ROTEAMENTO E ALOCAÇÃO DE ESPECTRO EM REDES ÓPTICAS FLEX-GRID: NOVA ABORDAGEM BASEADA EM RELAXAÇÃO LINEAR E PLANOS DE CORTE

RESUMO

No contexto de redes ópticas flex-grid, a maioria dos problemas de otimização são extensões do problema de Roteamento e Alocação de Espectro (do inglês: *Routing and Spectrum Allocation* (RSA) *problem*). Esse é um problema de otimização combinatória NP-Difícil que requer técnicas computacionais e matemáticas especiais para ser capaz de ser resolvido de maneira eficiente. Neste trabalho, buscamos trabalhar na escalabilidade do problema propondo uma formulação nó-arco adaptada a fim de minimizar a carga média de espectros na rede. Por se tratar de um programa linear em números inteiros, aplicamos a relaxação linear no modelo proposto e adicionamos planos de corte para obter uma solução relaxada que garanta um limite inferior próximo ao ótimo para qualquer tipo de instância. Para transformar solução relaxada obtida em uma solução viável, ou seja, garantindo que todas as variáveis tenham valores inteiros, é proposta uma nova heurística de arredondamento baseada em um algoritmo de busca gulosa que se mostrou altamente eficaz. Resultados mostram *gaps* e tempos de execução inferiores aos encontrados na literatura, fornecendo a especialistas e gestores de telecomunicação uma ferramenta rápida e eficaz para tratar demandas realísticas de alto volume e dinamismo.

PALAVRAS-CHAVE: Rede Óptica Flex-grid; Roteamento e Alocação de Espectro; Relaxação Linear; Planos de Corte; Heurística.

INTRODUÇÃO

Uma grande quantidade de dados digitais é transportada a cada segundo em todas as partes do mundo através de redes ópticas, e as expectativas são de um crescimento muito acelerado com demandas cada vez maiores. Assim, em alguns anos, essas redes podem atingir sua capacidade máxima em termos de transmissão de dados. Neste contexto, as redes ópticas *flex-grid* têm sido destacadas por permitirem utilizar de maneira mais eficaz os recursos em relação às redes ópticas atualmente implantadas - isto é, redes ópticas do tipo *Wavelength Division Multiplexing* (WDM). Em uma rede óptica do tipo *flex-grid*, a rígida grade de frequência da tecnologia anterior é removida e substituída por um espectro de freqüência flexível e de granularidade mais fina, podendo ser de 25 GHz, 12,5 GHz ou até mesmo de 6,25 GHz (THANH, 2014). Portanto, o conceito de faixa de espectro se torna interessante uma vez que atribui-se o tamanho apropriado da largura de banda ao longo de um caminho óptico, permitindo ganhos de capacidade em relação às redes atuais.

Neste trabalho, nos concentramos em redes *flex-grid* e como alocar seus recursos para atender às demandas de transmissão de dados. Isso se resume ao problema de roteamento e alocação de espectro (do inglês: *Routing and Spectrum Allocation* (RSA) *problem*). Neste contexto, podemos considerar uma rede *flex-grid* representada por um conjunto de pontos de acesso ligados por fibras ópticas. Definimos, então, as demandas como sendo um conjunto de pares (origem, destino) que são associados a um volume de dados específico que deve ser transmitido por essa rede. Esse volume é traduzido na porção do espectro que deve ser alocado. Assim, buscamos tratar uma rede óptica do tipo *flex-grid* otimizando o uso de seus recursos. Isso significa encontrar a melhor rota e atribuir faixas de espectro a cada demanda, atribuindo um caminho óptico a cada volume de dados a ser transmitido.

Por se tratar de um problema real de alta complexidade tecnológica, um determinado número de restrições técnicas que caracteriza o problema devem ser respeitadas: (i) deve haver continuidade do espectro, ou seja, todos as faixas do espectro utilizadas devem permanecer as mesmas em todos os *links* da rota para cada demanda; (ii) contiguidade de espectro é obrigatório, exigindo que todas as faixas de espectro alocadas a uma demanda devem ser contíguas; (iii) não deve haver sobreposição de espectro em cada *link* de fibra óptica, garantindo que cada faixa de espectro seja usada apenas por uma demanda por vez.

Em um de seu trabalho, Żotkiewicz et al (2013) propõem quatro modelos de programação linear para o problema RSA, considerando diferentes cenários. O objetivo de seu trabalho foi fazer modelos cujas funções objetivo possam ser facilmente modificadas, tão logo visem definir restrições que respeitem as já mencionadas do problema

RSA e, portanto, que forneçam soluções viáveis. Porém, uma vez que se trata de um problema de programação linear em números inteiros, o ponto negativo recai no fato de se tratar de um tipo de modelagem que possui um tempo de computação que cresce exponencialmente em relação ao tamanho da instância, sendo impraticável resolvê-los diretamente e em tempo computacional razoável.

Buscamos, portanto, trabalhar na escalabilidade do problema propondo uma nova formulação, cuja função objetivo busca minimizar a carga média de *links*. A tabela 1 a seguir apresenta de notação utilizada neste trabalho:

Tabela 1 - Notação

Índices			
e	link	v	nó
d	demanda	s	faixa de espectro
Conjuntos			
D	conjunto de demandas	ε	conjunto de links não-orientados
V	conjunto de nós	ε'	conjunto de links orientados
$\delta^+(v)$	conjunto de links que saem do nó v	$\delta^-(v)$	conjunto de links que chegam ao nó v
S	espectro de frequências, $S = \{1, 2, ..., \|S\|\}$		
Constantes			
$s(d)$	nó origem da demanda d	$h(d)$	volume da demanda d
$t(d)$	nó destinação da demanda d		
Variáveis			
y_{es}	binária, $y_{es} = 1$, se a faixa de espectro s é ocupada no link e, $y_{es} = 0$ senão		
y_{ds}	binária, $y_{ds} = 1$, se a demanda d utilisa a faixa de espectro s, $y_{ds} = 0$ senão		
x_{de}	binária, $x_{de} = 1$, se a demanda d utilisa o link e, $x_{de} = 0$ senão		
z_{de}	binária, $z_{de} = 1$, se a demanda d utilisa o link orientado e, $z_{de} = 0$ senão		
a_{ds}	binária, $a_{ds} = 1$, se a demanda d utilisa fiaxas de espectro superiores à s, $a_{ds} = 0$ senão		
b_{ds}	binária, $b_{ds} = 1$, se a demanda d utilisa faixas de espectro inferiores à s, $b_{ds} = 0$ senão		

O modelo matemático adaptado com a nova função objetivo é descrito a seguir:

$$min \ \frac{\sum_{s\in S}\sum_{e\in\varepsilon} y_{es}}{|\varepsilon|} \tag{1}$$

sujeito a

$$\sum_{e\in\delta^+(s(d))} z_{de} - \sum_{e\in\delta^-(s(d))} z_{de} = 1 \qquad \forall d \in D, \tag{2}$$

$$\sum_{e\in\delta^+(v)} z_{de} - \sum_{e\in\delta^-(v)} z_{de} = 0 \qquad \forall d \in D, v \in V \setminus \{s(d), t(d)\}, \tag{3}$$

$$x_{de} = z_{de} + z_{d(e+|\varepsilon|)} \qquad \forall d \in D, e \in \varepsilon' \backslash [|\varepsilon| + 1, ..., |\varepsilon'|], \tag{4}$$

$$x_{de} + y_{ds} + x_{d'e} + y_{d's} \leq 3 \qquad \forall s \in S, d, d' \in D, e \in \varepsilon, \tag{5}$$

$$a_{ds} \geq a_{d(s+1)} \qquad \forall d \in D, s \in S \setminus \{|S|\}, \tag{6}$$

$$b_{ds} \geq b_{d(s-1)} \qquad \forall d \in D, s \in S \setminus \{1\}, \tag{7}$$

$$y_{ds} + a_{ds} + b_{ds} = 1 \qquad \forall d \in D, s \in S, \tag{8}$$

$$\sum_{s\in S} y_{ds} \geq h_d \qquad \forall d \in D, \tag{9}$$

$$x_{de} + y_{ds} - y_{es} \leq 1 \qquad \forall d \in D, e \in \varepsilon, s \in S, \tag{10}$$

Após realizar a relaxação linear do novo modelo, buscou-se aplicar o método de planos de corte para melhorar significativamente o limite inferior da solução encontrada e, assim, ser capaz de obter uma solução relaxada o mais próximo possível da solução ótima. Desta forma, após relaxar as restrições de integralidade das variáveis binárias, foram adicionados os seguintes planos de corte:

$$\sum_{e\in\delta(W)}\sum_{s\in S} y_{es} \geq \sum_{d\in D(W)} h(d) \tag{11}$$

$$\sum_{e\in\delta(W)} x_{de} \geq 1 \qquad \forall d \in D(W) \tag{12}$$

$$\sum_{e\in\delta(s(d))}\sum_{s\in S} y_{es} \geq h(d) \qquad \forall d \in D \tag{13}$$

$$\sum_{e\in\delta(t(d))}\sum_{s\in S} y_{es} \geq h(d) \qquad \forall d \in D \tag{14}$$

$$\sum_{e\in\varepsilon}\sum_{s\in S} y_{es} \geq \sum_{d\in D} pcc(d) * h(d) \tag{15}$$

$$\sum_{s\in S}(a_{ds} + b_{ds}) = |S| - h(d) \qquad \forall d \in D \tag{16}$$

Para cinco das seis restrições adicionadas, usamos o conceitos de fluxo em um grafo. Consideramos um conjunto $W \subseteq V$, onde *D(W)* é o conjunto de demandas tendo uma extremidade (origem ou destino) em *W* e a outra em $V \backslash W$, tal que *δ(W)* é um corte mínimo separando *s(d)* de *t(d)*. O subproblema do caminho mais curto entre as extremidades em um grafo é usado na restrição (15), na qual *pcc(d)* é o comprimento do menor caminho para a demanda *d*. Por fim, o plano de corte (16) é uma combinação da restrição (8).

Posteriormente, desenvolveu-se em uma heurística de arredondamento baseada em um novo algoritmo de busca gulosa para encontrar uma solução viável a partir da solução relaxada, garantindo, assim, que todas as variáveis tenham valores inteiros (seja zero ou um). Essa abordagem é justificada uma vez que se trata de um problema de otimização combinatória NP-Difícil, o qual requer técnicas computacionais e matemáticas especiais para resolvê-lo de maneira exata e em um tempo competitivo.

O objetivo deste trabalho, portanto, é de contribuir com uma nova abordagem baseada em relaxação linear e em planos de corte para resolver o problema de roteamento e alocação de espectro, fornecendo a especialistas e gestores de telecomunicação uma ferramenta rápida e eficaz para tratar demandas realísticas de alto volume e dinamismo.

METODOLOGIA

Foram usados os princípios propostos por Joumard et al (2016) e Klinkowski et al (2016) para criar nossas instâncias baseadas em redes reais e, assim, poder comparar os resultados uns aos outros. Também usamos a forma padrão da biblioteca Survivable Fixed Telecommunication Network Design (SNDlib) para nosso gerador de instâncias. O número de faixas de espectro disponíveis para cada link, $|S|$, varia de acordo com o tamanho da instância (medido em número de solicitações, isto é, $|D|$). A proporção dessa variação é feita considerando a variação que Joumard et al (2016) usa em seu trabalho.

Na fase de pré-cálculo, é determinado o conjunto $W \subseteq V$ e o conjunto *D(W)* das demandas tendo um fim em *W*. O conjunto *W* é escolhido tomando o maior conjunto *D(W)* possível de acordo com a instância de problema. Este conjunto é usado em alguns dos planos de corte adicionados à formulação inicial. Também é calculado, nessa fase de pré-cálculo, o caminho mais curto *pcc(d)* associado a cada demanda usando um algoritmo de largura de caminho. Este dado é usado na restrição (15). Após essa fase, foi usado o solver IBM ILOG CPLEX (doravante mencionado como “CPLEX”) para resolver o problema com sua relaxação linear.

Como entrada, a heurística recebe o grafo representando a rede a ser processada, os valores das variáveis da solução relaxada encontrada pelo CPLEX e o conjunto de demandas ordenadas de forma decrescente pelo volume (número de faixas de espectro) solicitado. Com a solução obtida pelo CPLEX, é utilizado a nova heurística desenvolvida para resolver o problema com todas as variáveis relaxadas. Para tal, busca-se saber se as variáveis que possuem valores maiores que o valor de critério - que se inicia com valor igual a 1 para cada demanda - fornece uma rota para cada demanda. Também é conferido se a alocação de faixas de espectro respeita a capacidade dos links. Em casos negativos, o método refaz os testes decrescendo em 0,1 o valor de critério a cada iteração para a demanda em questão. Todos os testes foram realizados como proposto por Joumard et al (2016) e Klinkowski et al (2016).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Quando o número de demandas é superior a 10, a função objetivo da solução relaxada sem os novos planos de cortes inseridos é geralmente igual a zero. Adicionando as novas restrições aqui propostas, observou-se uma melhora significativa em relação à formulação do problema original com a relaxação linear. As restrições (11), (13) e (14) ajudam a ter um aumento importante do limite inferior, enquanto as restrições do tipo (12) e (16) melhoraram a alocação das variáveis do tipo x_{de}, a_{ds} e b_{ds}, ou seja, esses dois planos de corte ajudam a definir um valor menos fracionário para esses tipos de variáveis. Por outro lado, a restrição (15), ligada ao problema do caminho mais curto entre os pontos de cada demanda, fornece um aumento expressivo no limite inferior do problema. Portanto, usamos a formulação final com todas as restrições para fornecer uma solução relaxada com um tempo de cálculo mais rápido. A formulação final com os novos planos de cortes adicionados garantiu uma solução relaxada muito próxima do ótimo, com uma diferença média de 5,89% para pequenas instâncias.

Como a resolução exata do modelo em números inteiros proposto pelos autores aqui citados exige um tempo de computação muito longo - podendo chegar a meses -, não foi possível resolvê-lo para instâncias com mais de 20 demandas, um número muito pequeno para contextos reais. Para instâncias possuindo entre 20 e 64 demandas ($|S|$ entre 46 e 170 respectivamente), comparamos, portanto, os resultados da heurística - que garante uma solução viável - com os resultados encontrados no modelo relaxado. Para as redes propostas por Klinkowski et al (2016) e Joumard et al (2016), o *gap* médio foi de 5,53%, com *gap* mínimo igual a 0,03% e *gap* máximo igual a 10,01%. Também foi constatado que o tamanho das instâncias não influencia o desempenho da heurística de arredondamento, garantindo sempre um pequeno *gap* em relação à solução relaxada e em um tempo de cálculo sempre inferior a 1 segundo nesta etapa.

Como esses *gaps* médios são muito pequenos, geralmente inferiores a 6%, podemos considerar que são obtidas soluções de ótima qualidade, possivelmente ótimas em alguns casos. Isso certifica o excelente desempenho da heurística proposta. Os planos de corte propostos, por sua veze, desempenham um papel muito importante na melhoria dos *gaps* e na busca de boas soluções iniciais que servem como entrada para a heurística.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho é de utilizar ferramentas matemáticas e computacionais para trabalhar na escalabilidade do problema de roteamento e alocação de espectro em redes ópticas *flex-grid*. Usa-se a relaxação linear do modelo juntamente com a adição de planos de corte para aumentar significativamente o limite inferior da solução. Em seguida, aplica-se uma heurística de arredondamento na solução relaxada obtida para encontrar uma solução viável que respeite as restrições de integralidade das variáveis.

Os novos planos de corte desempenham um papel importante, aumentando significativamente o limite inferior após a relaxação linear e diminuindo consideravelmente o tempo de cálculo. A formulação final, com os planos de corte propostos, garante uma solução relaxada muito próxima do ótimo. O *gap* médio entre o valor ótimo da função objetivo e o valor da solução relaxada é de 5,89% para pequenas instâncias. O desempenho da abordagem heurística também se mostra com alta eficiência. O *gap* médio entre o valor da solução relaxada e a solução inteira gerada pela heurística é de 5,53% para médias e grandes instâncias.

Assim, é fornecido a especialistas e gestores de telecomunicação uma ferramenta rápida e eficaz para tratar demandas realísticas de alto volume e dinamismo.

REFERÊNCIAS

Survivable fixed telecommunication Network Design. **Input and output formats for SNDlib**. Disponível em: <http://sndlib.zib.de/>. Acesso em: 18 ago. 2018.

JAUMARD, Brigitte; DARYALAL, Maryam. **Scalable elastic optical path networking models**. Transparent Optical Networks (ICTON), IEEE, 2016.

KLINKOWSKI, Mirosław; ŻOTKIEWICZ, Mateusz; PIÓRO, Michal; RUIZ, Marc; VALESCO, Luis. **Solving large instances of the RSA problem in flexgrid elastic optical networks**. Journal of Optical Communications and Networking, v. 8, n. 5, 2016.

THANH, Hai Dao. **Contribution to Flexible Optical Network Design:** Spectrum Assignment and Protection. Tese de Doutorado. Télécom Bretagne; Université de Bretagne Occidentale, 2014.

ŻOTKIEWICZ, Mateusz; PIÓRO, Michal; RUIZ, Marc. **Optimization models for flexgrid elastic optical networks**. Transparent Optical Networks (ICTON), IEEE, 2013.