



## ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA PROTENSÃO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS EM COMPARAÇÃO COM A NORMA BRASILEIRA

### ANALYSIS OF THE PRETRESS INFLUENCE IN HOLLOW CORE SLABS IN COMPARISON WITH THE BRAZILIAN STANDARD

Marcel Willian Reis Sales (1, P); Daniel de Lima Araújo (2); Marcelo de Araújo Ferreira (3);  
Rafaela Bernardes Rabelo (4)

(1, P) Me. Prof., Instituto Federal Goiano, Rio Verde - GO, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal do Goiás, Goiânia - GO, Brasil.

(3) Dr. Prof., Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP, Brasil.

(4) Graduada de Engenharia Civil., Faculdade Araguaia, Goiânia - GO, Brasil

Email para Correspondência: marcel.engcivil@hotmail.com; (P) Apresentador

**Resumo:** Atualmente os projetos e obras devem levar em consideração as normas visando sempre a sustentabilidade, segurança e custo. Para isso, elementos pré-fabricados possuem características que visam o menor desperdício e perdas de material. Assim, deve-se conhecer com a maior precisão possível o comportamento de elementos pré-fabricados. Dentre esses elementos, se encontram as lajes alveolares protendidas, que é um dos tipos de lajes mais utilizados no mundo. Contudo, seu comportamento ao cisalhamento ainda não é preciso. O objetivo dessa pesquisa é a análise da resistência à força cortante de uma laje alveolar protendida com altura de 270 mm, 1160 mm de largura e 4507 mm de comprimento e 5 alvéolos circulares. Para realizar essa análise foi utilizado o método dos elementos finitos pelo software comercial Diana 10.2. Além disso, foi utilizado como referência um modelo com geometria e propriedades do material já ensaiado por outro autor. Na malha foram usados elementos tridimensionais para representar o concreto, de treliça para representar a cordoalha e de interface com bond-slip para representar a interface existente entre o concreto e a cordoalha, representando o escorregamento relativo entre esses dois materiais. O modelo foi validado comparando o deslocamento com a equação de flecha de teoria das estruturas. O comprimento de transferência encontrado foi de  $52\phi$ , valor diferente do proposto pela Norma Brasileira NBR 14861 que é fixado em  $85\phi$ . Foi verificado o padrão de fissuração, que sofreu influência da flexão. Contudo, a laje falhou por cisalhamento devido às fissuras de tração diagonal. O ângulo da fissura e o comprimento  $l_x$  foram próximos dos descritos pela literatura. Nesta modelagem numérica a protensão influenciou bastante a resistência ao cisalhamento quando comparado com uma modelagem sem protensão. A equação da Norma NBR 14861 foi muito a favor da segurança, e não foi razoável em comparação com o valor da resistência ao cisalhamento dessa laje, nem do experimental nem do numérico.

**Palavras chaves:** *Tração diagonal, Lajes alveolares protendidas, modelagem numérica.*

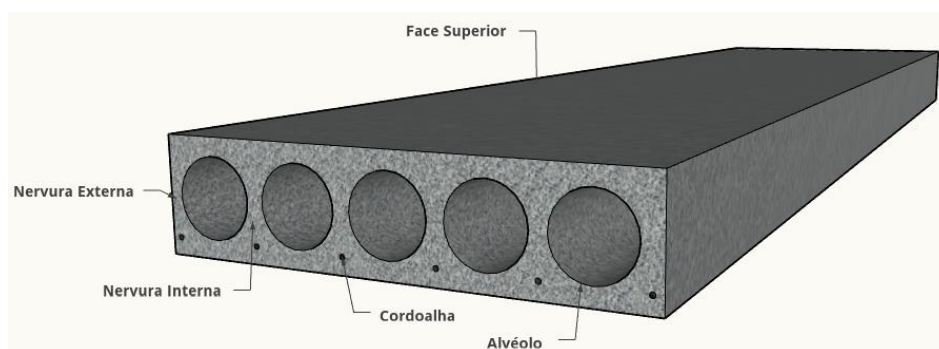
**Abstract:** Currently the projects and works must take into account the norms always aiming at sustainability, safety and cost. For this, prefabricated elements have characteristics that aim for less waste and loss of material. Thus, the behavior of prefabricated elements must be known as accurately as possible. Among these elements are the prestressed alveolar slabs, which is one of the most widely used types of slabs in the world. However, its shear behavior is not yet accurate. The objective of this research is the analysis of the shear strength of a prestressed alveolar slab with a

height of 270 mm, 1160 mm in width and 4507 mm in length and 5 circular alveoli. To perform this analysis, the finite element method was used by the commercial software Diana 10.2. In addition, a model with geometry and properties of the material already tested by another author was used as reference. In the mesh, three-dimensional elements were used to represent the concrete, from trellis to represent the chord and interface with bond-slip to represent the interface between the concrete and the chord, representing the relative slip between these two materials. The model was validated by comparing the displacement with the structural theory arrow equation. The transfer length found was  $52\phi$ , a value different from that proposed by Brazilian Standard NBR 14861, which is set at  $85\phi$ . It was verified the cracking pattern, which was influenced by the flexion. However, the slab failed by shearing due to diagonal traction cracks. The crack angle and the  $l_x$  length were close to those described in the literature. In this numerical modeling, the prestressing greatly influenced the shear strength when compared to a non-prestressed modeling. The equation of the norm NBR 14861 was very much in favor of the safety, and was not reasonable in comparison with the value of the shear strength of this slab, neither of the experimental nor of the numerical one.

**Key words:** *Tension shear, Hollow core slabs, numerical modeling.*

## 1 INTRODUÇÃO

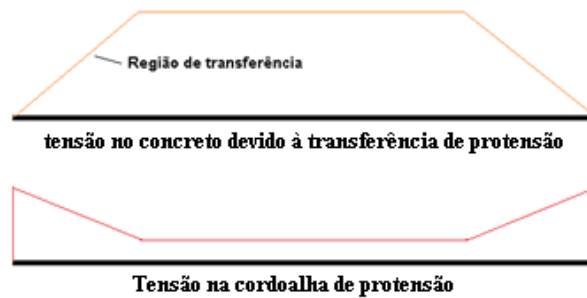
No Brasil o uso de elementos pré-fabricados é cada vez maior por suas características que ajudam a diminuir o tempo de construção. Dentre esses elementos, as lajes alveolares protendidas estão entre as mais utilizadas (Figura 1). Contudo, um dos problemas neste tipo de laje é determinar a sua força cortante resistente. Um dos fatores que mais influencia na resistência ao cisalhamento é justamente a força de protensão aplicada na laje.



**Figura 1 – Laje alveolar protendida**

A protensão desse tipo de laje é denominada pré-tração, que não possui dispositivo de ancoragem. Assim, a ancoragem da cordoalha protendida é feita pelo próprio concreto, sendo a tensão de protensão transferida da cordoalha para o concreto. Esta transferência é feita gradualmente ao longo da seção longitudinal da laje alveolar protendida. A região de transferência é chamada de comprimento de transferência.

O comprimento de transferência inicia-se como zero de tensão no concreto e tensão máxima na cordoalha, no início da laje alveolar protendida, como mostrado na Figura 2. Assim, a região de transferência aumenta gradativamente até a transferência se tornar constante (Figura 2). Muitas normas consideram-na uma equação linear nessa região.



**Figura 2 - Transferência de protensão da cordoalha para o concreto**

Como as tensões de protensão transferidas da cordoalha ao concreto aumentam ao longo da seção longitudinal, as deformações do concreto também aumentam. Assim, à medida que se aproxima da região onde a transferência de tensão se torna constante, as deformações no concreto também se tornam constantes. Portanto, é possível encontrar o valor do comprimento de transferência, que vai da face externa da laje até a região de tensão e deformação constantes.

Para calcular a força máxima resistente ao cisalhamento é necessário entender como é o comportamento na interface entre o concreto e a cordoalha de protensão na região de transferência. Para isso, essa pesquisa usou o Método dos Elementos Finitos para simular o comportamento de uma laje ensaiada ao cisalhamento por Pajari (2005).

Inicialmente foi feita uma análise linear da malha. Depois foi analisado o comprimento de transferência encontrado na modelagem em comparação com a NBR 14861 (ABNT, 2011), fixado em  $85\phi$ . Também foi encontrado o comprimento  $l_x$  e o ângulo de inclinação da fissura. E por fim, usando os parâmetros do concreto de Pajari (2005), foi processada uma laje alveolar com protensão e sem protensão para comparar com a equação de resistência à força cortante disponível na NBR 14861 (ABNT, 2011), Eq. (1). A parcela  $V_{c,1}$  nessa equação representa a parcela resistida pelo concreto armado e a parcela  $V_{p,1}$  representa a parcela resistida pela força de protensão.

$$V_{Rd1} = V_{c,1} + V_{p,1} = 0,25 \cdot f_{ct,inf} (1,6 - d) (1,2 + 40\rho_1) b_w d + 0,15 \sigma_{cp} b_w d \quad (1)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (2)$$

$$f_{ct,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (3)$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w d} \quad (4)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_p}{A_c} \alpha \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} \quad (6)$$

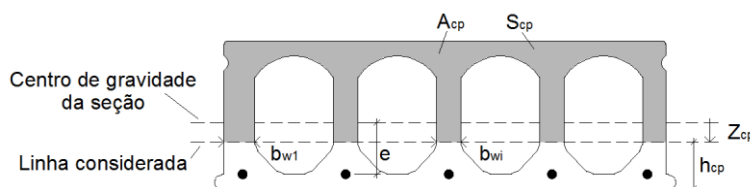
sendo  $f_{ct,inf}$  a resistência a tração inferior,  $f_{ct,m}$  a resistência média a tração do concreto,  $d$  a altura útil da face superior da laje até o centro de gravidade da cordoalha,  $\rho_1$  a razão entre a área de aço e a seção útil de concreto,  $b_w$  a somatória das nervuras externas mais as nervuras internas,  $\sigma_{cp}$  a tensão de protensão na seção de concreto,  $N_p$  a força de protensão relativo à

todas as cordoalhas aplicada na seção,  $A_c$  a área da seção de concreto,  $l_x$  é a distância da seção crítica  $x$  a partir da extremidade da laje - proposto por Yang(1994) como  $h_{cp}/0,7$ , sendo  $h_{cp}$  igual ao maior estrangulamento da nervura (Figura 3), e para lajes circulares geralmente é o centro de gravidade da seção transversal-,  $l_{pt2}$  o comprimento de transferência dado pela NBR 14861 (ABNT, 2011) fixado em  $85\phi$ ,  $\phi$  o diâmetro da cordoalha de protensão.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para analisar o cisalhamento de lajes alveolares protendidas, Yang (1994) realizou modelagens numéricas para mostrar que a protensão possui influências diferentes na resistência ao cisalhamento em lajes com alvéolos circulares e não circulares. Além disso, mostrou que o comprimento de transferência também influenciou na resistência ao cortante. Assim, Yang (1994) fez diversas análises paramétricas até encontrar uma formulação para o comprimento de transferência, que fixou entre  $55\phi$  e  $60\phi$  a partir da extremidade da laje. Usando esse comprimento, Yang (1994), propôs uma lei de transferência e aplicou em sua formulação analítica, que por motivos de simplificação não são mostrados neste artigo.

Paraji (2005) realizou 49 ensaios experimentais em lajes alveolares protendida, variando as posições do ponto de aplicação de carga e as alturas de 200 até 500 mm, para verificar a propostas de Yang (1994). Percebeu que o método de Yang (1994) possuía precisão similar aos códigos Europeus para lajes alveolares protendidas com alvéolos circulares. Contudo, quando a laje não possuía alvéolo circular (Figura 3), o método de Yang (1994) é mais preciso que as equações Europeias. A conclusão mais importante do trabalho de Pajari (2005) é que as lajes alveolares protendidas precisam ser numericamente ou experimentalmente analisadas antes do uso.

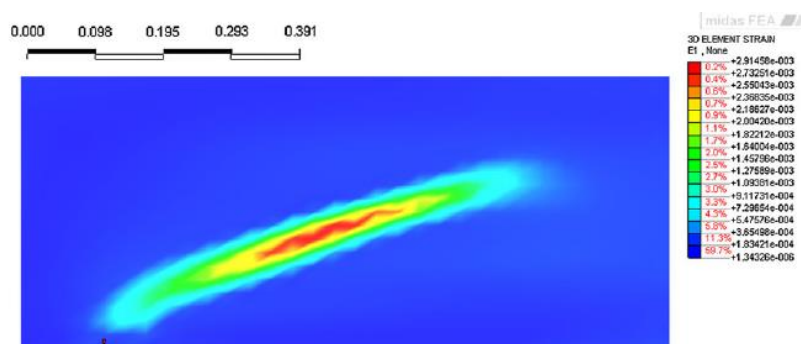


**Figura 3 – Laje com alvéolo não circular**  
Fonte: Pajari (2005), Adaptada

Baseado nas conclusões de Pajari (2005), Broo *et al* (2007) realizaram uma modelagem numérica em lajes sujeitas ao cisalhamento e à torção. O objetivo do seu trabalho foi analisar lajes alveolares em diferentes combinações de cisalhamento e torção, com alturas variando entre 200 mm até 400 mm. Para suas análises foi utilizado o software DIANA versão 7.2, onde foi realizada uma análise de malha. Os autores concluíram que usar elementos sólidos próximos ao apoio e elementos de viga no restante da laje alveolar reduzia o tempo de processamento sem perda de qualidade nos resultados. Além disso, concluíram que mesmo com essa malha grosseira a modelagem numérica foi capaz de representar o comportamento da fissuração e a máxima carga observada no ensaio, e que usar o método dos elementos finitos garante razoáveis resultados e torna a pesquisa viável financeiramente.

Brunesi *et al.* (2014) também realizaram modelagens de lajes com alturas variando de 200 mm até 500 mm. Sua metodologia ficou concentrada nos ensaios de cisalhamento, onde

um esquema pode ser visto na Figura 8. Para validar seus modelos, os autores usaram dois comprimentos de transferências, sendo um linear e um não linear proposto por Yang (1994). Para isso, usou a perda de protensão de 5% e 15%. Seus resultados foram validados com a carga última do modelo, o modo de falha e o deslocamento medido durante o ensaio. Dentre todas suas conclusões, observaram que a laje de 400 mm de altura sofreu um fenômeno conhecido como tração diagonal. Esse tipo de ruptura ocorre quando as tensões principais de tração superam a resistência à tração do concreto (Figura 4), que é uma fissura típica de cisalhamento. Assim, Brunesi *et al.* (2014) mostraram numericamente que é possível verificar a forma de ruptura de lajes alveolares protendidas utilizando método dos elementos finitos.



**Figura 4 - Inclinação da fissura na carga última**  
 Fonte: Brunesi *et al.* (2014)

A Eq. (1) não é um equacionamento formulado para o tipo de fissura mostrado na Figura 4, isto é, ruína por tração diagonal. Por isso, neste trabalho foi modelada uma laje alveolar protendida com altura de 270 mm que está entre uma laje alta de 400 mm e uma baixa de 150 mm, para verificar como se comporta a Eq. (1). Para essas análises, também foram feitas uma modelagem com protensão e outra sem protensão, para verificar se as duas parcelas da Eq. (1), a de concreto armado e a de protensão, se aproximam dos resultados de resistência ao cisalhamento dados pela modelagem.

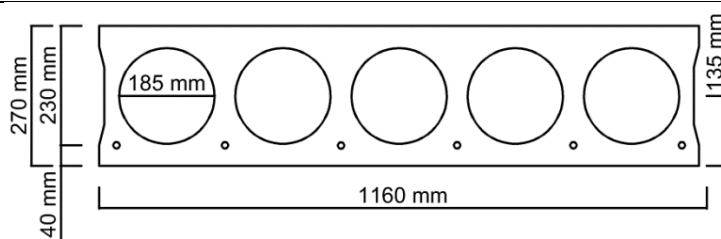
### 3 METODOLOGIA DA MODELAGEM

A laje alveolar protendida que foi utilizada nessa modelagem foi retirada do programa experimental executado por Pajari (2005). Todas as propriedades geométricas, de malha, condições de contorno, forças e método de ensaio estão descritas nos próximos itens. Para essas modelagem foi utilizado o software Diana 10.2 e o FX+ da TNO (2018).

#### 3.1 Propriedades geométricas da seção transversal

A laje escolhida possui altura de 270 mm, centro de gravidade próximo de 135 mm da face superior, seis cordoalhas de protensão com 12,5 mm de diâmetro localizadas a 40 mm da face inferior.





**Figura 5 - Seção transversal da laje de Pajari (2005)**  
Fonte: Adaptada de Pajari (2005)

A seção transversal também dispõe de cinco alvéolos com diâmetro da ordem de 185 mm com centro de gravidade na mesma altura do centro da gravidade da seção transversal da laje alveolar. A seção transversal da laje pode ser vista na Figura 5, e outras propriedades podem ser vistas na Tabela 1. O comprimento da seção longitudinal desta laje era de 4500 mm.

**Tabela 1 – Propriedades geométricas médias da laje alveolar de referência**

Item	Valores médios
Momento de inércia I (mm <sup>4</sup> ):	1.618.978.975,44
Área da laje (mm <sup>2</sup> ):	180.247,80
Área do alvéolo (mm <sup>2</sup> ):	26.860,50

### 3.2 Propriedades e modelos constitutivos dos materiais: concreto e aço

O concreto foi o mesmo utilizado por trabalho de Pajari (2005), onde  $f_{cm}$  é a resistência medida em laboratório pelo autor, classificado entre C55 e C60 o que leva à obtenção dos valores de  $E_{cm}$ ,  $f_{ctm}$  e  $f_{ct,inf}$  retirados da NBR 6118 (ANBT, 2014). Para as análises lineares foram necessários apenas os dados de módulo e coeficiente de Poisson do concreto, Tabela 2.



**Figura 6 - (a) Modelo com amolecimento linear na tração e (b) modelo parabólico na compressão para representar o concreto**  
Fonte: (TNO, 2011)

Contudo, para as análises não lineares foram utilizados o modelo de fissuração baseado na energia de fratura, denominado modelo de *Hordjik*, para amolecimento não linear na tração (Figura 6a) e o modelo parabólico para comportamento na compressão (Figura 6b). Os dados do concreto podem ser encontrados na Tabela 2.

**Tabela 2 - Propriedades do concreto**

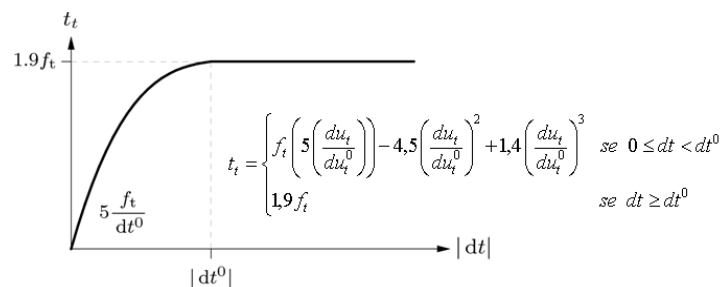
$f_{cm}^1$ (MPa)	$E_{cs}^2$ (MPa)	$f_{ct,m}^3$ (MPa)	$f_{ct,inf}^4$ (MPa)	$\beta$ (Beta Shear)	$\nu$ (Poisson)	$G_f^5$ (N/mm)	$G_c^6$ (N/mm)
58,90	39216,50	4,27	3,00	0,001	0,2	0,152	38,00

1) retirado de Pajari (2005); 2)  $E_{cs} = \alpha_i E_{ci}$ ,  $E_{ci} = 21500\alpha_E(f_{ck}/10+1,25)^{1/3}$  com  $\alpha_E = 1,0$ ,  $\alpha_i = 0,8+0,2f_{ck}/80$   
 3) calculado pela Eq. (2); 4) - calculado pela Eq. (3). 5)  $G_f = 73(f_{cm})^{0,18}$ ; 6)  $G_c = 250 G_f$

As seis cordoalhas de protensão possuem dimensões de 12,5 mm, com força de protensão calculada como o produto entre a área das cordoalhas e a tensão de protensão de 1100 MPa, descrito no trabalho de Pajari (2005). O módulo de elasticidade da cordoalha e o coeficiente de Poisson podem ser vistos na Tabela 3. Além disso, em todas as análises realizadas no software de M.E.F. a cordoalha seguiu um modelo linear, ou seja, sem encruamento do aço. A tensão  $\sigma_{p,0}$  representa a protensão instalada no tempo inicial, contudo para a modelagem foi usada uma perda de protensão total de 20 % no tempo infinito.

**Tabela 3 - Características da protensão e da cordoalha**

$\varnothing$ (mm)	Nº de cordoalhas	$N_p$ (kN)	$A_p$ (mm <sup>2</sup> )	$(\sigma_{p,0})$ (MPa)	$(\sigma_{p,20\%})$ (MPa)	E (GPa)	$\nu$ (Poisson)
12,50	6	102,30	93,00	1100,00	880,00	200,00	0,3



**Figura 7 - Função cúbica para o escorregamento relativo na interface Doerr**  
 Fonte: TNO ( 2018), Adaptada

O modelo adotado para a interface foi a “linha de interface 3D”, que possui duas rigidezes normais e uma ao cisalhamento, disponível no software Diana 10.2 (TNO, 2018). Para todas as rigidezes foi adotado o valor de 100 N/mm<sup>3</sup>. Contudo, é necessário introduzir uma lei de escorregamento relativo, sendo nesse caso escolhido o modelo de escorregamento com função cúbica proposta por Döerr (1980), conforme mostrado na Figura 7. Este modelo foi escolhido devido a sua simplicidade, necessitando apenas de dois parâmetros de entrada não lineares, a resistência à tração da interface (parâmetro  $c$ ), que foi adotado como sendo o valor de  $f_t$  do concreto (3,00 MPa), e o platô de escorregamento máximo, que foi adotado igual a 0,61 mm ( $dt^0$ ). Na Figura 7 é possível ver a equação deste modelo.

### 3.3 Esquema de ensaio

O esquema de ensaio é o mesmo utilizado por Pajari (2005) e pode ser visto na Figura 8. Esse esquema de ensaio está descrito na EN 1168 (2005) e é o padrão de ensaio de

cisalhamento em lajes alveolares protendidas. Nesse tipo de ensaio, a carga é aplicada a uma distância de 2,5 vezes a altura da laje alveolar (H) ou 600 mm a partir do apoio mais próximo, o que for menor. O apoio mais próximo é do primeiro gênero, sendo que o mais distante é do segundo gênero.

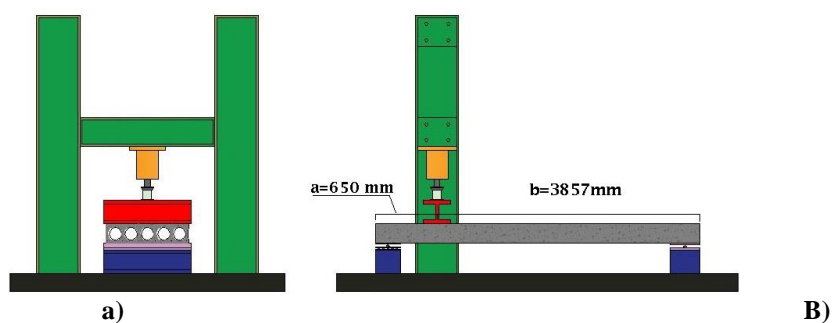


Figura 8- Esquema de ensaio de cisalhamento a) vista frontal; b) vista lateral

### 3.4 Malha de elementos finitos

A malha de elementos finitos utilizada possui um tipo de elemento para o concreto, outro tipo para a cordoalha e outro tipo para a interface que representará o escorregamento relativo entre a cordoalha e o concreto.

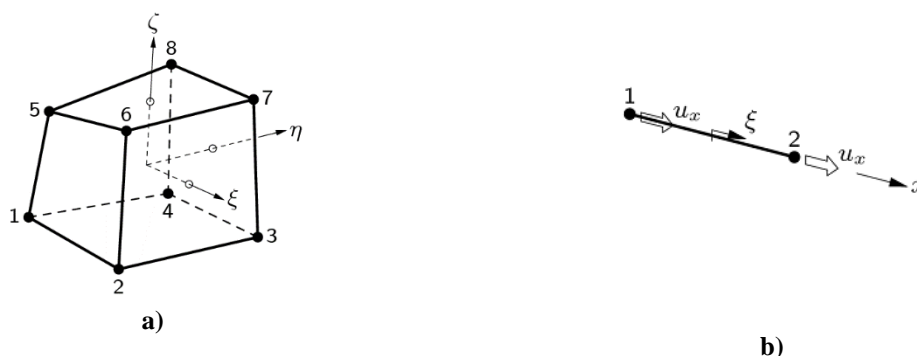


Figura 9 – a) Elemento HX24L, b) Elemento L2TRU.  
Fonte: TNO ( 2018), Adaptada

Todos os elementos são isoparamétricos, e para representar o concreto foi utilizado o elemento de interpolação linear HX24L. Para representar a cordoalha foi utilizado o elemento finito L2TRU, disponível na biblioteca do software e que pode ser visto na Figura 9.

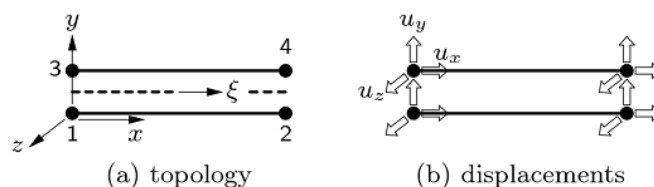
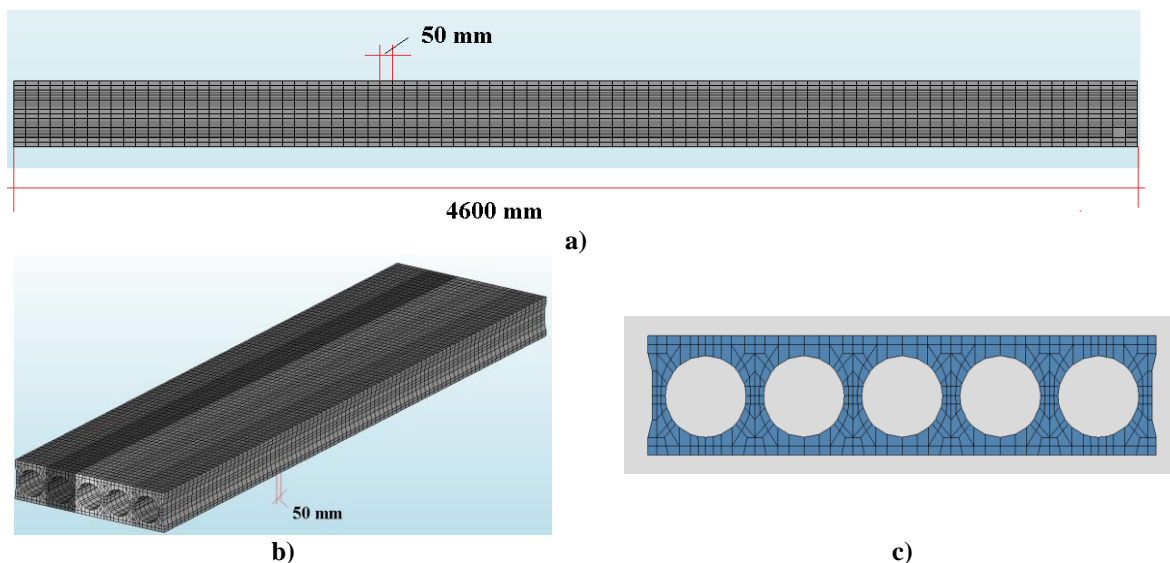


Figura 10 - Elemento L12IF  
Fonte: TNO ( 2018), Adaptada

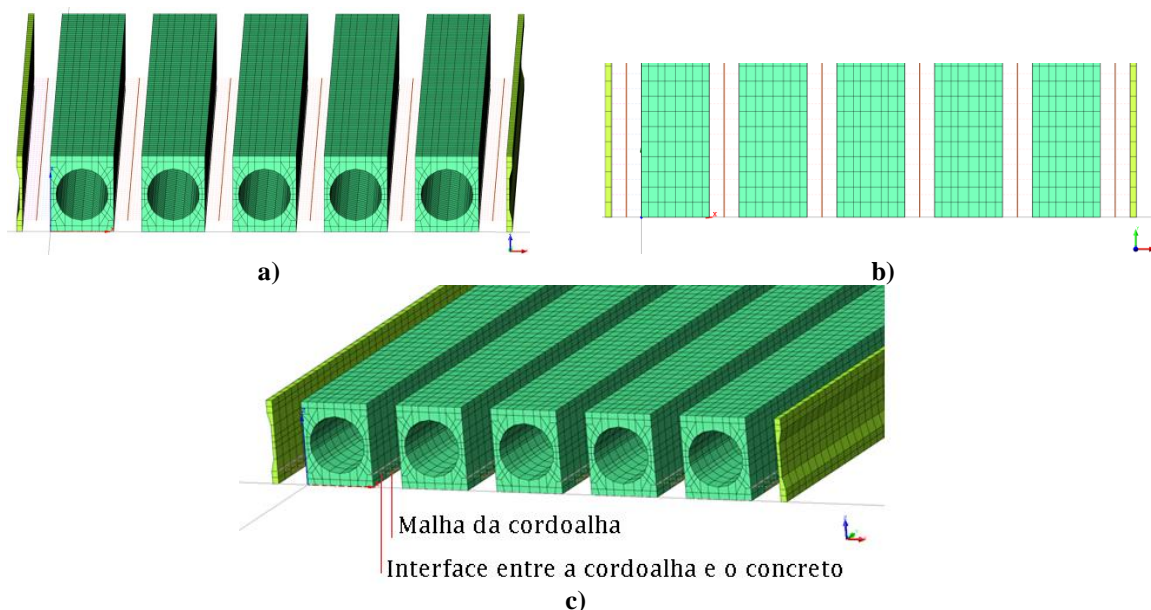
Já entre o concreto e a interface é necessário colocar um elemento finito que represente o escorregamento relativo entre a cordoalha e o concreto. O elemento escolhido para representar essa interface é o L12IF, que pode ser visto na Figura 10.



Utilizando a seção transversal representada na Figura 5 (PAJARI, 2005) foi possível criar a malha a partir dessa geometria. Para isso, a seção longitudinal foi dividida em elementos com tamanhos de 50 mm em 50 mm (Figura 11a). Vale ressaltar que, apesar do comprimento da laje de Pajari (2005) ser de 4500 mm, essa laje foi modelada com 4600 mm. Assim, entre os apoios foi adotada 4500 mm de distância. Uma perspectiva da malha pode ser vista na Figura 11b. A seção transversal pode ser vista na Figura 11c.



**Figura 11 - a) Seção longitudinal da malha; b) perspectiva; c) Seção trasnversal**



**Figura 12 - a) Vista frontal em perspectiva da laje alveolar; b) Vista Superior de 1 metro da laje alveolar; c) Vista em perspectiva para observação das interfaces entre a cordoalha e o concreto.**

Tanto as seis cordoalhas de protensão como as 12 interfaces foram modeladas na altura de 40 mm da face inferior. A malha também foi dividida de 50 mm em 50 mm para que

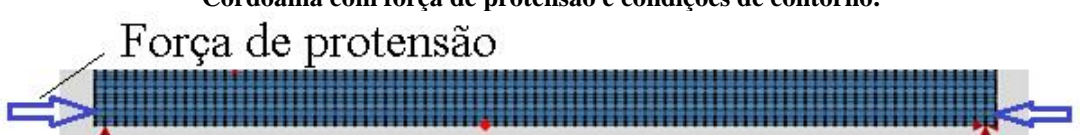
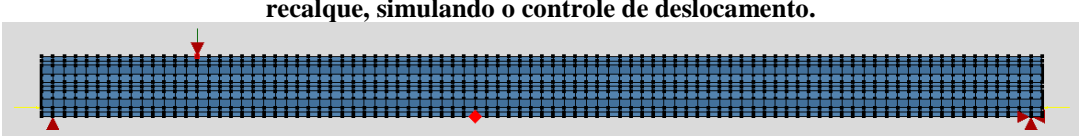
os nós das cordoalhas e das interfaces coincidissem com os nós dos elementos de concretos imediatamente ao lado destas (Figura 12a, b e c).

Na Figura 12c é possível identificar as interfaces entre a malha da cordoalha e a malha de concreto, que são as linhas tracejadas identificadas na própria figura. O afastamento entre as malhas da cordoalha e de concreto, que se apresentam na Figura 12, são meramente para facilitar a visualização, sendo que no processamento essa distância não existiu.

### 3.5 Forças aplicadas e Condições de contorno

Para as condições de contorno foi adicionado um apoio de primeiro gênero na direção de z representando um apoio próximo a carga. No meio da laje foi adicionado um de primeiro gênero na direção de x para impedir deslocamento lateral da laje. Também foi adicionado um apoio do segundo gênero na direção y e z representando o apoio mais distante da carga, Tabela 4 fase 1.

A modelagem foi realizada em fases de carga. Para isso, na primeira fase foi introduzida a protensão nas cordoalhas como forças nodais na extremidade em um passo de carga apenas. Contudo, não foram salvos os deslocamentos, pois o objetivo dessa primeira fase era introduzir tensões na cordoalha que simulasse a força de protensão, e que essas tensões fossem transferidas ao concreto, Tabela 4 fase 1.

Fase 1	<p><b>Cordoalha com força de protensão e condições de contorno.</b></p> 
Fase 2	<p><b>Mantida as tensões de protensão no concreto e introduzida a condição de contorno e a força de recalque, simulando o controle de deslocamento.</b></p> 

**Tabela 4 - Fases da modelagem computacional**

Na segunda fase, Tabela 4 fase 2, foi adicionado um nó onde foi aplicada uma condição de contorno na direção de z, e uma linha denominada, no software, *tying* (antigo comando MPC). Nesta linha, um nó é chamado de mestre (*Master*) e os outros são denominados escravos (*Slaves*). O nó mestre é exatamente onde a condição de contorno e o recalque de 1 mm foram introduzidos. Os nós escravos irão desenvolver o mesmo deslocamento que for atribuído no nó mestre em cada passo de carga para a análise não linear (Figura 13b).

A introdução desse deslocamento se justifica pelo seguinte motivo: o método de iteração Secant (Quase-Newton), com limite de 100 iterações, converge melhor com imposição de deslocamento do que com força e, conseqüentemente, apresenta menos complicações no processamento.

O processamento da malha foi feito por uma *WorkStation* modelo *precision* T7600 com processador Xeon. O número de passos era determinado da seguinte forma: 40 passos a

cada 0,1, representando 4 mm de deslocamento imposto à laje. Esse processamento levou no máximo 40 minutos para ser finalizado.

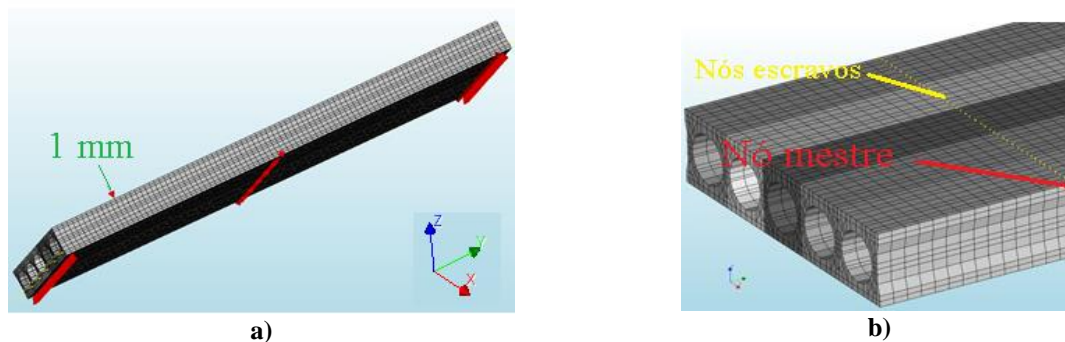


Figura 13 - a) Malha de concreto, condições de contorno e carga de recalque, b) nós mestre e nós escravos

### 3.6 Análises realizadas

Primeiramente, o modelo foi validado, linearmente, comparando o deslocamento no ponto de aplicação da carga da modelagem numérica com o deslocamento analítico da teoria das estruturas. Para isso, foi considerada precisão de 10%. Depois do deslocamento linear foi verificado qual o comprimento de transferência segundo o modelo de Doerr (1980).

Posteriormente, o modelo não linear é introduzido com as fases para verificar a carga última, a forma da curva força versus deslocamento, e a fissuração para verificar se é um modelo de tração diagonal e a inclinação das fissuras para comparar com o ângulo de inclinação dado por Yang (1994) que foi de  $35^\circ$ , além do comprimento  $l_x$ .

Para finalizar, com a mesma malha e carga anteriores, foi retirada a protensão para verificar o quanto a protensão aumenta a resistência ao cortante da laje alveolar se ela não fosse protendida. Finalmente, esses valores são comparados com a equação da NBR 14861 (ABNT, 2011).

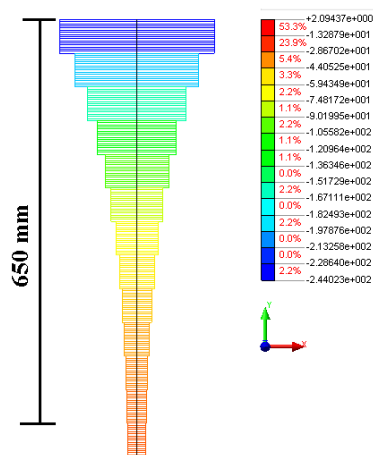
## 4 RESULTADOS DAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS

### 4.1 Análise linear para validação da malha

Para validar o modelo linear processou-se a laje alveolar com protensão e o recalque de 1,90 mm e com isso encontrou-se um valor de reação de 251,45 kN. Com essa mesma força e utilizando a equação analítica de teoria das estruturas, encontrou-se um deslocamento de 1,84 mm. Assim, os valores estão próximos e a malha pode ser considerada coerente e validada, para o regime linear.

Em outra análise linear foi retirada a condição de contorno no ponto aplicação do carregamento e introduzida apenas a força de protensão no concreto, mas sem análise de fases. Essa análise serviu para identificar como as tensões de protensão se desenvolvem ao longo da cordoalha, de modo que seja possível determinar o comprimento de transferência dado pelo modelo de escorregamento de Döerr (1980). O comprimento de transferência ( $l_{pt2}$ ) encontrado foi da ordem de  $52\phi$  (650 mm dividido por 12,5 mm, que é o diâmetro da

cordoalha), Figura 14, coerente com os resultados de Yang (1994), porém difere do valor recomendado pela NBR 14861 (ABNT, 2011) que é de  $85\phi$ .



**Figura 14 – Distribuição das tensões em uma das cordoalhas, representando o comprimento de transferência**

Contudo, a Norma Brasileira provavelmente deve estar utilizando o valor de  $l_{pt2}$  como sendo aproximadamente 1,4 vezes o valor de  $60\phi$  por questão de segurança. Porém, esse valor é muito a favor da segurança. Com isso, o valor de  $52\phi$  parece coerente.

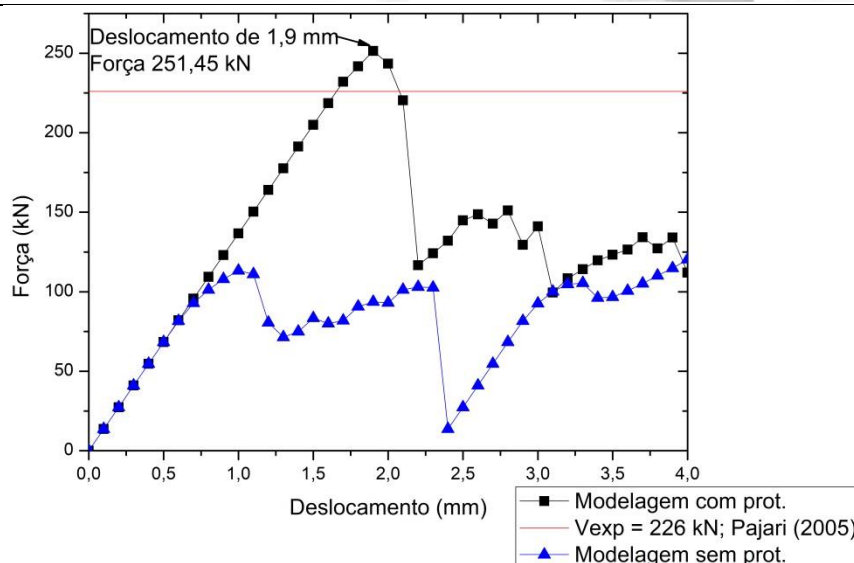
## 4.2 Análise não linear da laje alveolar protendida

Na Figura 15 é mostrado que a força de protensão influencia na resistência à força cortante da laje alveolar. A parcela de concreto armado sem protensão, curva azul da Figura 16, apresentou uma resistência ao cisalhamento de 113,21 kN, enquanto a laje com protensão, curva em preto, obteve 251,45 kN. O valor experimental da laje alveolar obtido por Pajari (2005) foi de 226,00 kN.

Na Figura 16 pode ser observado que as fissuras apresentaram uma inclinação típica de cisalhamento. Esse padrão foi retirado da carga última que ocorreu no deslocamento de 1,90 mm, e pode ser vista no pico da curva preta da Figura 15.

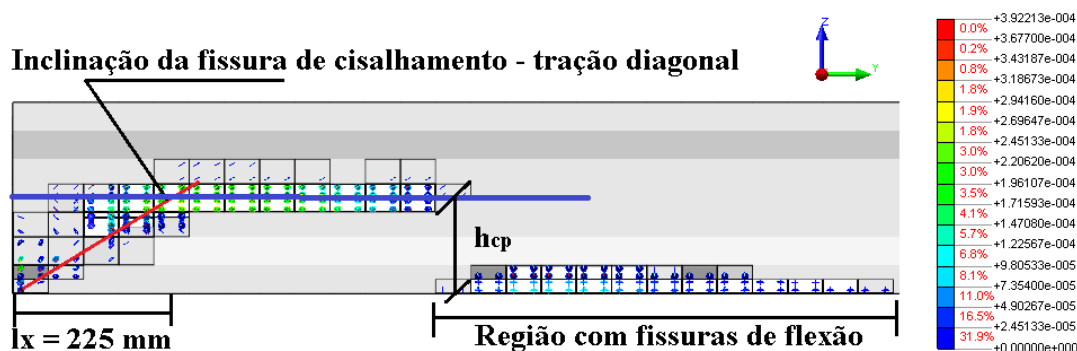
Da Figura 16 é possível perceber que fissuras de flexão também se formaram. Isso quer dizer que essa laje de 270 mm de altura possui certa influência da flexão. Então, as fissuras não se formam exclusivamente por tração diagonal, diferente do padrão mostrado na laje de 400 mm de Brunesi *et al.* (2014), Figura 4. Uma explicação para esse fenômeno é que quanto mais baixa uma laje alveolar maior a influência das fissuras de flexão, devido justamente a sua altura.

Dessa forma, levanta-se a hipótese de que lajes alveolares protendidas mais altas que 270 mm devem ter menos influência da flexão e mais do cisalhamento. É provável que para lajes menores que 270 mm a flexão influencie mais que o cisalhamento.



**Figura 15 - Influência da protensão na modelagem**

Ainda da Figura 16, a fissura de cisalhamento possui um ângulo de aproximadamente 31°, (altura 135 mm –  $h_{cp}$  - dividida pelo comprimento  $l_x$  igual a 225 mm). Esse valor está próximo do valor médio encontrado por Yang (1994) para diversas lajes que foi de 35°. O valor de  $l_x$  é igual a 225 mm, também próximo ao valor que Yang (1994) propôs com sua formulação de  $h_{cp}/0,7$  ( $h_{cp} = 135$  mm), que resulta em um valor igual a 192 mm. A diferença entre o  $l_x$  encontrado neste trabalho e o valor recomendado por Yang (1994) é da ordem de 15%.



**Figura 16 - Padrão de fissuração da Laje Alveolar no deslocamento de pico igual a 1,9 mm**

À medida que o deslocamento aumenta, as fissuras de flexão e as fissuras de cisalhamento também aumentam. Na Figura 17 é possível ver que com 4,0 mm de deslocamento as fissuras de flexão e cisalhamento começam a se unir.



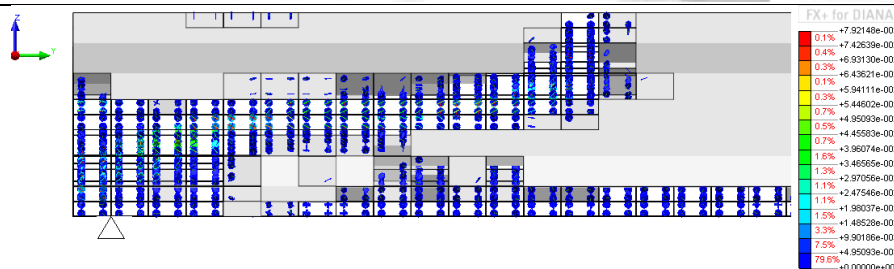


Figura 17 - Fissuras a 4,0 mm

### 4.3 Análise da equação da NBR 14861 (ABNT, 2011)

Na Tabela 5 são mostrados os resultados de resistência à força cortante pela NBR 14861 (ABNT, 2011) com e sem o parâmetro redutor  $\alpha$ , Eq. (6), além dos resultados da modelagem numérica com e sem protensão.

	$V_{c,1}$ (kN) Sem protensão	$V_{p,1}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN) Com protensão	$V_{Rd1} / V_{u,exp}^2$
NBR 14861	65,08	4,01	69,09	0,31
NBR 14861 <sup>1</sup>	65,08	22,09	87,17	0,39
Modelagem	113,21	-	251,45	1,11

Tabela 5 - Resistências ao esforço cortante

1) Sem o uso do parâmetro  $\alpha$  (Eq. (7)) calculado com  $l_{p12} = 85\phi$  e  $l_x = 192$  mm; 2)  $V_{u,exp} = 226,00$  kN

A NBR 14861 (ABNT, 2011) se mostrou bastante conservadora e antieconômica para essa laje com altura de 270 mm. Na segunda coluna da Tabela 5 é possível observar que o valor encontrado para a parcela resistente do concreto é quase a metade do valor encontrado pela modelagem numérica.

Na terceira coluna da Tabela 5 observa-se que o valor obtido pela NBR 14861 (ABNT, 2011) com o uso do parâmetro  $\alpha$  apresenta uma parcela de protensão resistente igual a 4,01 kN e sem esse parâmetro o valor foi de 22,09 kN. A melhor explicação para isso é que a ruptura dessa laje foi por tração diagonal, e a equação da norma Brasileira é uma equação empírica criada para peças ao cisalhamento com grande influência da flexão. Nesta laje alveolar protendida de 270 mm a fissuração por flexão ocorreu, porém com pouca influência no instante da ruptura.

A modelagem numérica mostrou-se satisfatória em relação ao resultado experimental. Apesar do resultado encontrado pela modelagem ter sido em torno de 11% maior que o experimental, portanto contra a segurança, é um valor razoável. Na coluna cinco da Tabela 5 é possível observar que a relação entre os valores encontrados pela NBR 14861 (ABNT, 2011) ficaram bem abaixo dos resultados experimentais.

## 5 CONCLUSÕES

Utilizar o método dos elementos finitos para modelar o ensaio de cisalhamento em lajes alveolares protendidas mostrou-se eficaz e de baixo custo. Também, com o M.E.F. foi





possível analisar o comportamento da fissuração da laje alveolar protendida e prever uma força de ruína quando não existe protensão. O ângulo de inclinação da biela de protensão para essa modelagem foi de 31°, aproximadamente. E o valor de  $l_x$  foi de aproximadamente 225 mm. A equação da norma brasileira não parece representar lajes com ruptura típica de cisalhamento por tração diagonal, tendo previsto valores muito a favor da segurança e antieconômicos.

## REFERÊNCIAS

Associação brasileira de normas técnicas (ABNT). 2011. **NBR 14861 – Lajes alveolares de concreto protendido – Requisitos e procedimentos.**

ABNT\_\_\_\_\_. 2014. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos.** Rio de Janeiro.

Broo, H.; Lundgren, K. Engström, B. 2007. Shear and torsion in prestressed hollow core units: finite element analyses of full-scale testes. *Structural Concrete*, vol. 8, n. 2, pp. 87–100.

Brunesi, E.; Bolognini, D.; Nascimbene, R. 2014. Evaluation of the shear capacity of precast-prestressed hollow core slabs: numerical and experimental comparisons. *Materials and Structures*. V. 48. N. 5. pp 1503-1521.

Döerr, K. 1980. *Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens*. PhD thesis, University of Darmstadt.

EN 1992-1-1. 2004. **EUROCODE 2. Design of concrete structures: Parte 1: General rules and rules for buildings.**

Pajari, M. 2005. Resistance of prestressed hollow core slabs against web shear failure. Research Notes 2292. ed. Finland: VTT Technical Research Centre of Finland.

TNO Building and Construction Research. 2018 *DIANA User's Manual* – Release 10.2. Delft, Netherlands.

Yang, L. 1994 Design of prestressed hollow core slabs with reference to web shear failure. *Journal of Structural Engineering*, v. 120, n. 9, p. 2675-2696.