



MODELOS HETEROGÊNEOS PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS EM TUBULAÇÕES

Krishina D. A. da Costa¹; Karin Kauss¹ Pablo J. Blanco^{1,2}

¹Universidade Católica de Petrópolis, Petrópolis - RJ, Brasil

²Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis - RJ, Brasil

Correspondence email: krishinadasa@hotmail.com

Abstract. *As metodologias de modelagem computacional de sistemas físicos adquiriram vital importância tanto no meio acadêmico quanto profissional. Porém, os métodos numéricos utilizados para a resolução de modelos matemáticos são muitas vezes complexos, aumentando assim, o custo computacional envolvido na resolução de problemas cotidianos. Com o intuito de aumentar a eficiência dos métodos, partimos da hipótese de que é possível modelar em detalhe apenas algumas parcelas de um sistema físico, introduzindo hipóteses simplificativas no restante do sistema. Nesse sentido, o trabalho apresentado visa estudar modelos de diferente natureza acoplados tais como modelos completos (3D) e modelos simplificados (0D). Posteriormente, estudamos procedimentos para acoplar numericamente as equações algébricas correspondentes a cada domínio. Neste estudo, o enfoque é dado à simulação de escoamentos internos, laminares e incompressíveis, onde algumas porções do sistema físico são modeladas pelas equações completas de Navier-Stokes, e o restante do sistema é representado de forma simplificada por meio de equações algébricas. Para acoplar tais modelos, estudamos e implementamos técnicas iterativas de tipo Gauss-Seidel. Diversos resultados numéricos são apresentados e os próximos passos da pesquisa são delineados.*

Keywords: *modelos heterogêneos, dinâmica dos fluidos, decomposição de domínios, técnicas iterativas.*



INTRODUÇÃO

Com o crescente aprimoramento dos métodos para simulações computacionais, e a necessidade de modelagem de sistemas físicos cada vez mais sofisticados, é fundamental incorporar técnicas que permitam tratar as questões associadas de forma eficiente, otimizando o uso de recursos computacionais. O estudo do acoplamento de modelos dimensionalmente heterogêneos consiste em uma abordagem que permite modelar de forma detalhada apenas as porções de um sistema que de fato contêm as informações mais relevantes, enquanto que o resto do sistema, o qual é passível de ser tratado de maneira simplificada, tem a sua complexidade matemática reduzida. Isto possibilita reduzir o custo de implementação, além de otimizar o tempo de trabalho, tornando o processo de modelagem computacional muito mais eficiente. Exemplos da aplicação de acoplamento de modelos dimensionalmente heterogêneos podem ser encontrados em Blanco et al. (2010) e Leiva et al. (2010).

Neste trabalho, foi estudada a análise particionada de sistemas aplicada a problemas de mecânica dos fluidos, mais especificamente escoamentos internos tubulares. Na análise de sistemas hidráulicos, tanques, singularidades, pontos de falhas recorrentes, dentre outras parcelas de interesse o problema matemático é abordado através de modelos 3D completos, isto é, mediante as equações de Navier-Stokes, enquanto porções tubulares são formuladas por equações algébricas dimensionalmente reduzidas a partir de hipóteses simplificativas. Dessa forma, a função dos modelos simplificados é fornecer aos modelos completos informações necessárias nas interfaces de acoplamento para a resolução do problema de valor de contorno. Para viabilizar o acoplamento de forma eficiente, técnicas iterativas são utilizadas a fim de tratar cada domínio do sistema como um componente isolado com condições de contorno bem definidas. Os métodos iterativos utilizados se baseiam nos procedimentos apresentados por Leiva et al. (2009) para problemas de condução de calor.

No decorrer deste trabalho, apresentamos a formulação dos modelos 3D e 0D de forma a construirmos o problema de acoplamento e, ademais, descrevemos os métodos utilizados para vincular os sistemas completos aos simplificados, por meio de métodos iterativos de resolução. Diversos resultados são apresentados para ilustrar o potencial desta abordagem.

METODOLOGIA

Problema global

A seguir serão retratados os fundamentos do procedimento de acoplamento de subsistemas a partir de valores físicos (vazão ou pressão, nos casos analisados) conhecidos no contorno do sistema. Um simples modelo utilizado para ilustrar o problema é apresentado na Figura 1, onde assumimos que no domínio Ω são conhecidos os valores de pressão nos extremos do domínio, denotados por p_e e p_s . O problema consiste, por exemplo, em determinar a vazão Q que haverá através do sistema nessas condições. Ou seja, devemos resolver um problema da forma

$$Q = F(p_e, p_s), \quad (1)$$

onde a função $F(\cdot, \cdot)$ expressa, de forma abstrata, a relação entre a vazão e as pressões nos contornos dada pelas equações matemáticas que governam o escoamento.

Em vez de resolver o problema formulado pela equação (1), decomporíamos o domínio Ω em, por exemplo, 3 subdomínios, denotados por Ω_1 , Ω_2 e Ω_3 , ver Figura 1. A característica é que em alguns desses domínios faremos hipóteses simplificativas de forma a reduzir o custo da resolução do problema mediante o uso de modelos apropriados. Observe que, ao particionar o domínio em componentes, surgem duas interfaces de acoplamento, denotadas por C_1 e C_2 .

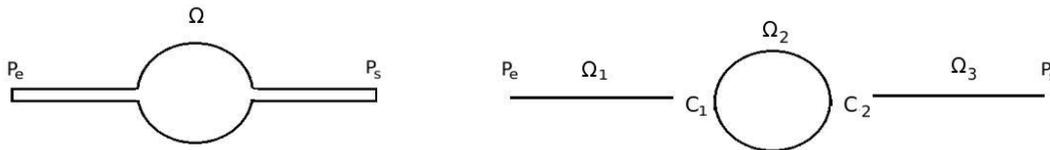


Figure 1- Sistema a ser modelado por meio do acoplamento de subdomínios.

Ao particionar o problema, devemos fornecer condições de acoplamento entre os domínios de forma que o problema particionado continue representando o problema original (1). Para isto, postulamos que, nas interfaces de acoplamento, tanto a vazão como a pressão devem ser quantidades contínuas em relação ao seu valor a um lado e a outro da interface. Assim sendo, uma forma de reformular o problema (1), (não é a única) consiste em escrever

$$\begin{cases} Q = f_1(p_e, p_{C1}) & \text{em } \Omega_1, \\ p_{C1} = f_2(Q, p_{C2}) & \text{em } \Omega_2, \\ p_{C2} = f_3(Q, p_s) & \text{em } \Omega_3, \end{cases} \quad (2)$$

onde $f_i(\cdot, \cdot)$, $i = 1, 2, 3$, expressa de forma abstrata o modelo matemático utilizado, respectivamente, para o domínio Ω_i , $i = 1, 2, 3$. Aqui, p_{C1} e p_{C2} representam os valores de pressão nas interfaces de acoplamento C_1 e C_2 , e Q é o valor de vazão no sistema. Note que a vazão é única neste esquema particular considerando que não há junções no sistema que causem a divisão do escoamento.

Assim, podemos pensar que no domínio Ω_1 a vazão Q fica inteiramente definida uma vez que são dados os valores p_e e p_{C1} . Por sua vez, no domínio Ω_2 a pressão p_{C2} fica determinada se conhecermos a vazão Q e a pressão p_{C2} no outro extremo. Finalmente, no domínio Ω_3 , a pressão p_{C2} fica definida se conhecermos a vazão Q e a pressão na saída do sistema p_s .

Para as porções simplificadas (domínios Ω_1 e Ω_3 no exemplo da Figura 1), as funções f_1 e f_3 são de natureza algébrica, como veremos em sequência. Já para o domínio Ω_2 , para o qual se considera que possui uma disposição geométrica mais complexa, a função f_2 abriga o problema matemático definido pelas equações de Navier-Stokes. Finalmente, os métodos iterativos que comutam as informações de um subdomínio para outro serão discutidos no final desta seção.

Formulação matemática para modelos complexos

Como mencionado anteriormente, o escoamento de um fluido em componentes hidráulicos complexos é formulado pelas equações de Navier-Stokes. Portanto, o problema de valor de

contorno para o subdomínio Ω_2 é equacionado da seguinte forma

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} + \nabla p - \mu \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0} & \text{em } \Omega_2, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{em } \Omega_2, \\ \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} & \text{em } C_1, \\ (-p\mathbf{I} + 2\mu(\nabla \mathbf{u})^s)\mathbf{n} = -\bar{p} & \text{em } C_2, \\ \mathbf{u} = \mathbf{0} & \text{em } \Gamma, \end{cases} \quad (3)$$

onde \mathbf{u} e p são o campo de velocidade e o campo de pressão do fluido, ρ e μ são a massa específica e a viscosidade dinâmica do fluido, $\bar{\mathbf{u}}$ é uma condição de contorno de Dirichlet definida na interface C_1 e \bar{p} é uma condição de contorno de Neumann na interface C_2 , cujo vetor normal unitário é \mathbf{n} . Sobre a superfície lateral do componente, denotada por Γ , prescreve-se uma condição de aderência. Ainda, a notação $(\nabla \mathbf{u})^s$ indica a parte simétrica do tensor $\nabla \mathbf{u}$. Observe que não temos considerado o efeito de forças por unidade de volume no problema.

Uma forma natural de encontrar soluções aproximadas a este problema consiste em formulá-lo em formato variacional. Para isto, seja a variedade linear U e o espaço associado V definidos como segue

$$\begin{aligned} U &= \{ \mathbf{u} \text{ suficientemente regular em } \Omega_2 \mid \mathbf{u}|_{C_1} = \bar{\mathbf{u}}, \mathbf{u}|_{\Gamma} = \mathbf{0} \}, \\ V &= \{ \hat{\mathbf{u}} \text{ suficientemente regular em } \Omega_2 \mid \hat{\mathbf{u}}|_{C_1} = \mathbf{0}, \hat{\mathbf{u}}|_{\Gamma} = \mathbf{0} \}. \end{aligned} \quad (4)$$

Considere também o espaço $L^2(\Omega_2)$ de funções quadrado integráveis. Logo, a formulação variacional associada ao sistema de equações (3) é a seguinte: encontre $(\mathbf{u}, p) \in U \times L^2(\Omega_2)$, tal que

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_2} \left[\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \hat{\mathbf{u}} + \rho(\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{u}} + 2\mu(\nabla \mathbf{u})^s \cdot \nabla \hat{\mathbf{u}} - \hat{p} \operatorname{div} \mathbf{u} - p \operatorname{div} \hat{\mathbf{u}} \right] d\Omega_2 = \\ = - \int_{C_2} \bar{p} \mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{u}} dC_2 \quad \forall (\hat{\mathbf{u}}, \hat{p}) \in V \times L^2(\Omega_2). \end{aligned} \quad (5)$$

Dessa forma, é possível utilizar, por exemplo, o Método dos Elementos Finitos (MEF) para resolver de forma aproximada a equação variacional (5).

Observe que a função f_2 introduzida em (2) implica que, dados Q e p_{C_2} devemos retornar p_{C_1} . Em termos da formulação variacional (5), isto implica em estabelecer o valor de $\bar{\mathbf{u}}$ tal que $Q = \frac{1}{|C_1|} \int_{C_1} \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n} dC_1$, sendo $|C_1|$ a medida da área da interface C_1 . Para isto consideramos que $\bar{\mathbf{u}}$ é um perfil de velocidade parabólico, e dessa forma é possível definir de forma unívoca a correspondência anterior entre $\bar{\mathbf{u}}$ e Q . Além disso, temos que $\bar{p} = p_{C_2}$. Assim sendo, podemos resolver o problema e encontrarmos o valor da pressão p_{C_1} na interface C_1 .

Cabe mencionar aqui que os problemas a serem abordados são de caráter estacionário, portanto o termo da derivada temporal nas equações anteriores acabará sendo eliminado na hora de realizar experimentos numéricos.

Formulação matemática para modelos simplificados

Em geral, os componentes do sistema com estrutura tubular podem ser tratados através de modelos simplificados. Introduzimos, então, as hipóteses de escoamento laminar, incompressível, unidirecional e completamente desenvolvido, de tal forma que para os subsistemas simplificados utilizamos o modelo de escoamento de Hagen-Poiseuille, o qual é dado por

$$Q = \frac{\pi(p_A - p_B)D^4}{128\mu L}, \quad (6)$$

onde Q é a vazão ao longo do tubo, p_A e p_B representam os valores de pressão nas extremidades do tubo, D é o diâmetro do tubo, L o comprimento do tubo e μ é a viscosidade dinâmica.

Este modelo é um modelo algébrico de parâmetros condensados (ou também zero dimensional) derivado das equações completas de Navier-Stokes, amplamente utilizado no dimensionamento de sistemas hidráulicos, máquinas de fluxo, dentre outros elementos. Podemos rearranjar a (6) da seguinte maneira:

$$p_A = \frac{128\mu L}{\pi D^4}Q + p_B. \quad (7)$$

Portanto, estamos em condições de realizar a caracterização explícita das funções f_1 e f_3 no problema acoplado. Com efeito, a função f_1 fica definida a partir da (6) da seguinte maneira: dados p_e e p_{C1} , calcule Q fazendo

$$Q = f_1(p_e, p_{C1}) = \frac{\pi(p_e - p_{C1})D^4}{128\mu L}, \quad (8)$$

enquanto que a função f_3 fica caracterizada a partir da (7) como segue: dados Q e p_s , calcule p_{C2} fazendo

$$p_{C2} = f_3(Q, p_s) = \frac{128\mu L}{\pi D^4}Q + p_s. \quad (9)$$

Modelos de acoplamento

Após a apresentação dos modelos matemáticos 3D e 0D para os diferentes componentes do sistema, retornamos ao problema apresentado pelo conjunto de equações acopladas (1). Como determinado pelo método de decomposição de domínios, as relações apresentadas na equação (1) compõem um sistema de equações onde as incógnitas são os valores de pressão p_{C1} e p_{C2} nas interfaces de acoplamento C_1 e C_2 , respectivamente, e o valor de vazão Q no sistema. Uma maneira de resolver de forma iterativa o sistema resultante implica, por exemplo, intercambiar quantidades físicas calculadas nos diferentes subdomínios de acordo com o seguinte procedimento

1. Defina um valor inicial para a vazão e para a pressão nas interfaces C_1 e C_2 , digamos $(Q^0, p_{C1}^0, p_{C2}^0)$, defina valores representativos de referência $(Q_{\text{ref}}, p_{C1,\text{ref}}, p_{C2,\text{ref}})$ e estabeleça uma tolerância de convergência ε ;

2. Faça $k = 0$;
3. Calcule a vazão através da equação (8), ou seja $Q^{k+1} = f_1(p_e, p_{C1}^k)$;
4. Calcule a pressão na interface C_1 por meio da aproximação da formulação variacional (5), ou seja $p_{C1}^{k+1} = f_2(Q^{k+1}, p_{C2}^k)$;
5. Calcule a pressão na interface C_2 através da equação (9), ou seja $p_{C2}^{k+1} = f_3(Q^{k+1}, p_s)$;
6. Se o máximo erro relativo verifica $E = \max\left\{\frac{|Q^{k+1}-Q^k|}{|Q_{ref}|}, \frac{|p_{C1}^{k+1}-p_{C1}^k|}{|p_{C1,ref}|}, \frac{|p_{C2}^{k+1}-p_{C2}^k|}{|p_{C2,ref}|}\right\} < \varepsilon$ então o algoritmo finaliza, senão faça $k = k + 1$ e retorne ao passo 3.

O procedimento descrito é uma aplicação do método de Gauss-Seidel para resolver de forma iterativa e sequencial o sistemas acoplado de equações.

Procedimento alternativo

A título de comparação, podemos formular uma variação do sistema de equações (2), afim de compararmos a convergência de ambos os métodos.

$$\begin{cases} p_{C1}^{k+1} = f_4(Q^k, p_e) & \text{em } \Omega_1, \\ Q^{k+1} = f_5(p_{C1}^{k+1}, p_{C2}^k) & \text{em } \Omega_2, \\ p_{C2}^{k+1} = f_6(Q^{k+1}, p_s) & \text{em } \Omega_3, \end{cases} \quad (10)$$

Dessa forma, o problema 3D em Ω_2 é resolvido a partir de condições de contorno de tipo Neumann para ambas as interfaces de acoplamento. Observe que no sistema de equações (2) temos uma condição de contorno de tipo Dirichlet para a interface C_1 e uma condição de Neumann para a interface C_2 , representados no problema (3) por \bar{u} e \bar{p} respectivamente. Logo, temos um novo problema de valor de contorno, e uma nova formulação variacional para o problema 3D, onde são introduzidos os valores de pressão \bar{p}_1 em C_1 e \bar{p}_2 em C_2 , como segue: encontre $(\mathbf{u}, p) \in U' \times L^2(\Omega_2)$, tal que

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_2} \left[\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \hat{\mathbf{u}} + \rho(\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{u}} + 2\mu(\nabla \mathbf{u})^s \cdot \nabla \hat{\mathbf{u}} - \hat{p} \operatorname{div} \mathbf{u} - p \operatorname{div} \hat{\mathbf{u}} \right] d\Omega_2 = \\ = - \int_{C_1} \bar{p}_1 \mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{u}} dC_1 - \int_{C_2} \bar{p}_2 \mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{u}} dC_2 \quad \forall (\hat{\mathbf{u}}, \hat{p}) \in V' \times L^2(\Omega_2), \end{aligned} \quad (11)$$

onde

$$\begin{aligned} U' &= \{ \mathbf{u} \text{ suficientemente regular em } \Omega_2 | \mathbf{u}|_{\Gamma} = \mathbf{0} \}, \\ V' &= \{ \hat{\mathbf{u}} \text{ suficientemente regular em } \Omega_2 | \hat{\mathbf{u}}|_{\Gamma} = \mathbf{0} \}. \end{aligned} \quad (12)$$

É importante observar aqui que ambos os procedimentos, (2) ou (10), podem ainda ser complementados com procedimentos de sub-relaxação, com o objetivo de mudar o critério de

atualização das variáveis nas interfaces de acoplamento, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 P_{C1}^{k+1} &\leftarrow \alpha P_{C1}^{k+1} + (1 - \alpha) P_{C1}^k, \\
 P_{C2}^{k+1} &\leftarrow \beta P_{C2}^{k+1} + (1 - \beta) P_{C2}^k, \\
 Q^{k+1} &\leftarrow \gamma Q^{k+1} + (1 - \gamma) Q^k.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Resultados

Nesta seção serão apresentados exemplos de sistemas hidráulicos com o objetivo de demonstrar a aplicação do procedimento iterativo para resolver o modelo acoplado dimensionalmente heterogêneo.

Para resolver de forma aproximada o problema variacional, utilizamos o Método dos Elementos Finitos, o qual é implementado por meio da biblioteca FEniCS (Logg et al. (2012)). A formulação é uma formulação completamente acoplada nas variáveis velocidade-pressão, e faz uso de espaços de aproximação polinomiais, com polinômios quadráticos para a velocidade e lineares para a pressão.

Em relação à atribuição de valores iniciais para a resolução do problema, naturalmente, quão mais próximo estes forem das soluções exatas, menos iterações serão necessárias para atingirmos a convergência. A partir da diferença de pressão conhecida e do comprimento dos modelos simplificados é possível estabelecer um valor inicial razoável para a vazão através da Equação (6) e, em seguida, um valor inicial para as pressões nas interfaces de acoplamento através da Equação (7).

Escoamento em um tubo

Consideremos a tubulação apresentada na Figura 2. Os valores de pressão são conhecidos na entrada ($p_e = 5000$) e na saída ($p_s = 0$) da tubulação, as dimensões da tubulação simplificada e completa e a viscosidade do fluido são também conhecidos ($L_s = 3$, $L_c = 5$, $D = 1$, $\mu = 1$).

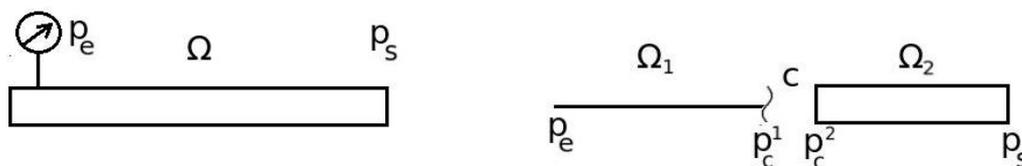


Figure 2- Escoamento em um tubo cilíndrico. Particionamento do domínio em dois subsistemas.

O método iterativo apresentado na seção anterior é então aplicado e os resultados são apresentados na Figura 3 e Figura 4. Por fim, a pressão média no acoplamento e a vazão convergem

para $p_C = 3128,5$ e $Q = 15,3$. Na Figura 3 se observa a queda linear da pressão, enquanto que na Figura 4 se aprecia que o perfil de velocidade possui natureza parabólica.

Por fim, e dada uma tolerância $\varepsilon = 0.1$, o método iterativo necessitou de 10 iterações até alcançar a convergência.

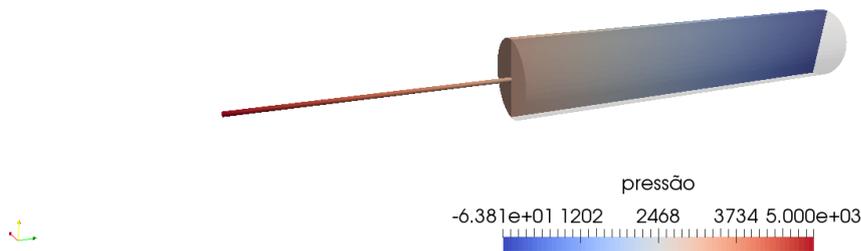


Figure 3- Queda de pressão ao longo da tubulação.

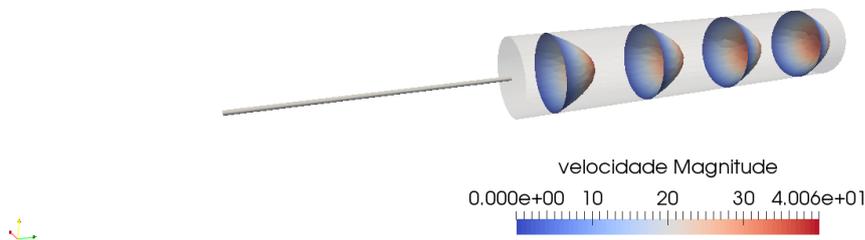


Figure 4- Perfil de velocidade parabólico ao longo da tubulação.

Escoamento através de um joelho

Nesta situação, deseja-se conhecer o comportamento de um escoamento ao passar por um componente hidráulico que produz um desvio de 90° no percurso do mesmo. São conhecidos os valores de pressão prévia e posteriormente à singularidade ($p_e = 5000$ e $p_s = 100$). Os comprimentos de Ω_1 e Ω_3 são conhecidos sendo $L_1 = L_2 = 5$ com diâmetro $D = 1$

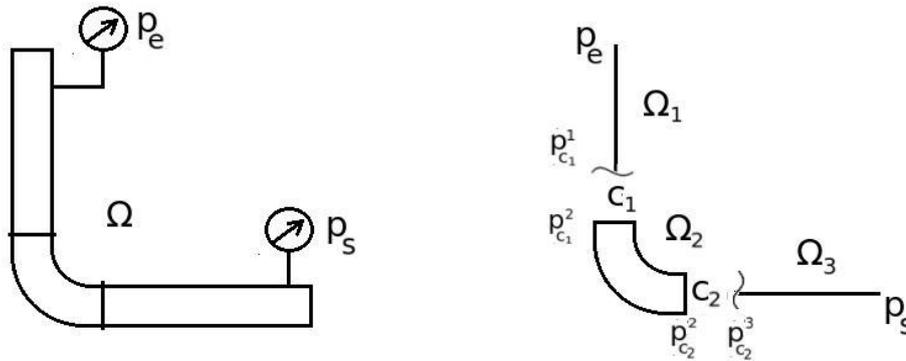


Figure 5- Componente hidráulico com um joelho a 90°, e a decomposição em três subsistemas.

Neste exemplo, fazemos uma comparação entre os métodos iterativos correspondentes aos sistemas de equações (2) e (10). A Figura 7 apresenta o histórico de convergência de ambos os métodos, mostrando o erro nas interfaces de acoplamento ao longo das iterações. Com o intuito de auxiliar a convergência do método foram utilizados parâmetros de sub-relaxação, sendo estes $\alpha = \beta = \gamma = 0.7$, ao atualizar a pressão no acoplamento C_1 , no acoplamento C_2 e a vazão (para o procedimento (10)) respectivamente. Os valores iniciais utilizados foram $p_{C_1}^0 = 3000$, $p_{C_2}^0 = 2500$ e $Q = 100$ (para o procedimento (10)).

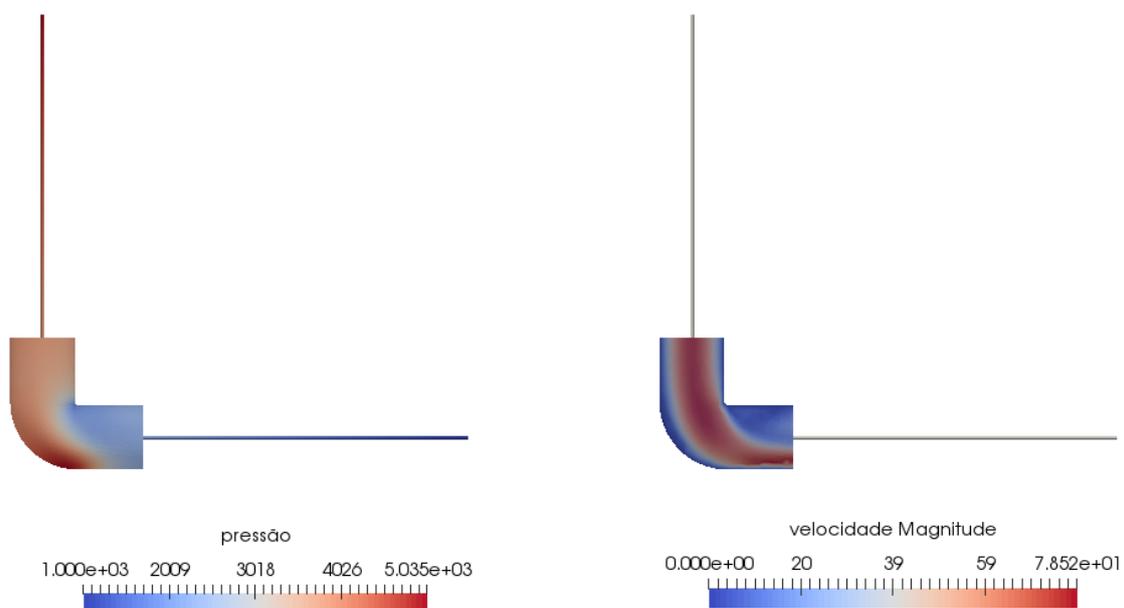


Figure 6- A esquerda, queda de pressão, e a direita, módulo do campo de velocidade de um componente hidráulico em formato de joelho.

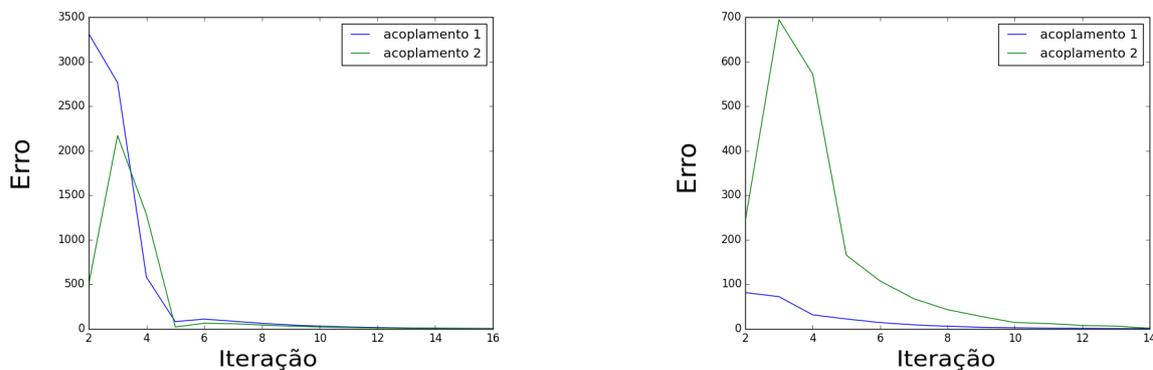


Figure 7- Convergência dos métodos iterativos. Esquerda, sistema de equações (2). Direita sistema de equações (10).

Por fim, o sistema converge aos seguintes valores $p_{C1} = 3805$, $p_{C2} = 2193$ e $Q = 29,3$ (número de Reynolds igual a 186,3). Enquanto que obtivemos convergência para o procedimento (2) em 15 iterações, para o procedimento (10) o método converge em 13 iterações, em ambos os casos considerando tolerância de convergência $\varepsilon = 5$.

Escoamento em um sistema válvula-tanque

Considere o esquema ilustrado na Figura 9. No sistema apresentado, deseja-se saber como o escoamento em um tanque varia em relação a duas posições de abertura de uma válvula de gaveta à montante deste (o valor percentual que determina o estado da válvula é a razão entre a altura h , e o diâmetro D , de acordo com a Figura 8). Os modelos complexos foram aplicados à válvula e ao tanque, enquanto que o restante do sistema teve sua dimensão reduzida, sendo utilizados modelos simplificados. Logo, o problema possui quatro interfaces de acoplamento. Os valores iniciais atribuídos foram $p_{C1}^0 = 35000$, $p_{C2}^0 = 30000$, $p_{C3}^0 = 10000$, $p_{C4}^0 = 8000$. O diâmetro e os comprimentos dos tubos Ω_1 , Ω_3 e Ω_5 são conhecidos ($D = 1$, $L_1 = 5$, $L_3 = 10$, $L_5 = 5$). O tanque é cúbico, com dimensão $H = 5$. A viscosidade dinâmica é $\mu = 1$.

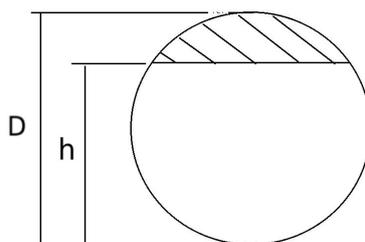


Figure 8- parâmetros que determinam o estado da válvula.

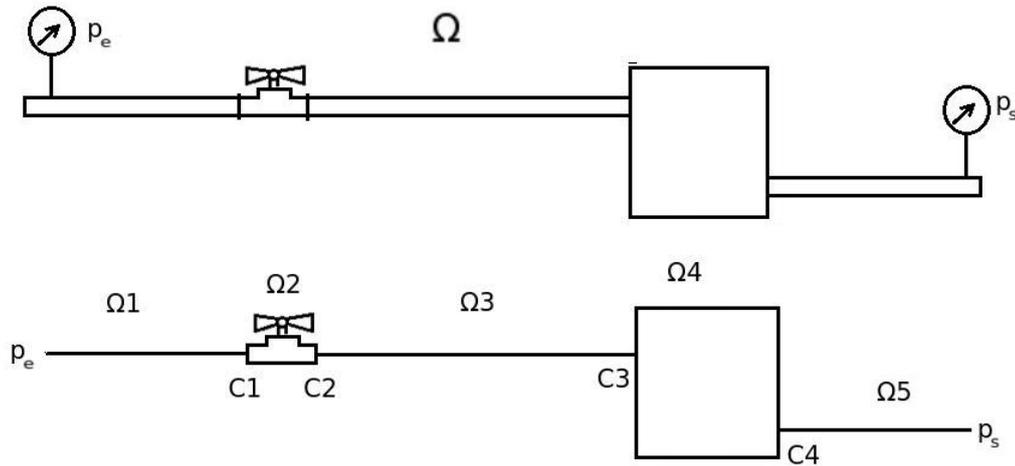


Figure 9- Particionamento de um sistema onde uma válvula de gaveta determina o escoamento através de um tanque.

Nas Figuras 10 e 11 observamos os resultados que mostram o escoamento na condição na qual a válvula se encontra 50% fechada. Na Tabela 1 comparamos os valores da pressão e vazão para ambas as posições de abertura da válvula. Também, na mencionada tabela apresentamos o número de iterações realizadas até alcançar a convergência, para uma tolerância $\varepsilon = 10$.

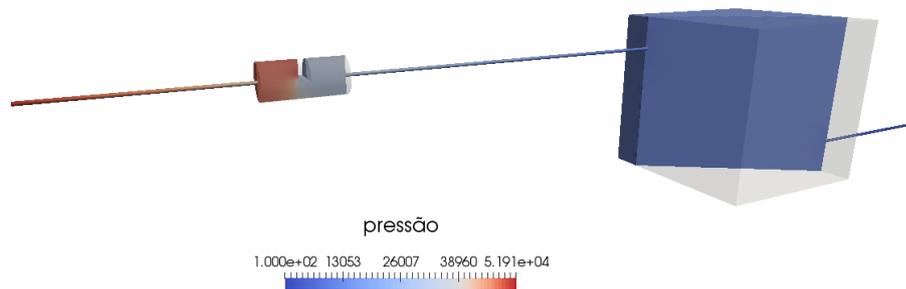


Figure 10- Queda de pressão ao longo do sistema hidráulico válvula-tanque.

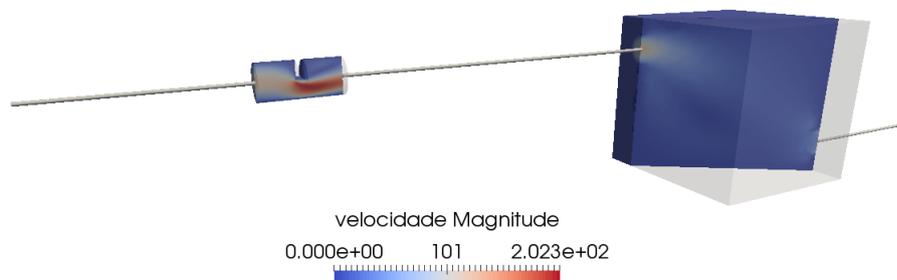


Figure 11- Módulo do campo de velocidade ao longo do sistema hidráulico válvula-tanque.

Table 1- Pressão e vazão nas interfaces de acoplamento.

| Estado da válvula | p_{C1} | p_{C2} | p_{C3} | p_{C4} | Q | Re | It |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|------|------|----|
| 80% | 39770 | 34692 | 14231 | 10326 | 50,2 | 63,9 | 31 |
| 50% | 40523 | 31900 | 12945 | 9578 | 46,5 | 59,2 | 15 |

Conclusão

Neste trabalho temos apresentado uma abordagem inspirada no conceito de decomposição de domínios para resolver de forma iterativa modelos acoplados dimensionalmente heterogêneos.

Através de diferentes exemplos foi possível apreciar o potencial desta ferramenta, permitindo resolver problemas complexos otimizando o uso dos recursos computacionais.

Esta classe de modelos se apresenta especialmente útil na modelagem de sistemas que evidenciam porções geometricamente complexas e porções geometricamente simples. A generalização para problemas dependentes do tempo está sendo executada, assim como também a generalização da implementação para sistemas com topologias mais intrincadas.

REFERENCES

- BLANCO, P. J.; URQUIZA, S. A. ; FEIJÓO, R. A. . Assessing the influence of heart rate in local hemodynamics through coupled 3D-1D-0D models. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering (Print)*, v. 23, p. 890-903, 2010.
- LEIVA, J. S. ; BLANCO, P. J. ; BUSCAGLIA, G. C. . Iterative strong coupling of dimensionally heterogeneous models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering (Online)*, v. 81, p. 1558-1580, 2010.
- LEIVA, J. S. ; BLANCO, P. J. ; BUSCAGLIA, G. C. . Partitioned analysis for dimensionally-heterogeneous hydraulic networks. *Multiscale Modeling & Simulation (Print)*, v. 9, p. 872-903, 2011.
- LOGG, A.; MARDAL, K.A.; WELLS, G.N. . *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method: The FEniCS Book*. New York: Springer, 2012.