

#### MODELAGEM NUMÉRICA PARA ANÁLISE DA FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM E SEM ENRIJECEDORES DE ALMA

#### Numerical Modeling for the Analysis of Lateral-Torsional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams with and without Web Stiffeners

Janaina Pena Soares de Oliveira (1) (P); João Victor Fragoso Dias (2); Ricardo Hallal Fakury (3); Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani (4)

(1) Doutoranda, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil

(2) Doutorando, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil

(3) Dr. Prof., Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil

(4) Dra. Profa., Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória – ES, Brasil Email para Correspondência: janainapenas@gmail.com; (P) Apresentador

Resumo: Nas regiões de momento negativo, as vigas mistas de aço e concreto podem sofrer flambagem lateral com distorção (FLD), uma vez que a parte comprimida do elemento de aço (mesa inferior e uma parcela da alma) apresenta baixa restrição ao deslocamento lateral. As normas de dimensionamento recomendam a análise da FLD por meio do mecanismo "U" invertido, que consiste de duas ou mais vigas de aço paralelas unidas à laje sobreposta. Constam na literatura dois tipos de mecanismo "U" invertido, o mecanismo contínuo, que possui enrijecedores apenas nos apoios internos, e o discreto, caracterizado pela presença de enrijecedores soldados à alma em toda a região de momento negativo. Chen (1992) ensaiou dois protótipos em escala real que simulam esses dois tipos de mecanismo "U". Com o intuito de avaliar numericamente os resultados experimentais de Chen (1992), foram desenvolvidos modelos numéricos no software Ansys 17 considerando as imperfeições iniciais, geométrica e de material, e uma análise não linear foi conduzida. Houve uma concordância muito boa entre os resultados numéricos e experimentais de momento último, sendo observado o modo de FLD nos modelos numéricos, o que comprovou a eficiência da simulação computacional. Constatouse também, no modelo numérico de mecanismo contínuo, que o ponto de máximo deslocamento lateral, localiza-se a uma distância, em relação ao apoio, de aproximadamente 3,9 vezes a altura do perfil de aço. Já no modelo de mecanismo discreto, observou-se que o ponto de deslocamento máximo foi mais próximo do apoio interno.

**Palavras chaves:** Vigas Mistas de Aço e Concreto; Flambagem Lateral com Distorção; Enrijecedores de Alma; Mecanismo U Invertido; Análise não Linear Geométrica e Física.



Abstract: In hogging bending moment regions of steel-concrete composite beams, lateraltorsional buckling (LTB) can occur, since the compressed portion of the steel element (bottom flange and part of the web) has little restriction against lateral displacement. The design standards recommend the analysis of LTB by the inverted U-frame mechanism, which consists of two or more parallel steel beams united to the overlapping slab. There are two types of inverted U-frame mechanisms in literature: the continuous U-frame, which only has stiffeners in the internal supports, and the discrete U-frame, characterized by the presence of stiffeners welded to the web along the whole hogging moment regions. Chen (1992) tested two full-scale specimens to simulate these types of U-frames. In order to numerically evaluate the experimental results of Chen (1992), numerical models were developed in the Ansys 17 software considering the initial imperfections, both geometric and material, and a nonlinear analysis was conducted. There was a very good agreement between the numerical and experimental results of ultimate moment, and LTB was observed in the numerical models, demonstrating the efficiency of the computational simulation. It was also found in the continuous U-frame numerical model that the point of maximum lateral displacement was located approximately at a distance, in relation to the support, of 3.9 times the height of the steel profile. Differently, in the numerical model representing the discrete U-frame mechanism, it was observed that the point of maximum lateral displacement was closer to the internal support.

*Keywords:* Steel-Concrete Composite Beams; Lateral-Torsional Buckling; Web Stiffeners; U-Frame Action; Nonlinear Geometric and Physical Analysis.

# 1 INTRODUÇÃO

A flambagem lateral com distorção (FLD) ocorre nas regiões próximas aos apoios internos das vigas mistas contínuas e semicontínuas onde há momentos negativos. Como a laje impede o deslocamento lateral da mesa superior, se a alma do perfil não tiver rigidez suficiente para evitar a flexão lateral, ela distorcerá, gerando um deslocamento lateral,  $\delta$ , acompanhado de um giro na mesa inferior comprimida,  $\theta$ , conforme mostrado na Figura 1. Facilitam a manifestação desse fenômeno a flexão da laje e a deformação da conexão da laje com a face superior do perfil de aço (conexão de cisalhamento), que possibilitam a torção da seção de aço praticamente como corpo rígido.



Figura 1. Flambagem lateral com distorção

Na configuração deformada mais usual de FLD, o deslocamento lateral e o giro da mesa comprimida do perfil de aço se apresentam na forma de duas semiondas, uma em cada lado do apoio interno, que se estendem por grande parte da região de momento negativo. Segundo Johnson (2004), essa não é uma onda senoidal e o ponto de



deslocamento lateral máximo está situado entre duas e três vezes a altura do perfil de aço (*d*) em relação ao apoio interno.

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado para a verificação da FLD, similar ao da norma europeia EN 1994-1-1:2004, que consiste na determinação do momento crítico elástico ( $M_{cr}$ ), obtido por meio do mecanismo "U" invertido, como passo inicial para obtenção do momento fletor resistente. Nesse modelo, considera-se que a laje de concreto esteja sobre dois ou mais perfis de aço paralelos.

É necessário destacar que na literatura são apresentados dois tipos de mecanismos "U" invertido, usados como modelos para obtenção do  $M_{cr}$ : o contínuo e o discreto. O mecanismo "U" contínuo é caracterizado por vigas mistas com enrijecedores transversais somente nos apoios internos. Nesse tipo de mecanismo, a restrição continua é fornecida à mesa comprimida apenas por meio da laje de concreto e da alma dos perfis de aço não enrijecidos. No mecanismo "U" discreto, por sua vez, há enrijecedores transversais soldados à alma do perfil de aço regularmente espaçados em toda a região de momento negativo. Nesse caso, os enrijecedores transversais dificultam a distorção da alma, aumentando a restrição à FLD.

Por volta de 1990, apenas as normas BS 5400:1982 e ENV 1994-1-1:1992 apresentavam métodos para avaliação da FLD de vigas mistas contínuas de aço e concreto adotando o mecanismo "U" invertido. Nesses métodos, não era previsto o uso de enrijecedores ao longo da região de momento negativo, em outras palavras, apenas o mecanismo contínuo era abordado. Com o intuito de propor um método de cálculo que contemplasse essa situação, Chen (1992) ensaiou dois protótipos em escala real, sendo um com vigas mistas compondo um mecanismo "U" contínuo, protótipo U4, e outro com o mecanismo discreto, protótipo U5.

O protótipo U4 foi composto por duas vigas soldadas, com enrijecedores duplos soldados à alma no apoio, Figura 2. Para impedir o movimento lateral entre as vigas foram acrescentados contraventamentos internos na região do apoio. O protótipo U5 também foi composto por duas vigas soldadas, com as seções transversais idênticas às de U4, porém com a inclusão dos enrijecedores na região do momento negativo. Em uma metade do comprimento da viga foram adotados enrijecedores duplos, espaçados a cada 1.200 mm. Na outra metade, os enrijecedores foram projetados somente de um lado do perfil de aço, espaçados a cada 600 mm.

Nos protótipos U4 e U5 foram utilizadas lajes de concreto armado com malha dupla de barras de aço de 10 mm de diâmetro, com espaçamento entre as barras nas direções longitudinal e transversal, de 150 mm. Dois conectores com altura de 65 mm e espaçamento transversal de 85 mm foram usados por seção. O espaçamento longitudinal adotado foi de 200 mm no protótipo U4 e de 100 mm no protótipo U5. Os ensaios nos protótipos U4 e U5 foram realizados em duas etapas. Para impedir a flambagem local do protótipo U5 na segunda fase do ensaio, Chen (1992) enrijeceu os painéis da alma da seção central com cantoneiras 25 x 25 x 5 mm.



a) elevação b) seção transversal Figura 2. Elevação e seção transversal do protótipo U4 de Chen (1992)

Com os resultados experimentais, observou-se que as deformações laterais medidas no protótipo U4 foram compatíveis com os modos óbvios de FLD, aproximadamente simétricos em relação à seção central. Além disso, constatou-se que as rotações na mesa superior do perfil de aço e na laje de concreto são muito menores do que as rotações na mesa inferior do perfil, indicando que são pequenas as flexibilidades da laje e da conexão de cisalhamento quando comparadas à da alma do perfil. As deformações laterais das vigas no protótipo U4 apresentaram a forma senoidal aproximada, simétrica em relação à seção central, típica de FLD, ao longo de todo o comprimento da região de momento negativo (Figura 3-a).

No protótipo U5, Chen (1992) inicialmente observou a ocorrência de flambagem local da alma do perfil de aço próximo ao apoio interno, não sendo constatada a FLD numa das vigas. Por este motivo, o ensaio foi interrompido e cantoneiras foram soldadas às almas dos perfis com a finalidade de enrijecê-las e torna-las menos sucetíveis à flambagem local. O ensaio foi então retomado e foi possível observar o escoamento nas seções do perfil próximas ao apoio interno. Na outra viga do mecanismo U5 foi observada a FLD nas duas etapas do ensaio, acompanhada por uma severa deformação fora do plano do painel de alma enrijecido perto do apoio. No ensaio do protótipo U5 os deslocamentos laterais correspondentes ao modo de FLD se localizaram mais próximos dos apoios (Figura 3-b). Pelos resultados obtidos dos ensaios dos protótipos U4 e U5, Chen (1992) concluiu que os enrijecedores na alma do perfil de aço contribuem para a redução das distorções, particularmente nas regiões afastadas do apoio central, aumentando a resistência à FLD.



a) viga não enrijecida, protôtipo U4
b) viga enrijecida, protôtipo U5
Figura 3. Modos de flambagem lateral com distorção dos ensaios de Chen (1992)

Chen e Wang (2012) verificou se os enrijecedores soldados na alma do perfil de aço reduzem à FLD em vigas mistas de aço e concreto, analisando numericamente, com auxílio do *software* Ansys, modelos de vigas mistas com perfil de aço sem e com enrijecedores soldados na alma. Foi constatado um aumento na resistência da viga ao



incluir os enrijecedores. Para verificar a influência dos enrijecedores nas vigas mistas contínuas, no presente trabalho, simulou-se numericamente os ensaios realizados por Chen (1992), com auxílio do programa Ansys 17.0 (2016), considerando as imperfeições iniciais, geométrica e de material, e uma análise não linear geométrica e física foi realizada.

# 2 ANÁLISE NUMÉRICA

Os modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho visam a retratar o mecanismo "U" invertido de viga mista de aço e concreto para a obtenção do momento fletor resistente nominal à FLD. Como há simetria em relação ao plano que passa pelo meio da laje e é paralelo às almas dos perfis, adotou-se um modelo constituído apenas por um perfil de aço e pela metade da laje de concreto armado. Na extremidade livre correspondente ao plano de simetria da laje desse modelo foram incluídas vinculações que simulem essa condição, permitindo uma redução no número de nós e elementos do modelo numérico e, consequentemente, ganho no desempenho computacional.

## 2.1 Elementos utilizados

O modelo numérico é constituído por um perfil de aço de alma cheia, modelado com elementos de casca *Shell*181, por uma laje de concreto armado, modelada com elementos sólidos *Solid*65, e por conectores de cisalhamento pino com cabeça, modelados com elementos de viga *Beam*188. A armadura da laje foi definida de maneira dispersa utilizando propriedades especiais do elemento *Solid*65. Para simular o contato entre a laje de concreto armado e a mesa superior do perfil de aço, foram utilizados os elementos *Conta*173 e *Targe*170.

## 2.2 Relações constitutivas e propriedades dos materiais

O modelo numérico desenvolvido neste trabalho considera o comportamento não linear dos materiais. O comportamento uniaxial dos aços do perfil e da armadura é tomado como elastoplástico bilinear, Figura 4-a, no qual a primeira reta é elástica linear até a resistência ao escoamento, com módulo tangente igual ao módulo de elasticidade do aço. A segunda reta possui módulo tangente igual a 1/10.000 do módulo de elasticidade do aço para evitar problemas de convergência numérica. Assume-se que o aço segue o critério de von Mises, com regra de encruamento isotrópico, aplicável para a análise de materiais dúcteis.

As propriedades mecânicas adotadas para o aço do perfil são aquelas descritas por Chen (1992), isto é, módulo de elasticidade ( $E_a$ ) igual a 205 GPa e resistência ao escoamento ( $f_y$ ) igual a 386,5 MPa. Para a modelagem do comportamento mecânico do aço da armadura passiva, considera-se o módulo de elasticidade,  $E_s$ , igual a 210 GPa, conforme ABNT NBR 8800:2008, e a resistência ao escoamento ( $f_{ys}$ ) igual a 500 MPa,



correspondente ao aço CA-50. Para representar o aço dos conectores de cisalhamento nos modelos numéricos deste trabalho, considera-se o material como linear, com módulo de elasticidade igual ao do perfil de aço ( $E_a$ ).

O comportamento do concreto sob compressão uniaxial foi modelado com base na relação tensão-deformação da norma europeia EN 1992-1-1:2004, ilustrada esquematicamente na Figura 4-b. O módulo de elasticidade ( $E_c$ ) e a resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) são adotados de acordo com o valor fornecido no trabalho de Chen (1992), sendo iguais a 32 GPa e 38,6 MPa, respectivamente.



Figura 4. Curva tensão versus deformação dos materiais utilizados no modelo numérico

O comportamento do concreto foi simulado por meio do critério de falha de Willam-Warnke, "*default*" do elemento *Solid*65, o qual considera a perda de rigidez dos elementos por esmagamento ou por fissuração. Com o intuito de facilitar a convergência da solução numérica, o esmagamento do concreto foi desabilitado. Essa consideração também foi realizada por alguns autores como Queiroz (2003), Kotinda (2006) e Gomes (2015). De acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 e com norma europeia EN 1992-1-1:2004, a resistência à tração média pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \tag{1}$$

Apesar de Queiroz (2003) e Calenzani (2008) terem considerado os coeficientes de transferência de cisalhamento para fissuras abertas e fechadas iguais a 0,2 e 0,6, respectivamente, neste trabalho optou-se por adotar os valores propostos por Contamine *et al.* (2011), que realizaram um estudo paramétrico analisando os possíveis valores dos coeficientes de transferência de cisalhamento e concluíram que seu valor ideal é de 0,6 para fissuras abertas e de 0,9 para fissuras fechadas. O intervalo para esses coeficientes é de 0 a 1,0, onde 0 representa uma fissura lisa (perda completa de transferência de cisalhamento) e 1,0 representa uma fissura rugosa (nenhuma perda de transferência de cisalhamento).



O contato é definido por meio de vários parâmetros que caracterizam seu comportamento e podem ser modificados pelo usuário. A rigidez normal do contato é definida por meio das constantes FKN e FTOLN do elemento. A constante FKN é um fator de rigidez normal do contato e possui um intervalo de 0,01 a 1, sendo 1 o valor preestabelecido pelo Ansys 17.0 (2016). Neste trabalho, adota-se o valor de 0,1 para FKN, valor recomendado pelo manual do *software* quando a deformação predominante é a de flexão. A constante FTOLN é o fator de tolerância que verifica a compatibilidade da penetração, sendo mantido o valor padrão igual a 0,1 sugerido pela documentação do programa.

#### 2.3 Técnicas de solução numérica

Nos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho foram realizadas análises não lineares geométricas, capazes de simular grandes deslocamentos. Foram consideradas as imperfeições iniciais geométricas, oriundas do processo de fabricação do perfil de aço, e de material, correspondentes às tensões residuais, além da consideração do comportamento não linear dos materiais.

As imperfeições iniciais geométricas da mesa inferior relativas à mesa superior do perfil de aço foram medidas por Chen (1992) antes dos ensaios. Na Figura 5, a linha azul mostra a imperfeição inicial geométrica da viga U4 obtida em laboratório e digitalizada com auxílio do *software Web Plot Digitizer*. Essa curva correspondente às imperfeições geométricas foi então simplificada por meio de duas parábolas, determinadas em função do comprimento da viga. Com o intuito de se considerar na modelagem numérica a imperfeição inicial geométrica medida, deslocamentos nodais na direção transversal ao modelo, cujos valores foram determinados usando as equações da Figura 5 em função da posição do nó ao longo do comprimento da viga, foram impostos à mesa inferior do perfil de aço do protótipo U4.



Figura 5. Imperfeição geométrica inicial da mesa inferior do perfil do protótipo U4

O mesmo foi feito para o protótipo U5, cuja configuração deformada inicial pode ser ilustrada pela Figura 6. Para esse protótipo foi necessário obter mais de duas equações para a imperfeição geométrica de maneira a se obter uma melhor aproximação das medições experimentais. Nesse caso, devido ao excesso de curvas, ao invés de se definir



o deslocamento lateral em função de uma equação, foram definidos no modelo numérico pontos de deslocamentos específicos de acordo com a posição na viga.



Figura 6. Imperfeição geométrica inicial da mesa inferior do perfil do protótipo U5

As tensões residuais dos perfis de aço utilizados nos ensaios não foram medidas em laboratório. Como o perfil é soldado com borda laminada, no estudo numérico deste trabalho, a distribuição da tensão residual foi considerada linear nas mesas e na alma do perfil, conforme ilustrado na Figura 7. O valor máximo da tensão foi de 30% da resistência ao escoamento do aço, conforme prescrito pela ABNT NBR 8800:2008. Com auxílio do comando INISTATE, disponível no Ansys 17.0 (2016), aplicou-se a tensão residual nas mesas e na alma do perfil de aço.



# Figura 7. Distribuição da tensão residual no perfil de aço soldado com borda laminada adotado no modelo numérico

Após aplicar as imperfeições iniciais ao modelo numérico, a análise não linear considerando o procedimento incremental-iterativo de Newton Raphson completo (*Full Newton-Raphson Procedure*) é realizada para o protótipo U4. Foi utilizado também o método de comprimento de arco para a obtenção das respostas não lineares do modelo numérico que simula o protótipo U5. Na análise numérica deste trabalho é estabelecido um valor tolerância de convergência para as forças e para os momentos, adotando-se a norma do vetor de forças e momentos desbalanceados. Similarmente a Calenzani (2008), um valor igual a 0,1, ou seja, 10%, foi adotado como tolerância. O número máximo de iterações foi tomado igual a 400.



#### 2.4 Condições de contorno

A Figura 8 ilustra o modelo numérico completo que representa os ensaios de Chen (1992). Nela são destacados os eixos globais de referência do Ansys 17.0 (2016), além do apoio interno e da região em que foram aplicadas as forças P no modelo numérico.



Figura 8. Modelo numérico para representar os protótipos U4 e U5

Como os protótipos ensaiados por Chen (1992) são simétricos em relação ao plano médio paralelo à alma que passa pelo meio da laje, essa condição foi aproveitada para reduzir o número de elementos. Para isso, aplicou-se o comando DSYM disponível no Ansys 17.0 (2016) no plano de simetria da laje de concreto, impedindo a translação na direção global z, além das rotações em torno de x e y, conforme destacado na Figura 9. A força P foi aplicada em ambas as extremidades do modelo numérico, nos nós da face superior da laje de concreto, diretamente acima do perfil de aço. O valor dessa carga corresponde a 100 kN, sendo esse valor aplicado com incrementos iguais a 0,1 kN.



a) vista superior da laje do modelo numérico

b) vista isométrica do modelo numérico (simetria)





Os nós da base de cada conector de cisalhamento foram acoplados aos nós correspondentes da mesa superior do perfil de aço, compatibilizando-se todos os graus de liberdade (rotações e translações, conforme ilustrado na Figura 10), resultando no engastamento do conector. Como os demais nós dos conectores coincidem com os nós da laje de concreto armado, não é necessário realizar o acoplamento desses nós.



Figura 10. Acoplamento entre a mesa superior do perfil de aço e a base do conector

Para reproduzir um apoio de 2° gênero, os nós da mesa inferior correspondentes ao apoio interno foram restringidos em relação às translações nas direções x e y. Conforme ilustrado na Figura 11, na região do apoio interno da viga mista, foram restringidos na direção vertical (Uy) todos os nós da mesa inferior do perfil de aço. O nó central dessa mesa teve também restrição na direção longitudinal (Ux), impedindo o deslocamento porém permitindo o empenamento da seção transversal. Para simular o travamento lateral devido à presença das cantoneiras de contraventamento na região do apoio interno, foi restringido o deslocamento transversal (Uz) dos nós das extremidades superior e inferior do perfil. Enrijecedores transversais foram modelados nas seções transversais do apoio para anular qualquer influência de deformações locais nessa região (Figura 11-b).



Figura 11. Condições de contorno do modelo numérico

Diferentemente do protótipo U4, que possui enrijecedores apenas na região do apoio central, no protótipo U5 de Chen (1992) há enrijecedores ao longo da região de momento



negativo, os quais foram modelados (Figura 12). Além disso, Chen (1992) soldou cantoneiras próximo a região de apoio para evitar imperfeições locais nessa região.



Figura 12. Enrijecedores e cantoneira no modelo U5 de Chen (1992)

# 3 ANÁLISE DOS RESULTADOS NUMÉRICOS

## 3.1 Modelo U4

Como no ensaio do protótipo U4 realizado por Chen (1992) ocorreu FLD na primeira fase do ensaio, os resultados numéricos apresentados aqui se referem apenas a essa fase. O momento fletor resistente da simulação numérica foi igual a 320 kN.m, apenas 0,66% superior ao resultado da primeira fase do ensaio, igual a, aproximadamente, 318 kN.m.

A Figura 13 apresenta o deslocamento lateral no último subintervalo convergido da mesa inferior do perfil de aço (vista por baixo do modelo numérico) que corresponde ao momento resistente de 320 kN.m. Como pode ser observado, o modelo numérico apresenta o modo de falha caracterizado pela FLD. Nota-se, também, que o deslocamento lateral máximo da mesa inferior do perfil de aço foi de 9,3 mm, distante de, aproximadamente, 2 m do apoio interno, que corresponde a 3,9 vezes a altura do perfil de aço. O local de máximo deslocamento lateral não coincide, mas está próximo do que foi destacado por Johnson (2004) ao descrever o fenômeno da FLD, ou seja, distante do apoio interno de duas a três vezes a altura do perfil de aço.



Figura 13. Valores obtidos do deslocamento lateral no modelo numérico U4 em m



Os valores encontrados a partir da modelagem numérica do modelo U4 desenvolvida neste trabalho foram comparados com os valores obtidos no ensaio. Na Figura 14 consta o deslocamento vertical na extremidade da viga *versus* o momento no apoio aplicado na viga mista. Como pode ser observado, o resultado obtido numericamente está muito próximo do resultado medido por Chen (1992).



Figura 14. Deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U4

Durante o ensaio, também foi medido o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço ao longo do vão em dois níveis de carregamento. No primeiro nível, o momento fletor na viga mista estava próximo a 220 kN.m, enquanto no segundo, o momento fletor correspondia a, aproximadamente, 320 kN.m. Conforme se observa na Figura 15, em ambos os níveis de carregamento, o resultado obtido numericamente se aproximou do resultado do ensaio.





b) etapa com momento igual a 320 kN.m

Figura 15. Deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U4

#### 3.2 Modelo U5

Como no ensaio do protótipo U5 a FLD ocorreu apenas na segunda fase, serão apresentados os resultados numéricos referentes às duas etapas de carregamento. O momento fletor último da simulação numérica foi igual a 439 kN.m, apenas 7% superior ao da segunda fase do ensaio, igual a, aproximadamente, 407 kN.m.



A Figura 16 apresenta o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço (vista por baixo do modelo numérico) no subintervalo que forneceu o momento fletor último. Como pode ser observado, o modelo numérico apresenta o modo de falha caracterizado por FLD. Nota-se, também, que o deslocamento lateral máximo da mesa inferior do perfil de aço ficou mais próximo do apoio interno, entre dois enrijecedores, quando comparado ao protótipo U4.



Figura 16. Valores obtidos do deslocamento lateral no modelo numérico U5 em m

Os valores encontrados com a modelagem numérica do modelo U5 desenvolvida neste trabalho foram comparados com os valores obtidos experimentalmente. Na Figura 17-a consta o deslocamento vertical na extremidade da viga *versus* o momento no apoio. Como pode ser observado, o resultado obtido numericamente está localizado entre os resultados da 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> fases medidos por Chen (1992).

Durante o ensaio, também foi medido o deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço na fase de descarregamento. O momento fletor na viga mista medido no ensaio estava próximo a 404 kN.m. Pela Figura 17-b observa-se que o resultado obtido numericamente se aproximou do resultado experimental.



a) deslocamento vertical da viga mista do modelo numérico U5

b) deslocamento lateral da mesa inferior do perfil de aço do modelo U5B

Figura 17. Resultados obtidos no modelo numérico U5



### 4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram desenvolvidos modelos numéricos, com auxílio do *software* Ansys 17.0 (2016), para se obter o momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com distorção de vigas mistas contínuas de aço e concreto. Os modelos numéricos em elementos finitos retrataram os protótipos ensaiados por Chen (1992) que simulavam o comportamento de mecanismos "U" invertidos quanto à flambagem lateral com distorção.

No Item 3 foram apresentados e discutidos os resultados obtidos numericamente, confrontando-os com os resultados experimentais de Chen (1992). Observou-se uma boa concordância entre os resultados dos ensaios e os resultados numéricos. Após as análises e comparações do modelo numérico com os dados experimentais, considera-se que a modelagem numérica deste trabalho é apropriada para o estudo de FLD. Foi observado também no modelo numérico que simula o mecanismo "U" contínuo que o ponto de máximo deslocamento lateral não coincide, mas está próximo ao que foi destacado por Jonhson (2004), o qual cita que o deslocamento máximo lateral se localiza a uma distância, em relação ao apoio, de duas a três vezes a altura do perfil de aço. Já no modelo de mecanismo "U" discreto, observou-se que o ponto de deslocamento máximo foi mais próximo do apoio interno, reafirmando as observações de Chen (1992) que apontou uma contribuição dos enrijecedores para redução das distorções, particularmente nas regiões mais afastadas do apoio. Além disso, observou-se que, como esperado, ao incluir-se os enrijecedores na região de momento negativo, há um aumento no momento resistente à FLD. Esse aumento, nos modelos numéricos estudados, correspondeu à passagem de 320 kN.m na situação sem enrijecedores para 439 kN.m na viga enrijecida (um aumento de aproximadamente 37%)

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

# REFERÊNCIAS

ANSYS, INC. 2016, Release 17.0 documentation for Ansys. Canonsburg: [s.n.].

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118, 2014. Projeto de estruturas de concreto – procedimentos. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 8800, 2008. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro.



BRITISH STANDARDS INSTITUTION – BS 5400, 1982. *Steel, concrete and composite beams. Code of pratice for design of steel bridges.* Londres.

CALENZANI, A.F.G. 2008. Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Tese de doutorado – Centro de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais / Belo Horizonte.

CHEN, S. 1992. *Instability of composite beams in hogging bending*. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia, Universidade de Warwick / U.K.

CHEN, S.; WANG, X. 2012. Finite element analysis of distortional lateral buckling of composite beams with transverse web stiffeners. *Advances in Structural Engineering*, vol. 15, n. 9, pp. 1607-1616.

CONTAMINE, R.; SI-LARBI, A.; THAN, N.Q.; HAMELIN, P. 2011. Numerical modeling of reinforced concrete beams under shear stress with and without external textile-reinforced concrete reinforcement. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 30, n. 15, pp. 1293-1303.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - ENV 1991-1-1:1991. Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures: general rules and rules for buildings. Brussels.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - EN 1994-1-1:2004. Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels.

GOMES, H.D. 2015. Análise numérica de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares com concreto de alto desempenho.. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo / Vitória.

JOHNSON, R.P. 2004. *Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings*. 3 ed. Warwick, U.K.: Blackwell, 250p.

KOTINDA, T.I. 2006. *Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo / São Paulo.

QUEIROZ, F.D. 2003. *Modelos para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos*.. Dissertação de Mestrado – Centro de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais / Belo Horizonte.