

10 A 12 DE JUNHO DE 2025



GEOMETRIA EM QUATRO DIMENSÕES: ESTUDO DIDATIZADO DAS IMERSÕES ESFÉRICAS

Rafael Figueiredo Zuba

Universidade Estadual de Montes Claros

rafaelzuba5@gmail.com

Rosivaldo Antônio Gonçalves

Universidade Estadual de Montes Claros

rosivaldo.goncalves@unimontes.br

Janine Freitas Mota

Universidade Estadual de Montes Claros

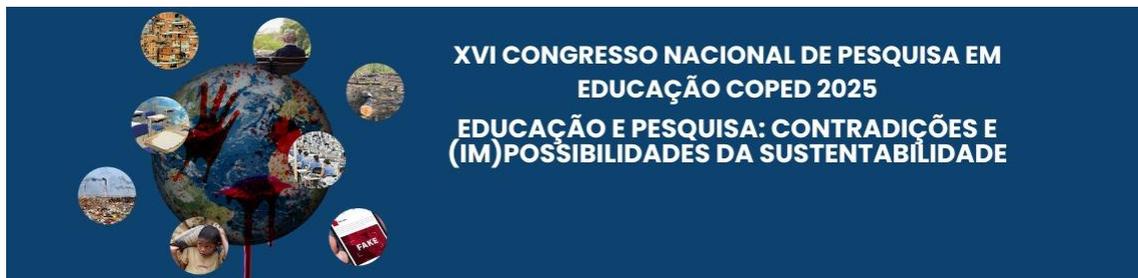
janine.mota@unimontes.br

Eixo: Educação Matemática

Palavras-chave: Geometria Diferencial, Imersões Esféricas, Formação de Professores

Resumo Simples

Este trabalho, desenvolvido como parte do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da Licenciatura em Matemática da Unimontes, é concernente à classificação de certas imersões esféricas — superfícies bidimensionais suaves imersas em um espaço 4-dimensional —. O tema de classificação de superfícies esféricas em \mathbb{R}^4 ainda é um desafio para os pesquisadores, haja vista a complexidade de se escolher uma direção normal adequada, dentre muitas que são possíveis no espaço normal, para identificar propriedades de superfícies e, assim, poder classificá-la. Nessa medida é preciso fazer um recorte. Filiando-se no trabalho Monterde e Volpe (2016) o objetivo geral desse estudo é apresentar os principais conceitos e propriedades de imersões esféricas bidimensionais, detalhando as demonstrações e propondo exemplos com o intuito de propiciar aos leitores iniciantes e interessados, no tema, uma forma mais acessível de leitura e compreensão do estado da arte. Ressalte-se que conhecimentos básicos em Geometria Diferencial, Álgebra Linear e Espaços Métricos são imprescindíveis para levar a bom termo a proposta de leitura. Respeitante aos objetivos específicos destacamos: •Apresentar os resultados do artigo original de forma didatizada, esclarecendo aspectos da metodologia e do uso de técnicas presentes no texto, sem comprometer o rigor matemático; •Produzir um capítulo introdutório com ferramentas básicas que sirvam de apoio à análise dos resultados; •Propor uma perspectiva acessível da Geometria Diferencial Clássica em dimensões superiores a \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 , com potencial de despertar o interesse dos estudantes. De modo mais preciso, o artigo de Juan Monterde e Volpe (2016) trata da caracterização de imersões esféricas em \mathbb{R}^4 . Segundo esses autores, uma imersão é dita esférica quando a superfície jaz sobre uma esfera de raio $R > 0$; no caso em que essa esfera é uma hiperesfera (i.e., $\mathbb{S}^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$ com $n \geq 3$), a imersão recebe o nome de superfície hiperesférica. Essas superfícies podem ser analisadas por meio de invariantes locais, que desempenham papel essencial na caracterização de imersões esféricas. A metodologia consiste em uma abordagem teórico-expositiva, com foco na leitura, interpretação e adaptação didática do artigo de Monterde e Volpe (2016), de modo a torná-lo acessível a estudantes em formação. Do ponto de vista da Educação Matemática, o trabalho



10 A 12 DE JUNHO DE 2025



requerará buscar estratégias didáticas que possibilitem melhorar a compreensão entre conceitos avançados como os de Geometria Diferencial e sua conexão com a realidade.

Referências

Monterde, J.; Volpe, R.C. Caracterização de imersões esféricas de superfícies em \mathbb{R}^4 . **Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática**, v. 47, n. 4, 2016.