

REPRODUÇÃO DO COMPORTAMENTO DE AMOLECIMENTO DO CONCRETO POR MEIO DE MODELO PROBABILÍSTICO TRIDIMENSIONAL DE FISSURAÇÃO

Reproduction of the softening behaviour of concrete using a 3D probabilistic cracking model

Magno Teixeira Mota (1); Mariane Rodrigues Rita (2); Eduardo de Moraes Rego Fairbairn (3); Fernando Luiz Bastos Ribeiro (4)

(1) Engenheiro Civil, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(2) Matemática, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(3) Dr. Prof., COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

(4) Dr. Prof., COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ, Brasil.

Email para Correspondência: magnomota@coc.ufrj.br; (P) Apresentador

Resumo: Tendo muitas aplicações estruturais, o concreto é atualmente o material sintético mais produzido do planeta. Por isso, estudos acerca de seu comportamento mecânico são cada vez mais importantes. Considerado, em muitos casos, homogêneo por simplificação, este material possui naturalmente elevado grau de heterogeneidade, sendo tal característica responsável pelo comportamento de amolecimento, dentre outros fenômenos. Diante disso, o presente trabalho possui como objetivo apresentar um modelo tridimensional de fissuração, para análise em elementos finitos, baseado em uma abordagem probabilística na qual propriedades do material são distribuídas aleatória e estatisticamente em elementos de interface presentes na malha. Resultados obtidos com o modelo implementado indicam a possibilidade de reprodução do comportamento de amolecimento durante o processo de fratura do concreto.

Palavras chaves: Modelo probabilístico, fissuração do concreto, amolecimento.

Abstract: Having many structural applications, concrete is currently the most produced synthetic material in the world. For this reason, studies about its mechanical behavior are increasingly important. Concrete is considered homogeneous in many cases by simplification, but it naturally has a high degree of heterogeneity, and this characteristic is responsible for the softening behavior, among other phenomena. So, this work aims to present a 3D cracking model, for finite element analysis, based on a probabilistic approach in which material properties are distributed randomly and statistically in interface elements of the mesh. Results indicate that it is possible to reproduce the softening behaviour associated to the concrete fracture process.

Keywords: Probabilistic model, concrete cracking, softening.



1 INTRODUÇÃO

Sendo um dos mais importantes materiais de construção, com diversas aplicações estruturais, o concreto, basicamente formado por cimento, agregados e água, é atualmente o material sintético mais produzido do planeta (Van Damme, 2018). Dentre as inúmeras pesquisas que envolvem este material, podem ser destacadas aquelas que investigam o processo de formação e propagação de fissuras que alteram o seu comportamento mecânico e promovem falhas estruturais.

Apesar de ser considerado, por simplificação, um material homogêneo em muitos procedimentos de cálculo, o concreto possui naturalmente elevado grau de heterogeneidade, apresentando basicamente três fases distintas: agregado, pasta de cimento hidratada e zona de transição na interface entre o agregado e a pasta de cimento. Além disso, sua complexa microestrutura geralmente contém descontinuidades caracterizadas por vazios, poros e microfissuras de diferentes naturezas, com cada uma das fases citadas anteriormente possuindo caráter multifásico (Mehta e Monteiro, 2006). Como consequência da heterogeneidade e complexidade microestrutural, propriedades mecânicas deste material variam significativa e aleatoriamente ao longo da estrutura. Tais aspectos podem ser considerados, conforme indicou pesquisa realizada por Rossi e Richer (1987), como responsáveis pelo comportamento de amolecimento sob tração e pelo fenômeno conhecido como efeito escala, caracterizado pela redução da resistência avaliada do material com o aumento do tamanho da estrutura analisada.

Estudos têm demonstrado que é possível a simulação numérica do comportamento não linear de estruturas de concreto considerando-se a heterogeneidade por meio de uma abordagem probabilística (Rossi e Richer, 1987; Rossi e Wu, 1992; Schlangen e Van Mier, 1992; Paz, 2000; Tailhan *et al.*, 2010; Tang *et al.*, 2011; Tailhan *et al.*, 2015; Rossi *et al.*, 2018). A partir da distribuição estatística de propriedade mecânicas e do possível uso de conceitos da mecânica da fratura, a previsibilidade do comportamento mecânico de estruturas pode ser realizada de maneira mais realística, segura e abrangente.

Dado o exposto, o presente trabalho possui como objetivo a apresentação de resultados referentes à reprodução de amolecimento obtidos com um modelo probabilístico tridimensional de fissuração do concreto, desenvolvido via Método dos Elementos Finitos (MEF) em linguagem FORTRAN, em que as fissuras são representadas explicitamente por meio de elementos de interface. Tais resultados são parte de um projeto de tese de doutorado que está sendo desenvolvido no Programa de Engenharia Civil (PEC) do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

2 MODELO PROBABILÍSTICO DE FISSURAÇÃO EXPLÍCITA

O modelo probabilístico de fissuração explícita desenvolvido via MEF, esquematizado em linhas gerais na Figura 1, possui quatro fundamentos que o caracterizam: utilização de elementos de sólido para a representação do material; representação das descontinuidades geométricas indicadoras de fissuras por meio de elementos de interface inseridos entre os elementos de sólido; distribuição aleatória de propriedades mecânicas de relevante variação estatística nos elementos da malha; e aplicação do Método de Monte Carlo.

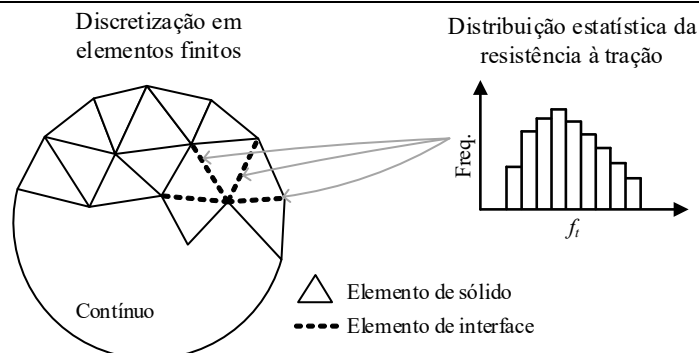


Figura 1. Esquematização do modelo probabilístico de fissuração explícita.

Para análises tridimensionais, os elementos de sólido podem ser tetraedros de função de interpolação linear (Paz, 2000). A lei tensão-deformação que define o comportamento sob tração desses elementos é linear elástica durante toda a análise, uma vez que representam o concreto não fissurado. Quanto ao módulo de elasticidade adotado, pode-se empregar distribuições estatísticas (Rossi e Ulm, 1997; Paz, 2000) ou considerar valores médios constantes determinados experimentalmente (Tailhan *et al.*, 2010; Tang *et al.*, 2011; Rossi *et al.*, 2018).

Com relação aos elementos de interface, em abordagens tridimensionais, empregam-se elementos de cunha (pentaedros) com função de interpolação linear (Paz, 2000). Sob tração ou cisalhamento, adota-se para tais elementos o comportamento frágil para a relação tensão-deformação, com a ocorrência de total perda de rigidez quando é alcançada a resistência à tração atribuída aleatoriamente a este elemento. Porém, destaca-se, em pesquisas recentes, a consideração de comportamentos à tração diferentes do frágil, juntamente com a aplicação de modelos de dano, para a representação do efeito de mecanismos de fissuração em concretos contendo fibras de aço (Tailhan *et al.* 2015; Rossi *et al.*, 2018).

Para a distribuição estatística da resistência à tração nos elementos da malha, pode-se recorrer à lei de distribuição proposta por Weibull (Weibull, 1939; Weibull, 1951), a qual, tendo sido originalmente desenvolvida para o cálculo de probabilidade de ruptura de materiais, além de não necessitar de truncamentos, é uma interessante alternativa para a distribuição de propriedades mecânicas na malha, pois pode assumir diferentes formas conforme a variação de características do material (Hahn e Shapiro, 1994; Tang *et al.*, 2011).

Após a atribuição aleatória de propriedades nos elementos da malha, o modelo passa a se comportar de maneira determinística, ou seja, fornece respostas previsíveis e invariáveis. Por isso, é necessário restabelecer o caráter probabilístico da análise gerando e aplicando novos valores aleatórios da mesma lei de distribuição, de modo a se obter uma diferente amostra computacional. Tal procedimento é a síntese do Método de Monte Carlo, sendo que cada amostra obtida é aqui chamada de amostra de Monte Carlo.

3 METODOLOGIA

Para a modelagem numérica probabilística, foi implementado um programa para análises tridimensionais via MEF que utilizou uma plataforma em linguagem FORTRAN desenvolvida e continuamente aperfeiçoada no Laboratório de Modelagem Numérica associado ao Laboratório de Estruturas e Materiais Professor Lobo Carneiro (LABEST), vinculado ao PEC/COPPE. Tal plataforma já foi usada em diversos trabalhos desenvolvidos no PEC (Ribeiro e Ferreira, 2007; Ferreira, 2008; Silva, 2016; Rita *et al.*, 2018).

Foram implementadas sub-rotinas para a geração e consideração de valores aleatórios de resistência à tração conforme lei de distribuição de Weibull, cuja função densidade de probabilidade

$f(x, b, c)$, função distribuição acumulada $F(x, b, c)$ e a inversa da função distribuição acumulada $G(y, b, c)$ são expressas pelas Eq. (1), (2) e (3), respectivamente.

$$f(x, b, c) = \frac{b}{c} \left(\frac{x}{c} \right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x}{c} \right)^b} \quad (1)$$

$$F(x, b, c) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{c} \right)^b} = y \quad (2)$$

$$G(y, b, c) = c \left(-\ln(1 - y) \right)^{\frac{1}{b}} = x \quad (3)$$

onde x é a variável estocástica, correspondente à resistência à tração no presente trabalho; b é denominado de parâmetro de forma, que altera a forma da distribuição; e c é chamado de parâmetro de escala. O procedimento de geração de valores aleatórios de x foi realizado utilizando-se a técnica de inversão baseada na Teoria das Probabilidades, que pode ser sintetizada, basicamente, em duas etapas: geração de números aleatórios com distribuição uniforme no intervalo entre 0 e 1; e atribuição destes números aleatórios ao valor da função distribuição acumulada y na Eq. (3).

Também foram desenvolvidas rotinas para o lançamento e consideração de elementos de interface em malhas originalmente composta por elementos de sólido tetraédricos de 4 nós, de maneira a se obter uma malha final composta por elementos de sólido intercalados por elementos de interface. Em uma perspectiva puramente geométrica, os elementos de interface são pentaedros caracterizáveis como elementos de cunha ou prismas triangulares, com configuração nodal de 3 + 3 nós, ou seja, três nós para a base e três nós para o topo do elemento, com base e topo coincidindo com faces de elementos de sólido tetraédricos, como pode ser visto na Figura 2. A formulação dos elementos de interface baseou-se no método da função penalidade, que depende da escolha de um parâmetro de penalidade associado à rigidez do elemento (Schellekens e De Borst, 1993; Kaliakin e Li, 1995; Moura *et al.*, 1996).

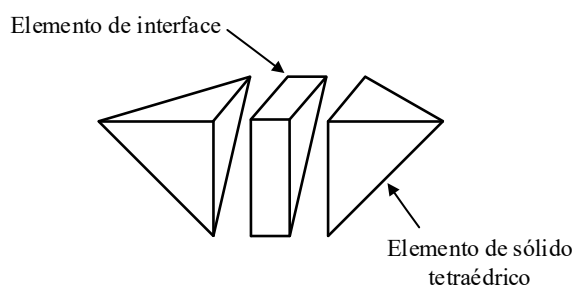


Figura 2. Aspecto geral dos elementos utilizados.

Com isso, as demais etapas do programa foram executadas de modo a se determinar os campos de deslocamentos e tensões para cada incremento de deslocamento, com execução dos seguintes procedimentos: montagem das matrizes descritivas do problema; solução do sistema linear por meio da aplicação do método dos gradientes conjugados com condicionamento; processo iterativo para a solução não linear; e impressão dos resultados. Para a obtenção e análise de novas amostras de Monte Carlo, foram gerados e considerados novos valores aleatórios de resistência à tração associados à mesma distribuição estatística, ou seja, relativos à lei de distribuição de Weibull com os mesmos valores de b e c , com nova execução do programa.

3.1 Estudo de caso

Para avaliações a respeito da reprodutibilidade do amolecimento em análises realizadas com modelo numérico desenvolvido, foi realizada a simulação de um ensaio de tração direta em um corpo de prova cúbico com dimensões de 10 x 10 x 10 cm, módulo de elasticidade igual a 20 GPa e

coeficiente de Poisson igual a 0,2. A malha de elementos finitos (Figura 3) foi composta por 30425 elementos, sendo 10371 elementos de sólido e 20054 elementos de interface, para um total de 41484 nós. As condições de contorno foram: imposição de deslocamento na direção perpendicular nos nós da face superior, restrição de deslocamento na direção perpendicular nos nós da face inferior e restrição de deslocamento nas duas direções paralelas em um nó central da face inferior.

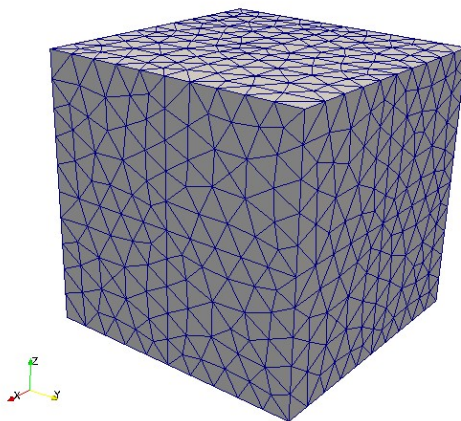


Figura 3. Malha de elementos finitos.

Os valores dos parâmetros estatísticos da distribuição aleatória da resistência à tração conforme Lei de Weibull foram $b = 1,5$ e $c = 7$ MPa. A média, ou esperança matemática, da distribuição (μ) foi aproximadamente 6,32 MPa, calculada por meio das relações

$$\mu = c \Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right) \quad (4)$$

$$\Gamma(\eta) = \int_0^{\infty} t^{\eta-1} e^{-t} dt \quad (5)$$

em que Γ representa a função gama. Quando η é um inteiro positivo, tem-se $\Gamma(\eta) = (\eta - 1)!$.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao final das simulações, várias amostras de Monte Carlo apresentaram ruptura brusca, ao passo que outras apresentaram comportamento com características de amolecimento. A Figura 4 mostra o diagrama carga-deslocamento de três amostras em que foi observado o amolecimento. Analisando-se os diagramas das Amostras 1 e 3, nota-se que, embora tenham apresentado valores de carga de pico praticamente iguais, os respectivos ramos de amolecimento foram sensivelmente diferentes. Pode-se observar ainda que a energia de fratura da Amostra 2, que apresentou menor valor de carga de pico, foi visivelmente maior que a da Amostra 3. Tais resultados evidenciam o caráter probabilístico da influência da heterogeneidade no modelo, em consonância com o que pode acontecer em ensaios experimentais.

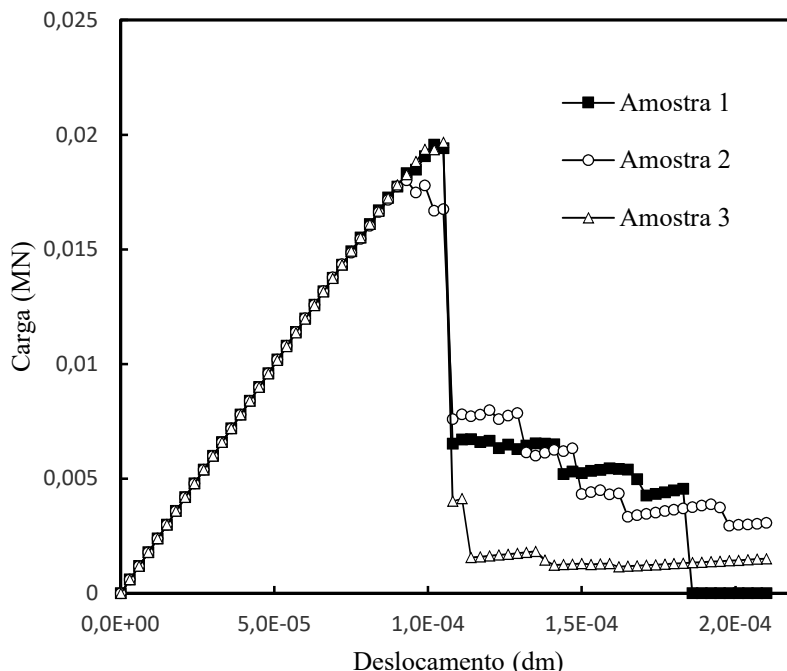


Figura 4. Resultados para três amostras de Monte Carlo.

A resistência à tração das amostras calculada a partir do diagrama carga deslocamento, em conformidade com o que é feito em ensaios experimentais, ou seja, carga máxima dividida pela área da seção transversal, foi 1,96 MPa, 1,80 MPa e 1,97 MPa para as Amostras 1, 2 e 3 respectivamente, apesar de média da distribuição, calculada com a Eq. (4), ter sido 6,32 MPa. Essa diferença é um dos fatores que justificam a necessidade de estudos que correlacionem parâmetros da distribuição estatística a resultados observáveis em ensaios experimentais.

5 CONCLUSÃO

Utilizando-se um modelo numérico probabilístico em elementos finitos, foi realizada uma simulação de ensaio de tração direta com o intuito de avaliar a ocorrência de amolecimento nas análises. Algumas amostras de Monte Carlo apresentaram ruptura brusca, enquanto em outras foi verificado um ramo de amolecimento, porém somente amostras que exibiram amolecimento foram abordadas. Os resultados mostram que o modelo desenvolvido é capaz de reproduzir o comportamento de amolecimento, evidenciando a natureza probabilística da influência da heterogeneidade, em harmonia com o que pode acontecer em ensaios experimentais. Novos estudos são necessários para correlacionar parâmetros estatísticos a resultados obtidos em ensaios experimentais.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil (CNPq), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e da Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ).



REFERÊNCIAS

- Ferreira, I.A., (2008). Solução em paralelo de um modelo termo-químico-mecânico para concreto jovem. Tese de doutorado, UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil.
- Hahn, G. J., Shapiro, S. S., (1994). Statistical Models in Engineering. Wiley Classics Library Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- Kaliakin, V. N., Li, J., (1995). Insight into Deficiencies Associated with Commonly Used Zero-Thickness Interface Elements. Computers and Geotechnics, Vol. 17, pp. 225-252.
- Mehta, P. K., Monteiro, P. J. M., (2006). Concrete: Microstructure, Properties, and Materials, 3ª ed., McGraw-Hill.
- Moura, M. F. S. F., Gonçalves, J. P. M., Marques, A. T., Castro, P. M. S. T., (1996). Elemento Finito Isoparamétrico de Interface para Problemas tridimensionais. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 12, n. 4, pp. 447-466.
- Paz, C. N. M., (2000). Modelo Probabilístico para Fissuração Discreta do Concreto: Desenvolvimento e Implementação 2D e 3D. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ribeiro, F. L. B., Ferreira, I. A., (2007). Parallel Implementation of the Finite Element Method Using Compressed Data Structures. Computational Mechanics, Vol. 41, pp. 31-48.
- Rita, M., Fairbairn, E., Ribeiro, F., Andrade, H., Barbosa, H., (2018). Optimization of Mass Concrete Construction Using a Twofold Parallel Genetic Algorithm. Applied Sciences, Vol. 8, n. 399.
- Rossi, P., Daviau-Desnoyers, D., Tailhan, J. -L., (2018). Probabilistic Numerical Model of Cracking in Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) Beams Subjected to Shear Loading. Cement and Concrete Composites, Vol. 90, pp. 119-125.
- Rossi, P., Richer, S., (1987). Numerical modelling of concrete cracking based on a stochastic approach. Materials and Structures, Vol. 20, pp. 334-337.
- Rossi, P., Ulm, F. -J., (1997). Size effects in the biaxial tensile-compressive behaviour of concrete: physical mechanisms and modelling. Materials and Structures, Vol. 30, pp. 210-216.
- Rossi, P., Wu, X., (1992). Probabilistic Model for Material Behavior Analysis and Appraisalment of Concrete Structures. Magazine of Concrete Research, Vol. 44, n. 161, pp. 271-280.
- Schellekens, J. C. J., De Borst, R., (1993). On the Numerical Integration of Interface Elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, pp. 43-66.



Schlangen, E., Van Mier, J. G. M., (1992). Simple Lattice Model for Numerical Simulation of Fracture of Concrete Materials and Structures. *Materials and Structures*, Vol. 25, pp. 534-542.

Silva, A. B. G., (2016). A Finite Element Thermoregulation Model of the Human Body for Hypothermia Treatment in Adults and Neonates. Tese de doutorado, UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil.

Tailhan, J. -L., Dal Pont, S., Rossi, P., (2010). From Local to Global Probabilistic Modeling of Concrete Cracking. *Annals of Solid and Structural Mechanics*, pp. 103-115. DOI 10.1007/s12356-010-0008-y.

Tailhan, J. -L., Rossi, P., Daviau-Desnoyers, D., (2015). Probabilistic Numerical Modelling of Cracking in Steel Fibre Reinforced Concretes (SFRC) Structures. *Cement & Concrete Composites*, Vol. 55, pp. 315-321.

Tang, X., Zhou, Y., Zhang, C., Shi, J., (2011). Study on the Heterogeneity of Concrete and its Failure Behaviour Using the Equivalent Probabilistic Model. *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 23, n. 4, pp. 402-413.

Van Damme, H., (2018). Concrete Material Science: Past, Present, and Future Innovations. *Cement and Concrete Research* <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2018.05.002>.

Weibull, W., (1939). A Statistical Theory of Strength of Materials. Swedish Royal Institute for Engineering, 151, pp. 1-45.

Weibull, W., (1951). A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 103, n. 4, pp. 293-297.