

ABORDAGENS SEMIÓTICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE SISTEMAS LINEARES NO ENSINO MÉDIO

Angelica Aparecida Pacheco¹; Janine Freitas Mota²

Resumo

Este trabalho tem como objetivo *analisar um livro didático de Matemática do Ensino Médio, aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2021, identificando os Registros de Representação Semiótica utilizados no estudo de Sistemas Lineares e se há situações que propiciem a conversão de registros*. Essa pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo análise documental e fundamenta-se no referencial teórico dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2009). Optamos pela análise de livros em virtude desse material ser o principal recurso utilizado pelos professores para o planejamento de suas práticas. Os resultados obtidos nesse trabalho mostram que os Sistemas Lineares são representados em diferentes registros de representação e que o registro algébrico continua sendo o mais predominante no livro analisado, tanto nos exemplos abordados quanto nos exercícios resolvidos ou propostos. Ainda foi identificado que a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico é o mais prevalente.

Palavras-chave: Sistemas Lineares; Livro Didático; Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Introdução

A Matemática, conforme sabemos, é considerada pela maioria dos estudantes como abstrata e intangível. Não há como negar que ela possui uma linguagem própria que deve ser desenvolvida ao longo da vida. Quando são trabalhados os conteúdos de Álgebra, é perceptível a grande dificuldade dos discentes nesses conteúdos, pois eles acabam por memorizar regras e procedimentos, considerando essa atividade a essência da Álgebra.

No que concerne ao estudo da Álgebra, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que no processo de desenvolvimento do pensamento algébrico é necessário que os estudantes desenvolvam habilidades de identificar regularidades e padrões em sequências, elaborem leis matemáticas que expressem as relações de interdependência entre grandezas, utilizem e interpretem diferentes representações gráficas e simbólicas na resolução de problemas que envolvam equações e inequações (Brasil, 2018).

O objeto matemático Sistemas Lineares possui diversas aplicações em outras áreas do conhecimento, apresentando-se como uma ferramenta potencial para a resolução de problemas do cotidiano. No tocante a isto, a habilidade EM13MAT301 da BNCC traz como finalidade no estudo

de Sistemas Lineares “resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2018, p. 536).

Os materiais didáticos, em especial, o Livro Didático, se apresenta como um recurso de extrema importância para apoiar a prática do professor, além de ser utilizado como material de estudo pelos estudantes (Gonçalves, 2022). Esse material serve para nortear o planejamento dos docentes, bem como pode conter informações para o aprimoramento de práticas, sugestões de abordagens metodológicas, organização sequencial do conteúdo, suporte de ensino e também pode servir como apoio à formação continuada.

Diante disso, esse trabalho, que faz parte de uma investigação maior em andamento em um Programa de Pós-Graduação em Educação, na linha de pesquisa da Educação Matemática, tem como objetivo *analisar um livro didático de Matemática do Ensino Médio, aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2021, identificando os Registros de Representação Semiótica utilizados na apresentação do conteúdo de Sistemas Lineares e se há situações que propiciem a conversão de registros.*

Marco Teórico

Para a realização desse estudo, nos ancoramos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida pelo pesquisador francês Raymond Duval. Duval (2009) o qual destaca que o principal motivo pelo qual os estudantes apresentam dificuldades no estudo dos objetos matemáticos derivam do fato desses objetos não serem acessíveis, dessa forma, é imprescindível a utilização de sistemas semióticos.

Esse pesquisador ainda enfatiza que cada registro de representação semiótica fornece características parciais em relação ao objeto que está sendo representado. Dessa forma, os Sistemas Lineares podem ser representados em diferentes registros, tais como, o registro em língua natural, o matricial, algébrico e o gráfico. Cada um desses registros apresenta conteúdos que remetem ao objeto Sistemas Lineares, porém, são apenas representações. Nesse sentido, quanto mais registros forem contemplados no ensino e aprendizagem desse tópico, maior são as possibilidades de aprendizagem pelos estudantes sobre esse conteúdo.

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, as atividades cognitivas – Tratamento e Conversão – são fundamentais para os processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos (Duval, 2005). O tratamento refere-se aos procedimentos e operações realizadas dentro do mesmo registro, sem alterá-lo. Por exemplo, ao multiplicar por 2 a equação $2x + y = 10$, obtemos a equação $4x + 2y = 20$. Nesse caso, realizamos uma operação e continuamos no registro algébrico. Por sua vez, a conversão consiste em transitar entre diferentes registros de representação.

Um exemplo seria solicitar aos estudantes que representem graficamente, no plano cartesiano, a equação $2x + y = 10$.

Embora essas duas atividades apresentem-se necessárias, segundo Duval (2005) é a atividade de conversão a mais importante, pois exige dos estudantes maiores habilidades. Além da habilidade de transformar um registro em outro, envolve também a compreensão das relações que existem entre eles. Essa atividade apresenta-se como complexa e muitas vezes não é contemplada pelos professores em suas práticas e quando é utilizada privilegia-se apenas um sentido de conversão.

Nesse sentido, ao verificar quais registros de representação estão contemplados no livro, podemos inferir se a obra visa promover uma compreensão mais aprofundada do conceito de Sistemas Lineares. Além disso, ao analisar quais registros são mais abrangentes ou quais são menos explorados, podemos inferir quais dificuldades os estudantes podem apresentar. Consequentemente, a variedade de registros facilita a atividade de conversão, pois situações que propiciam essa atividade cognitiva contribui para a solidificação e compreensão desse objeto e suas aplicações.

Aspectos Metodológicos

Para a realização desse trabalho, adotamos como procedimento metodológico uma abordagem qualitativa que se concentra na análise documental. Segundo Minayo (2001, p. 21-22), a pesquisa do tipo qualitativa “trabalha com significados, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. Por sua vez, Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009, p. 5), definem a Análise Documental como “[...] um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos”. Diante disso, a análise será realizada por meio de um livro didático aprovado pelo PNLD do ano de 2021. A obra selecionada será apresentada no quadro 1, apresentado a seguir:

Quadro 1 – Informações da obra analisada

Título / Autor / Editora / Ano
Matemática em Contextos. Vol. 4. Luis Roberto Dante e Fernando Viana. Editora Ática – 1ª edição – 2020.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Essa obra aborda o conteúdo de Sistemas Lineares no capítulo 2, juntamente com Matrizes. O capítulo 2, Matrizes e Sistemas, apresenta inicialmente os conceitos de Matriz e de

Transformações Geométricas no plano cartesiano para, em seguida, retomar o estudo de Sistemas Lineares, introduzido nos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprofundando e ampliando os métodos de resolução e a representação e análise gráfica de sistemas, o que permite a resolução de problemas mais complexos. Observamos que esta obra apresenta uma revisão da resolução gráfica e algébrica de sistemas com duas equações e duas incógnitas (2x2). O capítulo ainda conta com uma sessão para trabalhar a representação gráfica de sistemas (2x2) e sistemas de três equações e três incógnitas (3x3) com auxílio do *software* GeoGebra.

Resultados e discussão

Ao realizar a análise da obra, observamos que são apresentadas situações representadas em diferentes registros de representação. Logo na introdução do capítulo, os autores fazem uso do registro pictórico e do registro em língua natural. Esses registros estão presentes em forma de exercícios e observa-se que os estudantes precisarão fazer a conversão para um outro registro para solucionar os problemas. Observe a figura que representa a Situação 1 contida no livro:

Figura 1 – Registro pictórico da Situação 1



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 115)

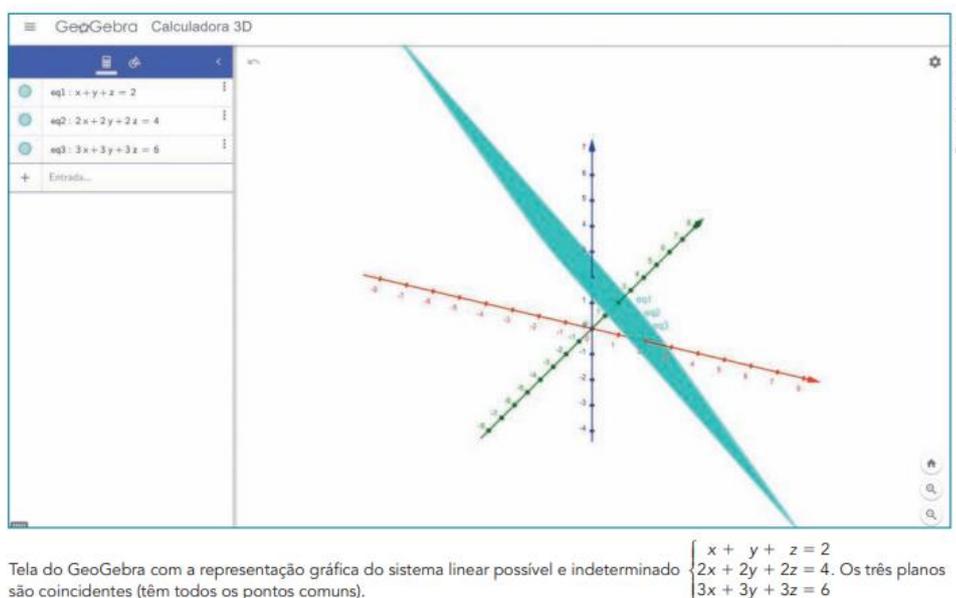
Estamos diante de uma situação que mobiliza o uso do raciocínio lógico. Os autores da obra solicitam que os estudantes representem essa situação por meio de um sistema de equações, logo, estamos nos referindo a uma mudança de registro, ou seja, exigindo a atividade de conversão.

Em alguns trechos do livro, estão presentes alguns problemas resolvidos e propostos expressos em língua natural como ponto de partida. Tal registro apresenta uma importância significativa no ensino da Matemática, principalmente para a definição de conceitos e propriedades. Os autores ainda se preocupam em propor exercícios que instiguem os estudantes a elaborarem problemas do cotidiano expressos em língua natural que possam vir a ser representados por meio de um sistema de equações.

Quanto ao registro algébrico, foi possível perceber que existem exercícios resolvidos de três equações e três incógnitas pelos métodos da adição, substituição e escalonamento. Além disso, existem alguns exemplos de sistemas de ordem $m \times n$ resolvidos pelo método do escalonamento. Observamos ainda a presença do registro matricial. Ele é utilizado, em especial, para a classificação de sistemas 2×2 e 3×3 , com base no resultado do cálculo de determinantes. Em contrapartida, o registro tabular é pouco explorado.

Um registro que ganha destaque nessa obra é o registro gráfico. Percebemos uma certa preocupação dos autores em explorarem a representação gráfica dos sistemas lineares, pois eles fazem uso do *software* GeoGebra para a construção das retas (sistemas 2×2) e planos (sistemas 3×3). Observe na figura 2, expressa a seguir a representação de um sistema 3×3 :

Figura 2 – Representação gráfica de um sistema linear representado no registro algébrico



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 130)

Observamos ainda, nesta imagem, um sistema representado no registro algébrico e a sua representação gráfica. Além disso, a seção denominada como *Classificação e representação gráfica de sistemas lineares* estão presentes alguns exemplos de sistemas lineares resolvidos no registro algébrico e logo em seguida são realizadas as representações gráficas. A obra ainda apresenta situações de conversão do registro algébrico para o matricial.

Com base no que expusemos acima, observamos que a obra apresenta os Sistemas Lineares em diferentes registros, indo ao encontro com o que defende Duval (2009), quando menciona que a diversidade de registros é importante para a compreensão dos objetos matemáticos, pelo fato de que cada registro exprime conteúdos parciais em relação ao objeto que está sendo representado.

Constatamos ainda uma certa prevalência do registro em língua natural, bem como do algébrico e uma limitação do registro tabular.

Em se tratando da atividade de conversão, o livro aborda situações que permitem desenvolver essa atividade cognitiva. No entanto, privilegia-se a transição do registro em língua natural para o algébrico. Além disso, a maioria das conversões presentes na obra ocorre em um único sentido, o que pode comprometer a aprendizagem dos estudantes. Corroborando a essa ideia, Duval (2005) destaca que o fato do estudante conseguir mobilizar a conversão em um sentido não implica que ele conseguirá fazer isso no sentido contrário. Nas palavras dele, “para que haja coordenação sinérgica de vários registros, é preciso ser capaz de converter as representações nos dois sentidos e não em um único” (2011, p. 118). Dessa forma, entendemos que é necessário situações que permitam abordar a conversão nos dois sentidos, estabelecendo uma via de mão dupla.

Considerações

Nesse trabalho, nosso objetivo se desdobrou em analisar um livro didático de Matemática do Ensino Médio, aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2021, identificando os Registros de Representação Semiótica utilizados no estudo de Sistemas Lineares e se há situações que propiciem a conversão de registros. De acordo com o que apresentamos na seção anterior, podemos constatar que a obra representa o conteúdo de Sistemas Lineares em diferentes registros, tais como, o registro em língua natural, o algébrico, o matricial, o gráfico, o tabular, o pictórico, o matricial e o geométrico. No entanto, não há um equilíbrio entre os registros, pois o registro em língua natural e o algébrico prevalecem, enquanto o tabular e o pictórico se apresenta de forma limitada.

Quanto a atividade cognitiva de conversão, a obra apresenta situações que permitem a transição entre registros, embora, o foco predominante esteja em um único sentido de conversão. Observamos ainda que, a maioria das situações resolvidas fazem uso do registro algébrico para a resolução dos problemas. Um elemento interessante é a utilização do software GeoGebra para a representação gráfica de sistemas 3×3 , pois a realização dessas representações em um quadro convencional pode apresentar dificuldades para o professor e os estudantes.

Apresentamos aqui apenas alguns aspectos de como o conteúdo de Sistemas Lineares está sendo abordado no livro analisado. Sugerimos para próximas futuras a análise de outros materiais didáticos, bem como a análise de outros objetos matemáticos, de modo a verificar como esses conceitos estão sendo apresentados, as limitações de abordagem, os registros contemplados, as atividades que tratam de conversão, dentre outros aspectos.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pela bolsa concedida.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em Contextos – Trigonometria e Sistemas Lineares. Editora Ática, 1ª edição, São Paulo, 2020.
- DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2005, p.11-33.
- DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar Matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011. 160 p.
- GONÇALVES, Franciéllem Roberta. **Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de Matemática ao utilizar o Livro Didático.** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/217176>.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza. (2001).(org.). **Pesquisa Social:** Teoria, método e criatividade. (18ª ed). Petrópolis: Vozes.
- SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, São Leopoldo, RS, v. 1, n. 1, 2009. Disponível em: <https://periodicos.furg.br/rbhcs/article/view/10351>. Acesso em: 16 nov. 2024.