



## **AVALIAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE CONCRETO POR MEIO DE ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA**

### **Evaluation of displacement in concrete beams by experimental and numerical analysis**

Mário Henriques Aragão Costa (1) (P); Alisson Rodrigues de Oliveira Dias (1); Luís Anderson Conceição da Silva (1); Marcelo Silva Medeiros Júnior (2); Alexandre Araújo Bertini (2)

(1) Mestrando, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, Brasil.

Email para Correspondência: [mariohenriquesac@gmail.com](mailto:mariohenriquesac@gmail.com); (P) Apresentador

**Resumo:** Com os avanços da engenharia, as estruturas vêm sendo projetadas cada vez mais esbeltas, a fim de se conceber projetos cada vez mais atrativos nos aspectos arquitetônicos, como em quesitos econômicos, com a redução do volume de concreto necessário em peças estruturais. Com isso, as vigas ficam mais propensas a apresentarem problemas de deslocamentos e fissurações devido a sua baixa rigidez. Sendo assim, o presente trabalho teve por objetivo moldar corpos de provas prismáticos a fim de analisar a resistência à tração na flexão e os deslocamento em vigas por meio de relógios comparadores e transdutores de deformação, LVDTs. As vigas ensaiadas também foram modeladas nos programas Ftool® e ABAQUS® para se obter seus deslocamentos pelo Método dos Deslocamentos (MD) e pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), respectivamente. Os resultados obtidos pelos ensaios em laboratório foram bastante semelhantes aos obtidos computacionalmente. Ainda, foi possível observar que a utilização de relógios e LVDTs, quando instrumentados corretamente se mostram satisfatórios para a obtenção de resultados. Enquanto que os relógios são menos precisos e mais dificultosos, pois exige que as leituras sejam manuais, a serem realizadas pelo executor do ensaio, os LVDTs utilizam a aquisição de dados por computador, sendo mais eficientes e precisos para esta finalidade.

*Palavras chaves: análise experimental, esforços em vigas; análise numérica; extensômetros.*

**Abstract:** With the advances of engineering, the structures have been projected ever more slender, in order to design projects increasingly attractive in the architectural aspects, as in economic issues, with the reduction of the volume of concrete required in structural parts. As a result, the beams are more likely to exhibit cracking and displacement problems due to their low stiffness. Therefore, the present work had the objective of molding prismatic specimens in order to analyze the tensile strength in the flexion and the displacement in beams by means of comparator clocks and strain transducers, LVDTs. The tested beams were also modeled in the Ftool® and ABAQUS® programs to obtain displacements by the Displacement Method (MD) and the Finite Element Method (FEM), respectively. The results obtained by the laboratory



tests were very similar to those obtained by computation. Also, it was possible to observe that the use of clocks and LVDTs, when correctly instrumented, are satisfactory for obtaining results. While clocks are less accurate and more difficult because they require manual readings to be performed by the test performer, LVDTs use computer-based data acquisition and are more efficient and accurate for this purpose.

**Keywords:** *experimental analysis; beams loads; numerical analysis; extensometers.*

## 1 INTRODUÇÃO

Com a evolução das construções, aliada às exigências cada vez maiores dos clientes por estética e economia, peças de concretos estão deixando de ser robustas e tornando-se cada vez mais esbeltas. Não obstante, com o advento da Norma de Desempenho (ABNT NBR 15575) as exigências por conforto, segurança e durabilidade também aumentaram.

Guarda (2005) ainda complementa que o aprimoramento das técnicas de análise estrutural, das ferramentas computacionais e da tecnologia dos materiais utilizados para a produção de concretos com resistências elevadas, favoreceram a redução das seções transversais das vigas e espessuras de lajes.

Com isto, as peças de concretos, como as vigas, estão cada vez mais esbeltas, e conseqüentemente tem maior facilidade de apresentar problemas de deslocamentos e deformações excessivas devido à baixa rigidez, e com isto, causando fissuração na peça, desconforto do usuário e principalmente a redução da vida útil da estrutura.

Essas modificações nas características dos projetos contribuíram consideravelmente para um maior nível de fissuração em peças estruturais, diminuindo sua rigidez e aumentando seus deslocamentos. Em alguns casos, esses deslocamentos são tão expressivos que é necessário adotar alturas maiores que as requeridas pelo dimensionamento a flexão. Por isso, tem-se dado uma maior atenção a questão dos deslocamentos em estruturas (GUARDA, 2005).

As normas prescritivas como a ANBT NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, exigem dos projetistas as verificações das peças de concreto em serviços em alguns parâmetros como a fissuração e principalmente as deformações e deslocamentos excessivos, no intuito de garantir a durabilidade da estrutura. Dessa forma, tem-se aumentado a demanda por análise experimental de estruturas aliado aos métodos computacionais, buscando representar cada vez mais a realidade.

Neste contexto, o presente trabalho teve por objetivo moldar corpos de provas prismáticos a fim de analisar a resistência à tração na flexão e os deslocamento em vigas por meio de relógios comparadores e transdutores de deformação, LVDTs. As vigas ensaiadas também foram modeladas nos programas Ftool® e ABAQUS® para se obter seus deslocamentos pelo Método dos Deslocamentos (MD) e pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), respectivamente.

## 1.1 Flexão em vigas

Praticamente o ponto mais importante nos cálculos para detalhamento das peças em concreto armado é o cálculo da armadura de flexão, destinada a resistir a um momento fletor, os quais causam tensões normais nas seções em que atuam (AUGUSTINHO, 2009). Carvalho e Filho (2007) explicam que existem vários tipos de flexão que podem atuar numa viga, e se faz necessário identificá-los para que se possa calcular as tensões atuantes na peça e dimensionar a armadura necessária. Os referidos autores identificam seis tipos de flexão que são apresentados a seguir:

- a) Flexão Normal: o carregamento é perpendicular à linha neutra;
- b) Flexão Oblíqua: o carregamento é normal à linha neutra;
- c) Flexão Simples: não há esforço normal atuando na peça ( $N = 0$ ), a flexão pode ser normal ou oblíqua;
- d) Flexão Composta: há esforço normal (tração ou compressão) atuando na seção, com ou sem esforço cortante;
- e) Flexão Pura: não há esforço cortante atuante ( $V = 0$ ), o momento fletor é constante;
- f) Flexão não pura: Há esforço cortante atuando na peça.

O ensaio de resistência à tração na flexão é prescrito pela ABNT NBR 12142:2010 – Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. As Figuras 1 e 2 apresentam esquematicamente o dispositivo auxiliar para a realização do ensaio a ser acoplado em máquinas que sejam equipadas para esta finalidade.

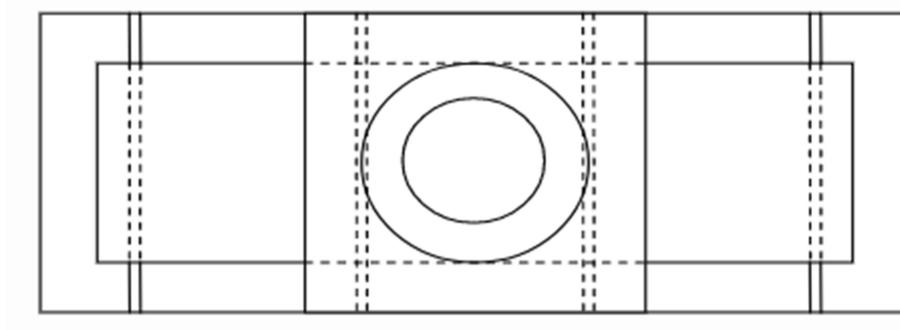


Figura 1. Dispositivo do ensaio – Vista superior

Fonte: (ABNT, 2010)

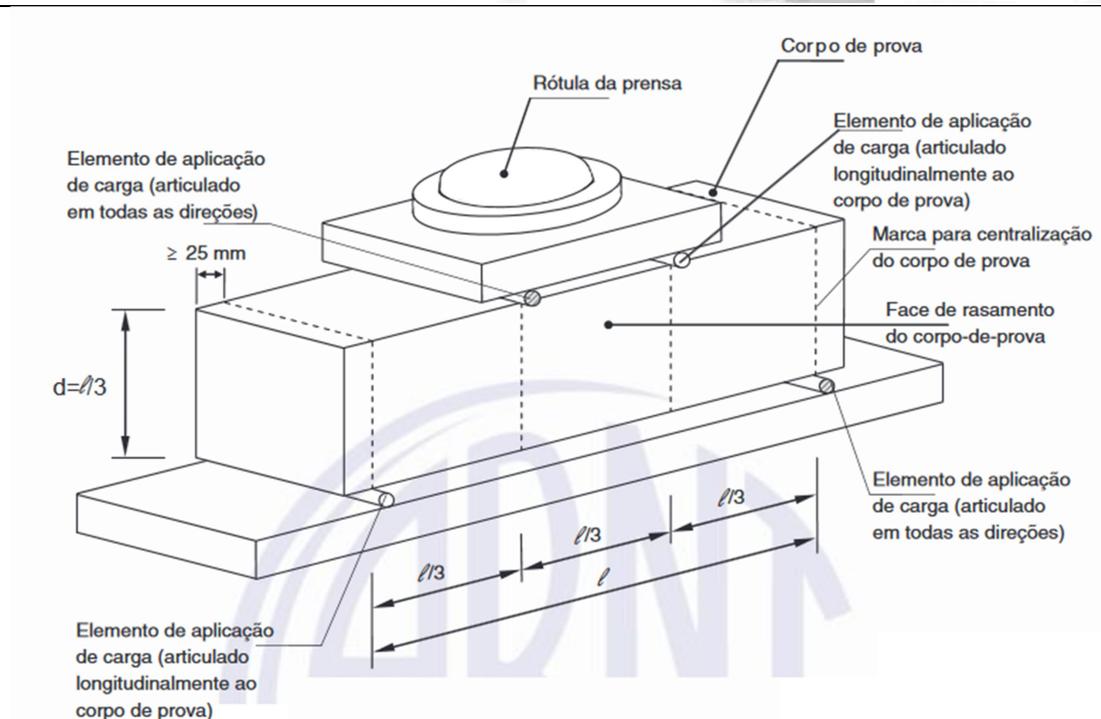


Figura 2. Dispositivo do ensaio – Perspectiva

Fonte: (ABNT, 2010)

A ABNT NBR 12142:2010 determina ainda o cálculo da resistência à tração na flexão do concreto, que é calculada conforme a equação a seguir:

$$f_{ct,f} = \frac{F \times l}{b \times d^2} \quad (1)$$

Onde,

$f_{ct,f}$  = resistência à tração na flexão (MPa);

F = força máxima registrada na máquina de ensaio (N);

l = dimensão do vão entre apoios (mm);

b = largura média do corpo de prova (mm);

d = altura média do corpo de prova (mm).

De acordo com Guarda (2005), o objetivo do controle dos deslocamentos é garantir que uma estrutura ou um elemento estrutural, apesar de apresentar deslocamentos em relação a sua posição inicial, possa atender a critérios mínimos de aceitação, tanto do ponto de vista estrutural quanto estético.

O item 13.3 da 6118:2014 define deslocamentos limites como “valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da



estrutura”. Os deslocamentos são classificados em quatro grupos básicos demonstrados a seguir:

- a) Aceitabilidade sensorial: caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- b) Efeitos Específicos: os deslocamentos impedem a utilização adequada da construção;
- c) Efeitos em elementos não-estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotados.

## 1.2 Relógios comparadores

O relógio comparador é um instrumento de medição por comparação, dotado de uma escala e um ponteiro, ligados por mecanismos diversos a uma ponta de contato. O comparador centesimal é um instrumento comum de medição por comparação. As diferenças percebidas nele pela ponta de contato são amplificadas mecanicamente e irão movimentar o ponteiro rotativo diante da escala (FRACARO, 2014).

Quando a ponta de contato sofre uma pressão e o ponteiro gira em sentido horário, a diferença é positiva. Isso significa que a peça apresenta maior dimensão que a estabelecida. Se o ponteiro girar em sentido anti-horário, a diferença será negativa, ou seja, a peça apresenta menor dimensão que a estabelecida (FRACARO 2014).

Nos comparadores mais utilizados, uma volta completa do ponteiro corresponde a um deslocamento de 1mm da ponta de contato. Como o mostrador contém 100 divisões, cada divisão equivale a 0,01mm (Figura 3).

A forma de posicionamento do relógio também é muito importante. Deve ser realizada sempre em uma posição perpendicular em relação à peça, com o auxílio de bases magnéticas, para não ocorrerem erros de medida (Figura 4).

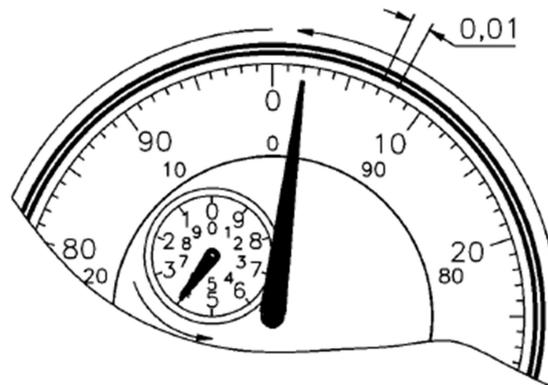


Figura 3. Leitura de um relógio

Fonte : (Fracaro, 2014)

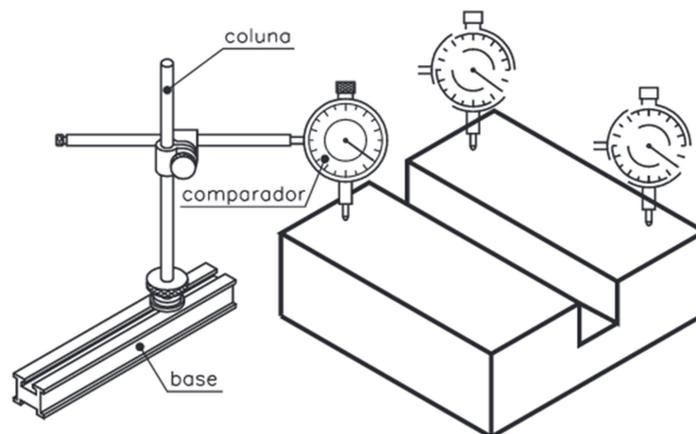


Figura 4. Posicionamento correto do relógio comparador

Fonte: (Fracaro, 2014)

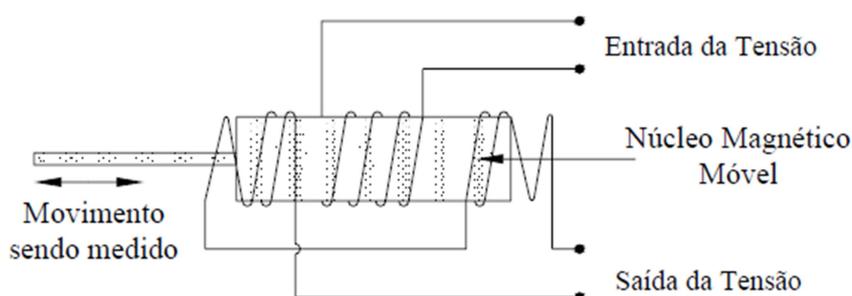
### 1.3 LVDT

O Transformador Variável Diferencial Linear, ou LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) consiste em um núcleo magnético móvel incidindo através de uma bobina denominada de primária e de duas secundárias. Uma tensão alternada é aplicada à primeira bobina, induzindo uma tensão alternada à segunda bobina, com magnitude que depende da proximidade do núcleo magnético de cada bobina secundária (AFFONSO, 2004).

Esta voltagem secundária é conectada em série, e a saída do LVDT é a diferença entre estas duas voltagens. Quando o núcleo está na posição média, a voltagem é zero. Quando o núcleo se afasta do centro, a voltagem de saída cresce linearmente com a

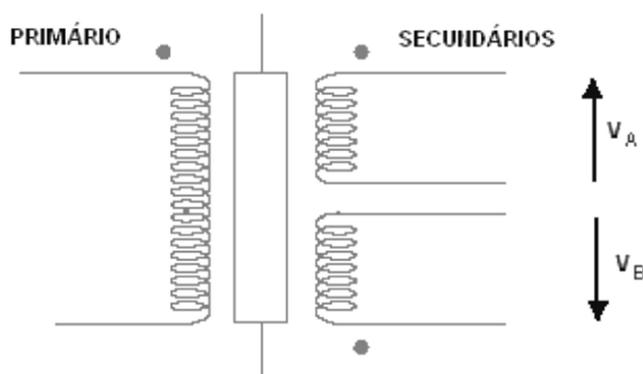
magnitude, com polaridade dependendo do sentido do movimento do núcleo. (AFFONSO, 2004).

As Figuras 5 e 6 ilustram o esquema de funcionamento do LVDT.



**Figura 5. Esquema de LVDT**

Fonte: (Dunnicliff, 1988 apud Affonso, 2004)



**Figura 6. Esquema de um LVDT**

Fonte: (Arruda, 2012)

Os transdutores de deslocamento indutivos tipo LVDT possibilitam a medição de posição e podem ser comparados a uma régua eletrônica muito precisa. São basicamente transdutores de deslocamento, acrescidos de um apoio esférico para guiar o núcleo (ANDRADE et al., 1997). Em virtude de seu funcionamento baseado em princípios eletromagnéticos, os transdutores tipo LVDT são capazes de detectar frações mínimas de movimento pelo condicionamento apropriado dos sinais elétricos (RODRIGUES, 2003 apud ARAÚJO 2011).

Almeida (2004), quanto a utilização dos LVDTs explica que suas vantagens são:

- a) podem ser utilizados para medida de deslocamentos em ensaios estáticos ou quase estáticos;
- b) podem ser utilizados em ensaios dinâmicos, acoplados aos sistemas de aquisição de dados;

- c) por não terem sistemas mecânicos de amplificação, tais como alavancas ou engrenagens, não introduzem esforços secundários nos corpos-de-prova.

Dessa forma são os mais recomendados para a investigação de modelos reduzidos, diferente dos transdutores mecânicos que utilizam molas, engrenagens e alavancas. Já quanto as desvantagens desta ferramenta, o mesmo autor apresenta que:

- a) necessitam de aferição antes da montagem;  
b) não têm indicação direta do deslocamento, utilizam-se de recursos de amplificação eletrônica e conversão de dados como placas análogica digital (A/D).

## 2 METODOLOGIA

O ensaio foi baseado conforme prescreve a ABNT NBR 12142:2010 que consiste na determinação da resistência a tração na flexão de corpo de prova prismático. Foram ensaiadas duas vigas disponibilizada pelo Laboratório de Materiais de Construção Civil – LMCC da Universidade Federal do Ceará – UFC, confeccionadas com concreto convencional de fck de 20 MPa. Ambas foram instrumentadas para se obter os deslocamentos no ensaio a flexão, sendo a Viga 1 com a utilização de relógios comparadores (Figura 7) e a Viga 2 por meio de LVDT (Figura 8).



Figura 7. Instrumentação da viga com os relógios comparadores

Fonte: (Autores, 2018)



**Figura 8. Instrumentação da viga com o LVDT**

**Fonte: (Autores, 2018)**

A Viga 1 foi instrumentada com dois relógios comparadores, um de cada lado, os quais foram colocados em contato com uma chapa de metal em “L” previamente fixada com resina epóxi na região central da peça ensaiada, por ser a região de maior deslocamento. As cargas foram aplicadas em intervalos com variações aleatórias (pois foram manuais) até o rompimento. Após cada incremento de carga era realizada a leitura dos relógios comparadores. Os resultados do deslocamento foram obtidos por meio da média dos relógios. Na instrumentação por meio do LVDT, devido a sua maior precisão, os dados eram disponibilizados automaticamente pelo computador. E para o contato do LVDT foi realizado o mesmo procedimento da Viga 1.

Com os dados da carga máxima e dos deslocamentos, foi possível obter um gráfico de carga-deslocamento, e ainda, obter o valor da resistência à tração na flexão das vigas. Foi realizada ainda a medição dos deslocamentos pelos softwares Ftool® e ABAQUS® a fim de se obter uma referência e possibilitar a comparação desse resultado com os obtidos em campo, por meio dos extensômetros. O primeiro se utiliza do Método dos Deslocamentos (MD), enquanto que o segundo utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) com elementos de barra.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1 Ensaio de tração

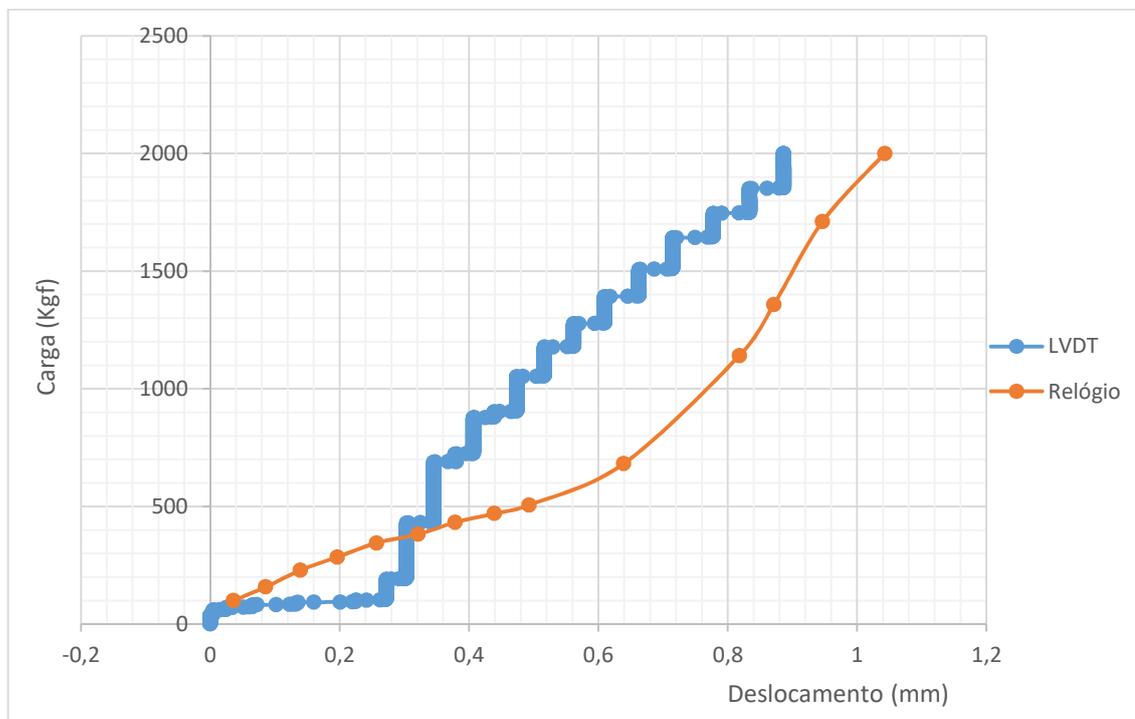
A resistência à tração na flexão da Viga 1 (com o uso de relógios) e a Viga 2 (com o LVDT) é apresentada na Tabela 01.

**Tabela 1. Resultado do ensaio de tração na flexão das vigas**

Nº	Tipo de instrumentação	Fck (MPa)	Carga máxima (Kgf)	Número de pontos	Deslocamento máximo (mm)	Resistencia à tração na flexão (MPa)
Viga 1	Relógios	20,0	2245	14	1,043	2,993
Viga 2	LVDT	20,0	2078	2078	0,886	2,771

As resistências à tração na flexão das vigas analisadas foram bem próximas. O baixos valores de resistência se dão devido a peça de concreto ser desprovida de aço (concreto armado) ou ainda de fibras, que auxiliam na tenacidade e distribuição de tensões no concreto.

Com os valores de carga e deslocamento, foi possível obter um gráfico que é ilustrado na Figura 9.



**Figura 9. Comparação entre carga e deslocamento nas vigas com relógios e LVDT**

Fonte: (Autores, 2018)

O uso dos relógios comparadores exige que as leituras sejam manuais, realizadas pelo executor do ensaio, podendo haver erros ocasionados pela diferença do ângulo de visão, pois, em alguns casos, dependendo do local e tipo de prensa utilizados, pode se tornar difícil a realização dessa leitura no melhor ângulo possível, que seria com a visão reta e em nível com o medidor. Outra limitação é a necessidade de aplicação da carga manualmente para que se possa realizar a leitura dos relógios, o que influencia bastante na obtenção da curva carga-deslocamento, pois reduz a quantidade de pontos obtidos. Além disso, tem-se o risco de ocasionar a ruptura da peça ensaiada antes de conseguir realizar a leitura, gerando perda de dados. Já nos sistemas que se utilizam do LVDT pode-se obter milhares de pontos automáticos pelo computador, obtendo-se assim dados mais completos e confiáveis.

Para Morgan, Mindess e Chen (1995) apud Gava (2005), os sistemas baseados em LVDT's com aquisição de dados por computador são mais eficientes do que os sistemas baseados em relógios comparadores. Estes últimos são mais lentos e, com isso, não são capazes de registrar esta instabilidade, podendo gerar uma falsa interpretação dos resultados.

### 3.2 Modelagem computacional

A Tabela 2 mostra os deslocamentos previstos na viga quando modelada nos softwares Ftool® e ABAQUS®, representando, respectivamente, o método dos deslocamentos e método dos elementos finitos.

**Tabela 2. Deslocamentos previstos na viga pelo Ftool® e ABAQUS®**

Software	Carga (KN/m)	Deslocamento (mm)
FTOOL®	20,0	0,98
ABAQUS®	20,0	0,24

Foi adotado para carga o valor de carregamento de 20 kN/m pois foi estabelecido previamente ao ensaio de tração no corpo de prova com base no fck das vigas. Sendo possível observar que as deformações obtidas nos ensaios foram mais condizentes com o resultado obtido após simulação no Ftool®.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A verificação dos deslocamentos em peças estruturais são de extrema importância devido aos diversos problemas provocados à construção, caso estas análises não tenham sido consideradas em projetos. Vigas com deslocamentos excessivos podem ocasionar problemas em esquadrias, provocando dificuldade no funcionamento de portas e janelas, enquanto que em lajes pode provocar o acúmulo de água, ocasionando infiltração e reduzindo a vida útil da estrutura.



A partir da realização desse experimento foi possível conhecer o modo de funcionamento dos relógios comparadores e LVDT's, bem como de leitura e interpretação de dados gerados pelo mesmo. Além disso, foi possível aprender a forma correta de instrumentação, sendo importante ressaltar que a instalação dos mesmos, é uma atividade minuciosa que requer tempo de instalação e acesso adequado ao local. Devendo ser realizada com cautela para que os resultados sejam condizentes e gerem resultados adequados para a aplicação.

A utilização do LVDT para a determinação dos deslocamento em vigas apresenta resultados mais precisos e confiáveis. Com este sistema, a aquisição de dados se dá por meio de computador, e com isso, pode-se obter dados melhores tanto em qualidade quanto em quantidade que os obtidos por meio de relógios comparadores.

A partir do MD e do MEF é possível estimar o comportamento da linha elástica da viga e seus deslocamentos. Os resultados obtidos em laboratório foram bastante parecidos com os estimados na medição computacional através do Método dos Deslocamentos.



## REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 12142: *Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos*. Rio de Janeiro. 2010.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto – procedimento*. Rio de Janeiro. 2014.
- Araújo, S. S. *Influência do tipo de medição na determinação do módulo estático de elasticidade do concreto*. Dissertação (mestrado) em Engenharia civil. Universidade Federal de Goiás. Escola de engenharia civil, Goiana, 2011, 212p.
- Morgan, D. R.; Mindess, S.; Chen, L. Testing and specifying toughness for fibre reinforced concrete and shotcrete. In: BANTHIA, N.; MINDESS, S. *Fiber reinforced concrete: modern developments*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 1995. p. 29-50.
- Arruda, F. P. *Implantação de um equipamento de medição do módulo de elasticidade informatizado*. Monografia. Graduação em engenharia elétrica com ênfase em sistemas de energia e automação. Escola de engenharia de São Carlos da USP, 2012.
- Fracaro, J. Relógios comparadores. *Notas de aula*. Engenharia mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.
- Agustinho, S.R. *Análise da influência de furos horizontais em vigas de concreto armado*. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) em Engenharia civil. Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2009.
- Carvalho, R. C.; Figueiredo Filho, J. R.de. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2003*. 2ed. São Carlo, SP: EDUFSCAR, 2005.
- Affonso, H. M. M. *Instrumentação para medir deslocamentos em barragens de enrocamento*. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil – Rio de Janeiro: PUC, 2004. v., 94f.
- Almeida, P. A. O. Transdutores para medida de deslocamentos lineares. *Notas de aula da disciplina de Análise Experimental de Estruturas*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004
- Guarda, M. C. C. *Cálculo de deslocamentos em pavimentos de concreto armado*. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Gava, G. P. *Análise teórica-experimental do comportamento à flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço*. Tese (Doutorado) em engenharia civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005, 300p.