada metodologicamente em abordagem qualitativa, com caráter de pesquisa-ação, a investigação além de revelar que os recursos utilizados despertam curiosidade aos alunos, comprova que os processos desenvolvidos geram uma função quadrática que produz valor máximo idêntico ao ponto máximo resultante da função volume.

**Palavras-chave** Função Quadrática; Caixa de Isopor; Função Volume.

#### Introdução

Ao longo da experiência como professor de Matemática, em escolas da rede pública e da rede privada, nos níveis fundamental e médio, na cidade de São Gabriel – Bahia, foi possível observar as dificuldades dos educandos em compreender a relação de determinados conteúdos matemáticos com o seu cotidiano, por exemplo, a Função Quadrática e suas aplicações reais. Fato esse, que motivou o presente escritor desse texto a buscar por novas formações que possibilitassem aprimorar as técnicas aplicadas em sala de aula. Dessa forma, houve o ingresso no curso de pós-

<sup>1</sup> Este resumo expandido representa um recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso defendido na pós-graduação Ensino de Matemática: Matemática na Prática no Instituto Federal da Bahia (IFBA).

<sup>2</sup> Especialista Ensino de Matemática: Matemática na Prática (IFBA). E-mail: [astronegolu@gmail.com](mailto:astronegolu@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutorando no programa de pós-graduação em Ensino (UESB), professor efetivo do IFBA. E-mail: [matheusmathica@gmail.com](mailto:matheusmathica@gmail.com).



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



graduação em Ensino de Matemática: matem@tica na pr@tica, ofertado pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – IFBA, que abordou temas voltados para o aprimoramento das técnicas de abordagem dos conteúdos, bem como, incentivou a prática de abordagens inéditas.

As formas de abordar os conteúdos matemáticos nas escolas de educação básica podem está diretamente relacionada com o desempenho dos alunos, uma vez que, aulas monótonas sem contextualizações, sem o uso de recursos didáticos e tecnológicos não satisfazem as necessidades de estudantes que nasceram e que vivem a era tecnológica, portanto, este trabalho descreve a construção de uma atividade que foi fruto do desenvolvimento de uma aula prática, onde os estudantes dos anos finais do ensino fundamental e do primeiro ano do ensino médio assimilaram os conceitos a respeito dos valores de máximo e mínimo, relacionado ao conteúdo de Funções Quadráticas com o uso de materiais que os permitam associarem os conteúdos matemáticos ao seu dia-a-dia. Logo, essa atividade é motivada a partir da questão: *Como podemos aproximar os conceitos de valor máximo e valor mínimo a situações concretas, presentes na realidade dos alunos?*

O referencial teórico, inicialmente, sustenta-se em estudos sobre a temática em outros trabalhos acadêmicos que buscaram desenvolver conteúdos parecidos, mas de forma teórica. Além de livros didáticos (DANTE, 2013; STEWART, 2008; LIMA *et al.* 2001), para definir e aprofundar o estudo da metodologia justificando, dessa maneira, a importância dos recursos utilizados na construção das atividades.

Baseado nas definições de Santos *et al.* (2017), buscou-se recursos didáticos que abordassem, inicialmente, a definição de Função. Em seguida, enfatizou-se as palavras de Dante (2013), para definir Função Quadrática. Em um terceiro momento, foi destacado a “Semiologia Gráfica” de Bertin (1978), para destacar a importância da representação gráfica no estudo de funções. Na sequência, relatou-se os conceitos e as aplicações de Lima e Arruda (2001), para enfatizar as técnicas do estudo de valor máximo e valor mínimo. Foi explorado, também, a ideia de Stewart, (2008), para definir derivadas e o teorema do tombo e as Ferruzzi e Costa, (2018)



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



para disseminar o uso da investigação matemática como recurso didático em sala de aula.

### Metodologia

A proposta deste trabalho estruturou-se metodologicamente em uma abordagem qualitativa com caráter de pesquisa-ação. Dessa forma, a atividade aqui descrita buscou aproximar os conteúdos matemáticos da realidade e do cotidiano dos alunos, para tanto, o plano partiu da construção de caixas a partir do uso de placas retangulares de isopor, que foram distribuídas aos alunos de uma turma do nono ano do ensino fundamental, visando à obtenção de um volume máximo.

É importante destacar que, por se tratar de uma turma do nono ano do ensino fundamental, buscou-se apresentar uma proposta dentro dos conceitos matemáticos já construídos pelos participantes da pesquisa, nesse contexto, tentou-se deduzir uma Função Quadrática para, a partir dela, determinar o valor do volume máximo, ou seja, uma proposta inovadora que foca nos conteúdos de nível fundamental ao invés de trazer o cálculo integral para a Educação Básica.

Nesse contexto, foi reforçado que embora citada atividade tenha um problema semelhante, foi proposto a resolução com uma análise gráfica do estudo de Funções Quadráticas, desenvolvidas a partir dos pares ordenados obtidos com a associação das alturas e dos volumes das caixas. Diante disso, a atividade foi pensada e desenvolvida em três fases distintas: “Processo de construção da caixa”; “Preencher as caixas e coletar os dados”; “Inserir contextos matemáticos”.

A primeira parte dessa atividade foi dividida em três momentos distintos. No momento inicial, foi distribuída uma placa de isopor para cada aluno, os quais foram orientados para que utilizassem a régua e caneta colorida para demarcar as medidas preestabelecidas para o comprimento e a largura da caixa, para tanto, exibiu-se no quadro eletrônico um molde de orientação, mostrando as marcações necessárias da placa, que permitiria o avanço para a próxima fase. Na sequência, foi



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



destinado um tempo para o recorte das peças. O instrumento adequado para recortar as placas, embora apresentasse algum perigo no manuseio, era o estilete, por isso, foi feito um alerta sobre os cuidados necessários e logo em seguida realizada a atividade. Para finalizar a parte de construção, utilizou-se a cola de isopor e palitos de dente para unir as peças, após a secagem, observou-se que as caixas apresentavam as medidas esperadas, concluindo, assim, a primeira parte dessa atividade.

A segunda parte desse trabalho foi composta pelo processo de medição do volume em cada caixa produzida. Com o auxílio de um copo medidor cada aluno preencheu sua caixa com açúcar e anotou o resultado na tabela exposta no quadro.

A terceira parte dessa atividade dividiu-se em três momentos: primeiro foi feito a aplicação do questionário, composto de questões que visavam, em um primeiro momento, entender as motivações pela escolha da altura da caixa; seguido de questões que avaliavam conhecimentos prévios associados aos estudos de Função, entre essas questões destacou-se a solicitação de uma representação gráfica dos pares ordenados obtidos a partir da relação entre as alturas escolhidas e o volume obtido em cada caixa; fechando com questões que motivaram os cálculos algébricos para o volume das caixas.

Em seguida, foi dedicado um tempo a construções gráficas, o primeiro deles foi gerado pelos pares ordenados, obtido a partir da relação entre as alturas escolhidas e o volume real obtido através dos cálculos algébricos. Os demais gráficos foram produzidos com o auxílio do aplicativo denominado de calculadora gráfica do GeoGebra, a partir de Funções obtidas com o relacionamento entre dois pares ordenados.

### **Resultados e discussão**

Marconi e Lakatos (2003) definem a observação como uma técnica de coleta de dados, que consiste não apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar. Para essas autoras, nesse contexto, o

pesquisador deve ter conhecimento do fenômeno pesquisado, possibilitando a produção de conhecimentos que contemplem a base da pesquisa. Assim, ao analisar os gráficos, foram levantadas duas hipóteses para definir qual das Funções Quadráticas obtidas melhor representaria a curva formada pelos pares ordenados do nosso objeto de investigação. Dessa forma, utilizou-se dois métodos, a saber: a) através do cálculo da soma das distâncias verticais entre os pontos e a Função; b) observando a quantidade de pontos que mais se aproximava da parábola que representa a Função em cada caso.

Analisando as situações descritas no texto original, a Função com o menor valor da soma das distâncias verticais a parábola que a descreve e que atende ao item a, citado acima, foi  $m_4(x) = -70x^2 + 776x$ , com  $S_d = 2808 \text{ cm}$ . Ao reavaliar o gráfico da mesma e com o uso do GeoGebra destacou-se o vértice (5,54 cm, 2150,63 ml).

A Função com a maior quantidade de pontos que se aproximam da parábola e que atende ao item b, citado acima, foi  $m_3(x) = -86x^2 + 880x$ , com 7 pontos. Ao reavaliar o gráfico da mesma e com o uso do GeoGebra destacou-se o vértice (5,12 cm, 2251,16 ml).

Como o volume é representado graficamente pelo  $Yv$ , conclui-se então que com as técnicas utilizadas anteriormente a Função Quadrática que melhor se aproxima da representação do ponto de máximo da função volume nos casos analisados é  $m_3(x) = -86x^2 + 880x$ , que tem o  $Yv$  medindo 2251,16 cm.

Ao comparar os valores de ponto máximo da função volume  $V(x) = 4x^3 - 130x^2 + 1000x$  e de valor máximo da função quadrática  $m_3(x) = -86x^2 + 880x$ , percebemos que, embora os resultados já apresentassem uma boa aproximação, acionou-se mais uma vez o *software* do GeoGebra e inseriu-se o controle deslizante aos coeficientes  $a$  e  $b$ , na tentativa de obter uma função quadrática que expressasse o valor máximo igual ao ponto de máximo da função volume e foi obtida a Função  $m_F(x) = -86,01x^2 + 860,1x + 99,75$ , nesse caso a coordenada  $Yv = 2250 \text{ ml}$ , o mesmo valor do ponto de máximo obtido na função



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



volume, logo, conclui-se que é possível determinar uma Função Quadrática que expresse o mesmo valor de máximo que é obtido em uma Função volume.

No desenvolvimento da citada atividade foi possível observar alguns questionamentos dos alunos. O que ressalta a importância da mediação do professor para auxiliar os estudantes ao longo do processo de construção, além de permitir o melhor andamento da investigação e o direcionamento da atividade para o objetivo proposto.

### **Conclusões**

Esta investigação além de revelar que os recursos utilizados é um caminho para o despertar da curiosidade do alunado, comprovou que a articulação entre os diferentes tipos de materiais, pode ser uma grande aliada para o cálculo de um valor máximo próximo ao ponto máximo resultante da função volume. Além disso, destaca-se, também, como pontos positivos o interesse e o envolvimento dos alunos com a atividade, o apoio da unidade escolar, o baixo custo dos materiais utilizados na construção da caixa e, principalmente, o conhecimento produzido como o desenvolvimento da atividade.

Entretanto, é importante destacar alguns pontos negativos, entre eles, a falta de habilidade de um pequeno grupo de alunos no manuseio da régua, a falta de habilidade de outro grupo mediano para manusear as ferramentas da calculadora gráfica do GeoGebra, a falta de um recuso que permitisse o desenvolvimento de uma caixa que pudesse ser preenchida com água e a escassez de recursos como a baixa quantidade de estiletes e de copo medidor.

Por fim, espera-se que o relato da atividade possa levar aos professores de Matemática uma visão inovadora, a sensação de que todos são capazes de transformar, de ultrapassar as barreiras da aula convencional, de ter a tecnologia como aliada e não como inimiga, de proporcionar aos alunos um conhecimento lúdico condizente com suas expectativas e visando as aplicações no cotidiano. Para a disciplina, reforça-se a ideia de que é possível desenvolver os conceitos



# I SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ENSINO

## PROCESSOS E PRODUTOS PEDAGÓGICOS

8 a 10 de Dezembro de 2022



relacionados as Funções Quadráticas com capacidade de determinar o valor de máximo de uma Função Volume.

### REFERÊNCIAS

BERTIN, Jacques. A Neográfica e o Tratamento Gráfico da Informação. Tradução de Célia Maria Westphalen. Curitiba, Universidade Federal, 1986.

DANTE, Luiz. R. Matemática contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2011. DINIZ-PEREIRA, Julio E. A pesquisa dos educadores como estratégia para construção de modelos críticos de formação docente. 2ª ed. Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2011.

FERRUZZI, E. C.; COSTA, J. A. A. Investigação Matemática e Seu Aporte Para a Aprendizagem. In: Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. [S.l.: s.n.], 2018. v. 11, p. 296–311.

LIMA, Elon. L. et al. A matemática do ensino médio. v. 1, 7 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

MARCONI, Marina A.; LAKATOS, Eva M. Técnicas de pesquisas: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

STEWART, James. Cálculo, v. 1. 5ª ed. Tradução Antônio Carlos Moretti e Antônio Carlos Gilli Martins. São Paulo: Cengage Learning, 2008.