



APLICAÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS EM CÁLCULOS ANÁLITICOS E COMPUTACIONAIS NA GRAVITAÇÃO

RIBEIRO, Camila Cunha¹; **CABRAL**, Luís Antônio²

RESUMO

O projeto atual tem como objetivo a compreensão de cálculos analíticos, utilizando software, para realizar uma análise completa da resolução do problema. Sendo assim, a principal ferramenta que está sendo utilizada é o Python. No entanto, a pesquisa também estuda parte da relatividade na área da geodésica de Schwarzschild, que se refere à métrica de Schwarzschild na qual gera a deformação no espaço-tempo e que pode fazer comparação com a métrica de Minkowski.

Palavras-chave: Métodos computacionais. Relatividade. Gravitação.

I. INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

No projeto de pesquisa atual, ocorre o estudo e pesquisa de cálculos analíticos presentes na Física e na Matemática, na qual trabalha-se com derivadas, integrais, e equações diferenciais. Por outro lado, além dos cálculos desenvolvidos manualmente, utiliza-se programas como Python e Sympy Gamma para fazer análise dos resultados e verificar os métodos de resolução utilizados nos programas. Inicialmente trabalhou-se com a instalação do Python, que envolve todo o processo de instalação até o momento de utilizar o programa e conhecer os códigos e processos de atividades. Em seguida deu início algumas atividades que aplicam a

¹ Bolsista do Programa de Iniciação Científica (PIBIC/PIBITI). Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), Centro de Integradas. camila.cunha1@mail.uft.edu.br.

²

instalação de bibliotecas importantes que serão utilizadas. O download das bibliotecas foram: Matplotlib, Numpy, Pandas e Sympy. A biblioteca Matplotlib é muito utilizada para fazer diagramas e gráficos bidimensionais. Enquanto a biblioteca Numpy e Pandas serve para cálculos numéricos e científicos, o Pandas por sua vez serve para estruturas de dados. Portanto, uma das bibliotecas mais utilizadas para o uso das atividades desenvolvidas foi o pacote Sympy, onde é muito utilizado para desenvolver atividades de derivadas, cálculo, equações e outras. Essa biblioteca é muito importante para quem estuda/trabalha com a matemática simbólica, no entanto contém funções diferentes da biblioteca Numpy. Como mencionado anteriormente, a pesquisa envolve o estudo com o cálculo analítico. Sendo assim, é importante mencionar o tipo de cálculo que está sendo ministrado, que é o cálculo com Equações Diferenciais e Integrais que também foram mencionados anteriormente. No entanto, deve-se entender primeiramente o que são cada um desses assuntos para explicar suas aplicações e como eles estão sendo trabalhados na pesquisa atual. O livro Bronson e Costa (2008) trata sobre as equações diferenciais, que foram definidas como uma equação que envolve uma função incógnita e suas respectivas derivadas. Por outro lado, há o estudo com integrais. Araujo (2020, p. 11) em seu artigo diz que:

O cálculo de áreas surgiu da necessidade do homem, desde as primeiras civilizações antigas, para demarcar terras e calcular áreas de plantio. Até as necessidades modernas para o cálculo de espaços determinados para construção civil e engenharia Cada vez mais precisando de cálculos mais precisos e específicos para resolver problemas propostos às necessidades do tempo. Com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, foi possível constituir e calcular áreas de contornos curvos com uma precisão maior e, até mesmo, exata por meio das integrais definidas. (Araujo, p.11)

Sendo assim, pode-se dizer que o estudo com integrais serve para calcular as regiões de figuras e muitos outros assuntos da matemática e da física. Ou seja, o destaque atual para a pesquisa tem sido o estudo com cálculo e softwares para a resolução de exercícios e análises desses dados. Outro fator, ao entrar na área da relatividade geral com as geodésicas, o software é de suma importância para determinar a trajetória da partícula.

II. BASE TEÓRICA

A geodésica de Schwarzschild é um conceito fundamental na relatividade geral que descreve as trajetórias de objetos em torno de um objeto massivo, como um buraco negro. Logo, com base no estudo das geodésicas é possível calcular a trajetória utilizando a métrica de Schwarzschild. Sendo assim, a geodésica de Schwarzschild é essencial, pois será a base para o cálculo das trajetórias para o programa Python.

III. OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Compreender o cálculo analítico por meio de problemas específicos, para comparar a resolução com a computação simbólica.

OBJETIVO ESPECÍFICO

1. Realizar cálculos analíticos utilizando software, com foco na resolução de problemas específicos.
2. Utilizar a linguagem de programação Python como a principal ferramenta para a análise de dados e cálculos
3. Estudar a geodésica de Schwarzschild e sua métrica para compreender a deformação no espaço.
4. Comparar a métrica de Schwarzschild com a métrica de Minkowski, explorando as implicações na teoria da relatividade.

IV. METODOLOGIA

O Python é uma linguagem de programação que foi desenvolvida em 1989, por Guido Van Rossum. Com o Python é possível interpretar script, utilizar programação orientada a objetos e muito mais. O primeiro passo é acessar o site: <https://www.python.org/downloads/> para instalar o pacote em seu computador. Ao entrar no site, ele apresentará o modelo mais recente para download, o qual é compatível com o seu computador. Clique na opção para que o pacote seja baixado para o seu dispositivo de saída. Após a instalação do pacote, execute o arquivo clicando em 'Executar'. Após executar o arquivo, é importante prestar atenção às opções sugeridas. Ambas as opções devem estar marcadas para uso posterior. Clique em 'Add Python 3.10 to PATH'. Em seguida, para continuar a instalação,

clique em 'customize installation'. Após concluir o processo anterior, uma tela com a inscrição 'Optional Features', que são as ferramentas do pacote para usar o Python, será exibida. Observe que no canto inferior direito há a opção 'Next', clique nela para prosseguir com a instalação, mas verifique antes se os pacotes selecionados correspondem às opções disponíveis. Na próxima tela, aparecerá 'Advanced Options', verifique as opções selecionadas e continue clicando em 'Install' para concluir esta parte da instalação do Python. Em seguida, uma notificação pedirá permissão para o aplicativo fazer alterações no dispositivo; portanto, clique em 'Sim'. A instalação começará.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

GEODÉSICA EM ESPAÇOS ESTÁTICOS E ESFERICAMENTE SIMÉTRICOS

- Potencial efetivo:

Dados a serem destacados:

$$f(r) = h(r) = 1 - \frac{2M}{r} \text{ e } \dot{r}^2 = E^2 - F \left(\frac{L^2}{r^2} - \delta_1 \right) \quad (\text{Eq.1})$$

O raio de Schwarzschild é um conceito da relatividade geral. Ele descreve o raio a partir do qual nada pode escapar de um buraco negro. O potencial efetivo, em um contexto mais geral, é uma ferramenta usada para descrever o comportamento de partículas em campos gravitacionais. Para sair do potencial efetivo da mecânica clássica e chegar ao raio de Schwarzschild, é necessário adotar vários passos até chegar na equação (Berti,2014).

- Limite newtoniano:

Partindo do termo de energia: $E_{cinética} + E_{potencial}$

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 + U = E \quad (\text{Eq.2})$$

E - energia total da partícula;

m - massa da partícula;

U - energia potencial;

Para descrever o movimento da partícula é necessário fazer a razão da energia (E) sobre a massa (m).

$$\frac{1}{r} \dot{r}^2 + \frac{U}{m} = \frac{E}{m} \quad (\text{Eq.3})$$

O potencial passa para o outro lado da equação:

$$\frac{1}{2} \dot{r}^2 = \left(\frac{E}{m} - V \right) \quad (\text{Eq.4})$$

Utilizando $E/m = \varepsilon$, a equação anterior se torna:

$$\frac{1}{2} \dot{r}^2 = \varepsilon - V(r) \quad (\text{Eq.5})$$

VI. CONCLUSÃO/CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa em andamento coleta dados importantes por meio das atividades realizadas. Através delas, é possível compreender como os softwares funcionam nos dias de hoje. Esses programas são amplamente utilizados por estudantes universitários para auxiliar na resolução de exercícios. No entanto, o projeto aborda tanto cálculos analíticos quanto computacionais. Portanto, o Python desempenha um papel crucial, uma vez que também descreve a trajetória de partículas no espaço. Sua importância é fundamental para o desenvolvimento do projeto. Além disso, vale destacar que o uso de softwares e linguagens de programação como Python não apenas simplifica cálculos complexos, mas também permite trabalhar fenômenos físicos de maneira mais precisa e eficiente. Isso é especialmente relevante no contexto acadêmico, onde a pesquisa científica muitas vezes depende de simulações computacionais para compreender fenômenos complexos, principalmente na parte das geodésicas.

VII. REFERÊNCIAS

[1] ARAUJO, Andre. Cálculo de áreas por meio das integrais definidas impróprias. Paraíba, 2020.

[2] STEWART, James. Integrais. **Cálculo**. 5. ed. São Paulo.Thomson, 2006. Cap. 5. p. 369-370. Tradução de: Antonio Carlos Moretti.

[3] BRONSON, R.; COSTA, G. **Equações Diferenciais**. 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.351p.

[4] BERTI, Emanuele. **A black-hole primer: Particles, waves, critical phenomena and superradiant instabilities**. arXiv preprint arXiv:1410.4481, 2014.

VIII. AGRADECIMENTOS

Agradeço sinceramente à Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) por me conceder a honra e a oportunidade de receber uma bolsa de iniciação científica, esta bolsa representa muito para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional. Gostaria de expressar minha gratidão aos professores, pesquisadores e membros da comissão de seleção que acreditaram no meu projeto de pesquisa e me proporcionaram esta chance valiosa