IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS DE NEWTON-RAPHSON E SECANTE NO RSTUDIO PARA CÁLCULO DE RAÍZES POLINOMIAIS

SOUSA, João Paulo Tavares de[1]; **PAULA**, Fernanda Vital de[2]

RESUMO

Este trabalho resulta de um projeto de pesquisa intitulado "Solução de Equações Polinomiais Utilizando a Implementação dos Métodos Numéricos: Ponto Fixo, Newton-Raphson e Secante Via Software RStudio", desenvolvido no âmbito do PIBIC-UFNT, com o objetivo de investigar e aplicar métodos numéricos na determinação de raízes de polinômios de graus elevados, a partir da constatação de que não existe uma fórmula geral capaz de resolvê-los de maneira exata. Desse modo, o foco central foi estudar os métodos numéricos Newton-Raphson e Secante e, implementá-los no software RStudio. A metodologia adotada consiste em uma pesquisa do tipo bibliográfica, onde foram analisados as restrições e vantagens dos métodos, seguida com a implementação dos algoritmos no ambiente R e, por fim, a avaliação da eficácia dos métodos na aproximação de números irracionais. Durante a pesquisa, foi possível desenvolver e testar a funcionalidade desses métodos assim, possibilitando encontrar as raízes dos polinômios com mais agilidade, precisão e praticidade. Os resultados obtidos permitiram concluir que os métodos numéricos Newton-Raphson e Secante são ferramentas robustas que possibilitam aproximar as raízes dos polinômios, com convergência garantida de acordo com suas condições, e precisão aprimorada a cada iteração.

Palavras-chave: Métodos Numéricos. Newton-Raphson. Secante. RStudio.

I. INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

1 Bolsista do Programa de Iniciação Científica (PIBIC). Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), Centro de Ciências Integradas. joao.tavares@ufnt.edu.br.

2 Professora Doutora do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), orientadora do projeto de pesquisa. fernanda.paula@ufnt.edu.br.

O presente trabalho, resulta de um projeto de pesquisa intitulado "Solução de Equações Polinomiais Utilizando a Implementação dos Métodos Numéricos: Ponto Fixo, Newton-Raphson e Secante Via Software RStudio", inserido na Grande área de ciências Exatas e da Terra e vinculado ao tema de Cálculo Numérico, onde aborda a solução de equações polinomiais por meio da implementação dos métodos numéricos Newton-Raphson e Secante via *software* RStudio. A pesquisa se justifica pelo fato de os métodos algébricos tradicionais não fornecerem diretamente e analiticamente as raízes de equação com o grau maior que quatro. As atividades desenvolvidas, que incluíram o estudo teórico dos métodos, a criação de rotinas computacionais e uma análise comparativa, foram relevantes para a temática de automatizar os cálculos complexos e fornecer dados sobre a velocidade e precisão da convergência dessas abordagens. Assim, a pesquisa oferece uma solução moderna para o problema de impossibilidade, lentidão e imprecisão do cálculo manual, incentivando o uso de ferramentas computacionais. Desenvolvida no contexto PIBIC/UFNT, as atividades evidenciam a indissociabilidade da tríade Ensino-Pesquisa-Extensão, pois aprofundou o estudo teórico dos métodos numéricos, aplicou os conhecimentos em experimentações práticas no RStudio e disponibilizou resultados que fortalecem a formação acadêmica e o uso de tecnologias no ensino de matemática.

II. BASE TEÓRICA

De acordo com Carl e Uta (2012), não existe uma fórmula geral para as raízes de polinômios de grau maior que quatro, dessa forma, sendo necessário utilizar os métodos numéricos.

De acordo com Lopes e Ruggiero (1996), a principal ideia desses métodos se trata de uma aproximação e refinação da raiz por meio de um processo iterativo.

Entre os diversos métodos destinados ao encontro de raízes de equações, Franco (2006) afirma que o Método de Newton-Raphson é uma das técnicas mais populares para se determinar as raízes de equações não lineares. O método utiliza a primeira derivada de uma função f $(f'(x))$ para encontrar aproximações sucessivas de uma raiz de forma iterativa. Sua fórmula é dada por:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},\ f'(x) \neq 0.$$

De acordo com a autora supracitada, quando se substitui a primeira derivada $f'(x)$ do Método de Newton pelo quociente das diferenças $x_k - x_{k-1}$, tem-se o Método da Secante. A fórmula do processo iterativo para o Método da Secante é dada por:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}.$$

A convergência do Método de Newton, conforme Cambraia e Freitas (2013), é garantida a partir do Teorema da Convergência Monótona, sendo fundamental para garantir que a solução encontrada seja correta.

Com base nesses fundamentos teóricos, passou-se à etapa de aplicação prática, realizada no software RStudio, um ambiente de desenvolvimento integrado para a linguagem R. Conforme Mello e Peternelli (2013), o RStudio é uma ferramenta poderosa que integra recursos avançados para programação, depuração e visualização de dados, sendo amplamente utilizado por sua interface intuitiva e funcionalidades que facilitam a análise estatística e computacional.

III. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é divulgar as atividades desenvolvidas no projeto de iniciação científica anteriormente citado, o qual teve como propósito aprofundar matematicamente a compreensão de métodos numéricos Newton-Raphson e Secantes utilizados na determinação de raízes de equações polinomiais, bem como desenvolver rotinas no software RStudio que possibilitassem a implementação iterativa desses métodos.

Especificamente, buscou-se compreender os métodos por meio da análise de sua convergência e da investigação dos erros associados ao processo de aproximação das raízes. Visando a implementação dos métodos, o projeto propôs o uso do software RStudio, com o objetivo de adquirir familiaridade com suas funcionalidades e explorar suas aplicações. Por fim, o estudo dedicou-se à comparação dos métodos numéricos utilizando os números irracionais.

IV. METODOLOGIA

Para a execução da pesquisa, foi utilizado a metodologia pesquisa bibliográfica.

Para tal, utilizou-se obras de autores renomados em Cálculo Numérico como Ruggiero e Lopes (1996), onde foi possível compreender os métodos de iteração

Newton-Raphson e Secante, além dos critérios de parada e erros de aproximação e o funcionamento das iterações em cada método. Além disso, os livros, Cálculo: Cambraia e Freitas (2012), História da Matemática: Carl e Uta (2012), e Cálculo Numérico: Franco (2006), foram estudados para aprofundar-se em algumas particularidades dos métodos numéricos. Dado o tempo de execução do projeto, optou-se por trabalhar apenas com dois métodos.

Dando continuidade, a obra de Mello e Peternelli (2013) permitiu conhecer a linguagem R e o *software* RStudio, assim sendo possível implementar os métodos em ambiente computacional.

Após compreender os métodos numéricos, a linguagem R e o *software* RStudio, iniciou-se a implementação do método de Newton e do método da Secante com o objetivo de agilizar o processo de encontrar as raízes, pois em determinadas situações o número elevado de iterações, aliado à obtenção de resultados com muitas casas decimais, dificultam esse processo. Os exemplos resolvidos manualmente para o entendimento dos métodos também foram executados no RStudio, com o objetivo de comparar os resultados e evidenciar a eficiência do software.

Com o objetivo de analisar e comparar a velocidade de convergência dos métodos, foi realizada, no ambiente RStudio, a aproximação dos números irracionais raiz de dois $\sqrt{2}$ e número de ouro φ. Essa comparação permitiu analisar qual dos métodos convergia mais rápido para a raiz real em menos tempo e iterações e com maior precisão.

As atividades desenvolvidas, que incluíram a investigação teórica dos métodos, a criação de rotinas computacionais e a análise comparativa dos métodos por meio dos números irracionais, foram realizadas no Laboratório de Informática da Matemática (LMAT), localizado na UFNT.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Por meio do projeto de pesquisa, foi possível compreender a aplicação dos métodos de Newton-Raphson e Secante, além de suas propriedades, particularidades e condições de convergência. Também foi possível uma familiarização com a linguagem R e o software RStudio. Uma das sequências de códigos desenvolvidos para implementar o método de Newton-Raphson é exibida na Figura 1.1, a título de exemplificação.

Figura 1.1: Exemplo de implementação do método de Newton-Raphson no RStudio

```
newton_raphson <- function(f, f_prime, x0, tol = 1e-5, max_iter
    = 100) {
  x <- x0
  for (i in 1:max_iter) {
    fx <- f(x)
    fpx <- f_prime(x)
    if (abs(fpx) < .Machine$double.eps) {
      stop("A derivada se aproximou de zero. Metodo falhou.")
    }
    x_new <- x - fx / fpx
    if (abs(x_new - x) < tol) {
      return(list(raiz = round(x_new, 6), iteracoes = i))
    }
    x <- x_new
  }
  warning("Numero maximo de iteracoes atingido.")
  return(list(raiz = x, iteracoes = max_iter))
}

f <- function(x) { x^5 - 10/9*x^3 + 5/21*x }
f_prime <- function(x) { 5*x^4 - 30/9*x^2 +5/21 }

resultado_nr <- newton_raphson(f, f_prime, x0 = -0.8)
print(resultado_nr)
```

Fonte: Autoria própria.

Para comparar ambos os métodos entre si e com outros amplamente utilizados na aproximação de raízes de funções no que diz respeito à velocidade de convergência, número de iterações e precisão, realizou-se uma análise comparativa entre os métodos de Newton-Raphson, Secante, Posição Falsa e Bisseção, explorando também as vantagens computacionais oferecidas pelo RStudio.

Para fazer essa análise, foram utilizados os números irracionais φ (número de ouro) e $\sqrt{2}$ (raiz de dois), onde, foram considerados os polinômios $f(x) = x^2 - x - 1$ e $p(x) = x^2 - 2$ sendo, a raiz de $f(x)$ o número de ouro e de $p(x)$ a raiz de dois. Foram adicionadas aos códigos desenvolvidos no RStudio três funções complementares: uma para marcar o tempo de execução e identificar o método mais rápido; outra para contabilizar o número total de iterações necessárias à obtenção das raízes; e uma terceira destinada ao cálculo da precisão das aproximações.

Com base nos resultados apresentados nos Quadros 1.1 e 1.2, é possível observar diferenças significativas no comportamento dos métodos numéricos aplicados.

Quadro 1.1: Comparação entre métodos numéricos para o número de ouro φ

	Bissecção	Posição Falsa	Newton	Secante
Dados Iniciais	[1,2]	[1,2]	1	1 e 2
Raiz Aproximada	1,6180305481	1,6180327869	1,6180339887	1,6180339887
Iterações	17	7	6	5
Velocidade	0	0,00208	0	0,005
Erro Absoluto	3,441 × 10^{-6}	1,202 × 10^{-6}	0	0

Quadro 1.2: Comparação entre métodos numéricos para a raiz de dois $\sqrt{2}$

	Bisseção	Posição Falsa	Newton	Secante
Dados Iniciais	[1,2]	[1,2]	1	1 e 2
Raiz Aproximada	1,4142112732	1,414213198	1,4142135624	1,4142135624
Iterações	17	8	5	5
Velocidade	0	0,0015	0	0,003
Erro Absoluto	2,289 × 10^{-6}	3,644 × 10^{-7}	0	0

O método da Bisseção, embora seja considerado um dos mais simples e robustos, apresentou o maior número de iterações nos dois casos analisados, demonstrando uma convergência mais lenta, enquanto, os métodos de Newton-Raphson e da Secante mostraram-se mais eficientes, alcançando as raízes com um número reduzido de iterações e tempos de execução praticamente instantâneos. O método da Posição Falsa apresentou um desempenho intermediário, convergiu mais rapidamente que a Bisseção, mas não superou a velocidade e precisão dos métodos de Newton e da Secante. Esses resultados evidenciam que, embora todos os métodos sejam válidos e eficazes para a obtenção de aproximações numéricas, os métodos de Newton e da Secante tendem a oferecer maior eficiência em menor tempo.

VI. CONCLUSÃO/CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da pesquisa abordada neste trabalho permitiu investigar, compreender e aplicar métodos numéricos para a resolução de equações polinomiais. A análise comparativa dos métodos utilizados para aproximar os números, $\sqrt{2}$ (raiz de dois) e φ (número de ouro), mostrou que o método de Newton Raphson e da Secante apresentaram maior eficiência em relação aos métodos da Posição Falsa e Bisseção, com menos iterações e tempos de execução quase instantâneos, além de uma boa precisão.

Os resultados obtidos mostram que o uso de ferramentas computacionais, como o RStudio, amplia significativamente a aplicação dos métodos numéricos, reduzindo o tempo de execução, minimizando erros manuais e permitindo análises comparativas mais completas.

Como produto do projeto, foi elaborado um material escrito que sistematiza os principais conceitos, resultados e procedimentos desenvolvidos, com o intuito de colaborar com a comunidade científica e auxiliar estudantes e pesquisadores interessados no tema. Dessa forma, o trabalho reforça a importância da integração entre ensino, pesquisa e a utilização de ferramentas computacionais na formação científica e no avanço da aprendizagem matemática.

VII. REFERÊNCIAS

CAMBRAIA, J. Ady; FREITAS, M. Braz**. Cálculo II**. Viçosa, MG: UFV, 2013.

CARL, B. Boyer; UTA, C. Merzbach**. História da Matemática.** 3° ed. São Paulo: Blucher, 2012.

FRANCO, B. Neide. **Cálculo Numérico**, São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

LOPES, R. L. Vera.; RUGGIERO, G. A. Márcia. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**, 2. Ed. São Paulo: Makron, s.d.

MELLO, P. Marcio; PETERNELLI, A. Luiz **Conhecendo o R: uma visão mais que estatística**. Viçosa, MG: UFV, 2013.

VIII. AGRADECIMENTOS

Agradeço a Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) pelo apoio institucional, pelo estímulo proporcionado por meio da bolsa durante o desenvolvimento da pesquisa e, em especial, à minha orientadora Fernanda Vital de Paula e minha companheira Maria Luiza Araujo Silva por fazerem parte desse projeto.