


Custo Econômico da Instabilidade: Regularização, Fricções e Mercado Brasileiro

Diego Lopes da Silva^{†, a} 

Rafael Bráz A. Farias^{‡, b} 

^aDepartamento de Estatística e Matemática Aplicada/UFC

^bPrograma de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos/UFC

Resumo

A instabilidade dos pesos em portfólios de média–variância impõe custos econômicos relevantes sob fricções, mas esse canal permanece pouco explorado. Este artigo investiga essa relação no mercado brasileiro, mostrando que o mal condicionamento da covariância amplifica erros de estimação, gera instabilidade dos pesos e eleva o turnover, deteriorando o retorno líquido. Com 37 ações, janelas *rolling* de 60 meses e avaliação fora da amostra entre 2020 e 2025, comparamos o modelo clássico com regularizações LASSO, Ridge, Elastic Net e o estimador Ledoit-Wolf. O condicionamento da covariância explica a instabilidade no modelo clássico e no Ridge, mas modelos com componente ℓ_1 tornam essa relação não significativa. O Ledoit-Wolf reduz o turnover em 41% e apresenta o melhor Sharpe líquido (0,081 contra 0,037). Regressão com erros HAC confirma que a instabilidade impacta o retorno líquido após controle por risco, evidenciando que a escolha do estimador afeta o desempenho pela estabilidade dos pesos.

Palavras-chave: Otimização média–variância, instabilidade de portfólio, matriz de covariância, regularização (LASSO, Ridge e Elastic Net), custos de transação, mercado financeiro brasileiro.

Códigos JEL: G11, C58, C61, C63, G15

1. Introdução

A formulação clássica da otimização média–variância em [Markowitz \(1952\)](#) desconsidera custos de transação associados à variação temporal dos

Como citar: da Silva, D. L. & Farias, R. B. A. (2025). Custo Econômico da Instabilidade: Regularização, Fricções e Mercado Brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças*, 24, e202601. <https://doi.org/10.xxxx/xxxx>

Submetido em January 1, 2026. Publicado *on-line* em March 31, 2026.

Editor responsável: Mr. Editor.

[†]diegolpes77@gmail.com

[‡]rafael@dema.ufc.br

pesos ótimos, uma omissão relevante em ambientes com fricções de mercado. O modelo original é formulado em um único período e não incorpora os custos de transação gerados pela variação dos pesos ótimos ao longo do tempo. Esse problema é particularmente relevante do ponto de vista econômico: em ambientes com fricções, a instabilidade dos pesos implica ajustes frequentes de posição que elevam custos de transação, reduzem retornos líquidos e podem tornar estratégias aparentemente ótimas *ex-ante* economicamente inviáveis *ex-post*. No mercado brasileiro, estudos clássicos estimam custos bilaterais de transação para ações líquidas entre 20 e 100 pontos-base (Sanvicente e Bellato, 2004; Rochman e Eid Junior, 2008), valores que permanecem como referência na literatura, em um ambiente no qual a volatilidade dos ativos é historicamente superior à observada em mercados desenvolvidos. Esse contexto torna o custo da instabilidade economicamente concreto. Este artigo pergunta: quanto custa, em termos de retorno líquido, a instabilidade estrutural dos pesos ótimos de Markowitz? E em que medida a regularização elimina esse custo?

Por *instabilidade dos pesos* entendemos o deslocamento estrutural entre períodos consecutivos, medido pela norma $\|\Delta w\|_2 = \|w_t - w_{t-1}\|_2$. Diferentemente de métricas tradicionais como *turnover*, que capturam o volume efetivo de negociação, $\|\Delta w\|_2$ mede a instabilidade estrutural da solução do problema de otimização, independentemente de restrições operacionais ou regras de rebalanceamento. Essa instabilidade, por sua vez, gera turnover excessivo e, sob fricções de mercado, deteriora o retorno líquido do investidor. Sua causa matemática reside no mal condicionamento da matriz de covariância amostral $\hat{\Sigma}$: quando o número de condição $\kappa(\hat{\Sigma}) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ é elevado, a inversão de $\hat{\Sigma}$ amplifica erros de estimação, de modo que pequenas variações nos dados produzem grandes deslocamentos nos pesos ótimos (Ledoit e Wolf, 2004). No período analisado (2020–2025), encontramos $\kappa(\hat{\Sigma})$ médio de 2.659, atingindo 3.845 em março de 2020, o que indica um elevado potencial de amplificação de erros de estimação durante a crise da COVID-19. Esse nível de condicionamento não é exceção no mercado brasileiro: é a regra.

A literatura internacional avançou na mitigação desse problema por dois caminhos. O primeiro regulariza os pesos: Brodie et al. (2009) introduziram a penalidade ℓ_1 no contexto de portfólios, produzindo soluções esparsas e estáveis (regularização via LASSO), enquanto a regularização ℓ_2 (regularização Ridge), equivalente à adição de um múltiplo da identidade à covariância (Tikhonov), suaviza os pesos sem zerá-los. O Elastic Net (Zou e Hastie, 2005) combina ambas as penalidades. O segundo caminho regulariza a própria *covariância*: o estimador de encolhimento de Ledoit e Wolf (2004) reduz $\kappa(\hat{\Sigma})$ analiticamente, sem calibração manual, estabilizando o problema antes da otimização.

A distinção entre os dois caminhos tem consequência empírica direta e reflete mecanismos econômicos distintos: enquanto a regularização da covariância atua na qualidade da informação utilizada na otimização, a regularização dos pesos impõe diretamente restrições à sensibilidade da solução, reduzindo sua resposta a perturbações nos dados. Assim, a regularização via LASSO pode desacoplar o portfólio da fragilidade estrutural de $\hat{\Sigma}$, tornando $\|\Delta w\|_2$ insensível a variações em $\kappa(\hat{\Sigma})$, ao passo que a regularização Ridge atenua esse efeito sem eliminá-lo. Verificar essa distinção empiricamente é um dos objetivos centrais deste artigo.

DeMiguel et al. (2009) documentaram que estratégias regularizadas raramente superam o portfólio equiponderado em termos de Sharpe bruto fora da amostra, resultado atribuído ao ruído na estimação de retornos esperados. Seu trabalho, porém, não distingue o efeito da regularização sobre a instabilidade estrutural dos pesos do seu efeito sobre o desempenho bruto, nem incorpora explicitamente custos de transação na comparação. Em mercados com altas fricções como o brasileiro, essa omissão é particularmente relevante. No Brasil, os estudos sobre otimização de portfólios concentram-se predominantemente em modelos fatoriais e estratégias de seleção (Caldeira et al., 2013; Müller e Righi, 2016), sem investigar a cadeia causal entre condicionamento de $\hat{\Sigma}$, instabilidade dos pesos e custo econômico sob fricções reais da B3. Esta é a lacuna que o presente artigo endereça.

Este artigo contribui para a literatura ao conectar explicitamente propriedades numéricas do problema de otimização com seus efeitos econômicos em ambientes com fricções. As contribuições são duas. Primeiro, demonstramos que a regularização esparsa (LASSO e Elastic Net) desacopla estruturalmente o portfólio do condicionamento de $\hat{\Sigma}$: $\kappa(\hat{\Sigma})$ não prediz $\|\Delta w\|_2$ nesses modelos ($p > 0,33$), enquanto no modelo clássico e na regularização Ridge a relação é fortemente significativa ($p < 0,001$). Esse resultado implica que, em períodos de crise, os modelos esparsos preservam estabilidade estrutural precisamente quando o modelo clássico é mais frágil.

Segundo, quantificamos o custo econômico dessa instabilidade sob fricções reais da B3. Com custos de 50 bps, o modelo clássico perde 0,81% ao ano em transações, contra 0,48% do estimador Ledoit-Wolf, que reduz turnover em 41% e resulta em Sharpe líquido mais que o dobro do clássico (0,081 contra 0,037). Regressão com erros robustos à autocorrelação (HAC) é consistente com a hipótese de que a instabilidade estrutural impacta negativamente o retorno líquido por um canal distinto do risco, com $\beta(\|\Delta w\|_2) = -3,364$ ($p = 0,028$), controlando por volatilidade realizada e efeitos fixos por modelo.

Para desenvolver esses achados, o artigo está organizado como segue. A

Seção 3 formaliza os modelos de regularização e as métricas de instabilidade. A Seção 4 descreve os dados e o período amostral. A Seção 5 apresenta os resultados empíricos. A Seção 6 conclui. Os resultados indicam que a regularização esparsa oferece uma propriedade até então não documentada no mercado brasileiro: estabilidade estrutural precisamente nos momentos em que o modelo clássico é mais frágil.

2. Literatura Relacionada

A construção moderna de portfólios tem raízes no trabalho seminal de Markowitz (1952), que formalizou o problema de seleção de ativos como um exercício de otimização média-variância. A contribuição central foi demonstrar que a diversificação não é apenas uma heurística intuitiva, mas uma consequência matemática da correlação imperfeita entre os retornos dos ativos. A fronteira eficiente, conjunto de portfólios que maximiza o retorno esperado para cada nível de variância, tornou-se a referência normativa da teoria de finanças. Contudo, sua implementação empírica revelou uma limitação estrutural relevante: os parâmetros necessários à otimização, a saber, o vetor de retornos esperados e a matriz de covariância, precisam ser estimados a partir de dados históricos, e essas estimativas são ruidosas e instáveis. Mais importante, a formulação original é estática e não incorpora explicitamente os efeitos dinâmicos da reestimação dos parâmetros sobre a alocação de portfólio, o que limita sua aplicabilidade em ambientes com fricções.

DeMiguel et al. (2009) documentaram a consequência prática dessa limitação em um estudo que se tornou referência na literatura. Comparando 14 modelos de portfólio com a regra equiponderada $1/N$ em sete conjuntos de dados empíricos, os autores mostraram que nenhum modelo otimizado superou consistentemente a heurística igualitária em termos de Sharpe ratio fora da amostra. O mecanismo central é o erro de estimação: para que uma estratégia de mínima variância com 25 ativos supere o $1/N$ de forma confiável, seriam necessários aproximadamente 3.000 meses de dados históricos estáveis, requisito que nenhum mercado satisfaz. Esse resultado deslocou o debate acadêmico da busca pelo portfólio ótimo teórico para a questão da robustez fora da amostra, abrindo espaço para abordagens de regularização. No entanto, essa literatura enfatiza principalmente o desempenho fora da amostra, sem investigar diretamente os mecanismos estruturais que geram instabilidade nos pesos nem seus efeitos econômicos sob fricções de mercado.

Destaca-se que raiz matemática da instabilidade reside no condicionamento da matriz de covariância amostral. Quando o número de condição $\kappa(\hat{\Sigma}) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ é elevado, a inversão de $\hat{\Sigma}$ amplifica erros de estimação, produzindo

pesos ótimos extremamente sensíveis a pequenas variações nos dados. [Ledoit e Wolf \(2004\)](#) propuseram uma solução analítica para esse problema: o estimador de encolhimento (*shrinkage*), que combina linearmente a matriz de covariância amostral com um alvo estruturado, tipicamente um múltiplo da identidade:

$$\hat{\Sigma}_{LW} = (1 - \alpha)\hat{\Sigma} + \alpha\bar{\sigma}^2I, \quad (1)$$

em que o coeficiente α é estimado analiticamente de modo a minimizar a norma de Frobenius entre o estimador e a covariância verdadeira. O resultado é uma matriz definida positiva e bem condicionada, mesmo quando o número de ativos é da mesma ordem de grandeza do número de observações. A abordagem de Ledoit-Wolf estabiliza o problema antes da otimização, atuando sobre a causa da instabilidade e não apenas sobre seus sintomas. Ainda assim, essa linha de pesquisa concentra-se na qualidade da estimação da covariância, sem examinar de forma sistemática como essa melhora se traduz em estabilidade dos pesos ao longo do tempo e, sobretudo, em desempenho líquido após custos de transação.

Um segundo caminho de regularização atua diretamente sobre os pesos do portfólio. [Brodie et al. \(2009\)](#) formalizaram a adição de uma penalidade ℓ_1 ao problema de Markowitz:

$$\min_w w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda \|w - w_{\text{ref}}\|_1 \quad \text{s.a.} \quad \mathbf{1}^\top w = 1, w \geq 0, \quad (2)$$

com w_{ref} um portfólio de referência, tipicamente o equiponderado. A penalidade ℓ_1 induz esparsidade: pesos que se afastam do benchmark são zerados, produzindo portfólios com poucas posições ativas e menor custo de monitoramento. Em testes empíricos com conjuntos de dados Fama–French, os autores mostram que portfólios esparsos superam significativamente o $1/N$ em termos de Sharpe ratio, resultado que contrasta com as conclusões de [DeMiguel et al. \(2009\)](#) para modelos não regularizados. A penalidade ℓ_1 atua ainda como uma aproximação implícita dos custos de transação proporcionais ao valor bruto do portfólio, alinhando a otimização matemática às restrições práticas de execução. Contudo, essa interpretação permanece essencialmente indireta, não sendo avaliada em um ambiente empírico com custos de transação explicitamente modelados.

A regularização ℓ_2 , equivalente à adição de λI à matriz de covariância ([Tikhonov e Arsenin, 1977](#)), representa uma alternativa que suaviza os pesos sem zerá-los. Enquanto a penalidade ℓ_1 produz soluções esparsas, a ℓ_2 distribui os pesos de forma mais uniforme, reduzindo a concentração sem eliminar posições. O Elastic Net, proposto por [Zou e Hastie \(2005\)](#), combina as duas

penalidades em um único problema de otimização:

$$\min_w w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda_1 \|w - w_{\text{ref}}\|_1 + \lambda_2 \|w\|^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^\top w = 1, w \geq 0. \quad (3)$$

O componente ℓ_2 garante que ativos altamente correlacionados recebam pesos similares, enquanto o componente ℓ_1 impõe esparsidade. No contexto de portfólios, essa propriedade é particularmente relevante: grupos de ativos correlacionados, como ações do mesmo setor, são tratados de forma coerente, em vez de arbitrariamente eliminados, como pode ocorrer com o LASSO isolado. Apesar disso, a literatura ainda carece de evidência sistemática sobre como diferentes formas de regularização afetam a estabilidade temporal dos pesos e sua relação com o condicionamento da matriz de covariância.

A quantificação empírica dos custos de transação representa o terceiro eixo da literatura relevante. [Frazzini et al. \(2018\)](#) analisaram US\$ 1,7 trilhão em dados de negociação institucional e documentaram que o impacto de preço cresce como função côncava da taxa de participação no mercado, aproximadamente segundo uma relação de raiz quadrada. Esse resultado implica que estratégias com alto turnover incorrem em custos crescentes à medida que ganham escala, e que a redução do turnover via regularização tem valor econômico direto e não linear. Os autores também mostram que os custos reais de gestores institucionais sofisticados são frequentemente uma ordem de grandeza menores do que estimativas baseadas em dados públicos. Ainda assim, essa literatura não conecta explicitamente o problema de instabilidade dos pesos à geração endógena de turnover em modelos de otimização.

No cenário brasileiro, [Caldeira et al. \(2013\)](#) exploraram o uso de modelos fatoriais para seleção de portfólios no mercado da B3, documentando que a estrutura de fatores oferece uma base mais robusta para a estimação da covariância em contextos com séries históricas mais curtas ou sujeitas a quebras estruturais. [Müller e Righi \(2016\)](#) investigaram modelos de covariância aplicados à otimização de carteiras no mercado brasileiro e evidenciaram que estimadores alternativos à covariância amostral, em especial o shrinkage de [Ledoit e Wolf \(2004\)](#), produzem portfólios mais estáveis e com melhor desempenho fora da amostra. Esses trabalhos indicam que as condições do mercado brasileiro — com volatilidade historicamente elevada e maior sensibilidade a quebras de regime — tornam o problema da instabilidade estrutural mais severo do que nos contextos em que os métodos originais foram propostos. No entanto, permanecem focados em desempenho e qualidade de estimação, sem integrar explicitamente instabilidade, turnover e custos de transação em um mesmo arcabouço empírico.

Este artigo avança essa literatura em duas dimensões. Primeiro, distingue

empiricamente o mecanismo pelo qual diferentes formas de regularização afetam a dependência entre condicionamento de $\hat{\Sigma}$ e instabilidade dos pesos, resultado ainda não documentado sistematicamente. Segundo, quantifica o custo econômico dessa instabilidade sob fricções reais da B3, integrando a análise de desempenho bruto, turnover e retorno líquido em um arcabouço unificado.

3. Metodologia

Esta seção descreve a estratégia empírica adotada para investigar a relação entre condicionamento da matriz de covariância, instabilidade dos pesos e custo econômico sob fricções de mercado. Inicialmente, definimos o portfólio de mínima variância e suas extensões regularizadas. Em seguida, apresentamos o procedimento de seleção de hiperparâmetros via validação cruzada em série temporal, o protocolo de estimação *rolling window* e as métricas utilizadas para quantificar instabilidade e desempenho. Por fim, descrevemos a incorporação de custos de transação e os testes estatísticos empregados para avaliar os resultados.

3.1 Portfólio de Mínima Variância

O portfólio de referência é o de mínima variância com restrição de não-negatividade dos pesos (*long-only*) dado por:

$$\min_w w^T \hat{\Sigma} w \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^T w = 1, \quad w \geq 0, \quad (4)$$

em que $w \in \mathbb{R}^N$ é o vetor de pesos, $N = 37$ é o número de ativos e $\hat{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ é a matriz de covariância estimada por janela *rolling* de 60 meses.

O problema (4) é resolvido numericamente via programação quadrática convexa utilizando o solver ECOS, com *fallback* para SCS em caso de não-convergência. Após a solução, pesos inferiores a 10^{-6} são zerados e o vetor é renormalizado para garantir $\mathbf{1}^T w = 1$. A restrição de não-negatividade reflete limitações operacionais relevantes no mercado brasileiro, como custos de aluguel de ativos e restrições institucionais, além de evitar soluções extremas associadas a posições vendidas em contextos de alta instabilidade.

O portfólio equiponderado $1/N$, com $w_i = 1/N$ para todo i , serve como benchmark adicional de referência, seguindo [DeMiguel et al. \(2009\)](#).

3.2 Modelos de Regularização

3.2.1 Regularização ℓ_1 (LASSO)

A penalidade ℓ_1 é adicionada ao problema de mínima variância como desvio em relação ao portfólio equiponderado $w_{\text{ref}} = \mathbf{1}/N$ é dado por

$$\min_w w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda \|w - w_{\text{ref}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^\top w = 1, \quad w \geq 0. \quad (5)$$

A penalidade ℓ_1 induz esparsidade: pesos que se afastam do portfólio de referência são zerados, reduzindo o número de posições ativas e o volume de rebalanceamento. Temos que, com restrição $w \geq 0$, a norma $\|w\|_1 = \mathbf{1}^\top w = 1$ é constante, de modo que a penalidade sobre o desvio $\|w - w_{\text{ref}}\|_1$ é a formulação correta para induzir esparsidade relativa ao benchmark. Adicionalmente, essa formulação reduz a sensibilidade da solução a pequenas perturbações na matriz de covariância, atuando como mecanismo direto de controle da instabilidade dos pesos.

3.2.2 Regularização ℓ_2 (Ridge)

A penalidade ℓ_2 , equivalente à regularização de Tikhonov, é implementada adicionando λI à diagonal da matriz de covariância antes da otimização, ou seja:

$$\min_w w^\top (\hat{\Sigma} + \lambda I) w \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^\top w = 1, \quad w \geq 0. \quad (6)$$

Diferentemente da penalidade ℓ_1 , a penalidade ℓ_2 suaviza os pesos sem zerá-los, reduzindo a concentração e mantendo todas as posições ativas. A adição de λI melhora o condicionamento numérico de $\hat{\Sigma}$, reduzindo $\kappa(\hat{\Sigma} + \lambda I)$ em relação a $\kappa(\hat{\Sigma})$. No entanto, embora melhore o condicionamento da matriz, essa abordagem não impõe restrições diretas à variação temporal dos pesos, de modo que sua capacidade de reduzir instabilidade estrutural é indireta.

3.2.3 Elastic Net

O Elastic Net combina as penalidades ℓ_1 e ℓ_2 em um único problema:

$$\min_w w^\top \hat{\Sigma} w + \lambda_1 \|w - w_{\text{ref}}\|_1 + \lambda_2 \|w\|^2 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{1}^\top w = 1, \quad w \geq 0. \quad (7)$$

O componente ℓ_1 induz esparsidade relativa ao benchmark, enquanto o componente ℓ_2 garante que ativos altamente correlacionados recebam pesos similares, evitando a seleção arbitrária entre ativos substitutos (Zou e Hastie, 2005). Essa combinação permite equilibrar estabilidade estrutural e parcimônia, mitigando tanto a sensibilidade a ruído quanto a concentração excessiva em poucos ativos.

3.2.4 Estimador Ledoit-Wolf

O estimador de Ledoit-Wolf regulariza a própria matriz de covariância antes da otimização, combinando linearmente a covariância amostral com um alvo estruturado. Ele é definido como:

$$\hat{\Sigma}_{LW} = (1 - \alpha)\hat{\Sigma} + \alpha\bar{\sigma}^2 I, \quad (8)$$

em que $\bar{\sigma}^2$ é a variância média dos ativos e $\alpha \in [0,1]$ é o coeficiente de encolhimento estimado analiticamente de modo a minimizar a norma de Frobenius $\|\hat{\Sigma}_{LW} - \Sigma\|_F$ (Ledoit e Wolf, 2004). O resultado é uma matriz sempre definida positiva e bem condicionada. Ao contrário das penalidades ℓ_1 e ℓ_2 , o estimador Ledoit-Wolf não requer calibração manual de hiperparâmetros. Neste artigo, o coeficiente α é estimado por período via implementação analítica de Ledoit e Wolf (2004), disponível na biblioteca *scikit-learn* (Pedregosa et al., 2011). No período amostral, o α médio estimado foi de 0,236 (mínimo: 0,200; máximo: 0,291), indicando que a covariância amostral precisou de regularização substancial em todos os períodos.

3.3 Seleção de Hiperparâmetros via Walk-Forward Cross-Validation

Os hiperparâmetros λ (ℓ_1 e ℓ_2) e (λ_1, λ_2) (Elastic Net) são selecionados por *Walk-Forward Cross-Validation* com *TimeSeriesSplit*, respeitando a ordem temporal dos dados e evitando *data leakage*.

Para cada período t da janela *rolling*:

1. A janela de 60 meses é subdividida em $K = 3$ folds temporais internos, com mínimo de 36 meses de treino;
2. Para cada valor de λ no *grid* $\{0,001, 0,003, 0,005, 0,007, 0,01, 0,02, 0,05\}$, calculam-se os pesos ótimos na janela de treino e a variância realizada na janela de validação;
3. O hiperparâmetro ótimo λ_t^* minimiza a variância média fora da amostra nos K folds:

$$\lambda_t^* = \operatorname{argmin}_{\lambda} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \widehat{\operatorname{Var}}_k(w_{\lambda}), \quad (9)$$

em que $\widehat{\operatorname{Var}}_k(w_{\lambda}) = w_{\lambda}^T \hat{R}_k^T \hat{R}_k w_{\lambda} / T_k$ é a variância realizada do portfólio na janela de validação k ;

4. Os pesos finais para o período t são calculados com λ_t^* sobre a janela completa de 60 meses.

O critério de minimização da variância fora da amostra é consistente com o objetivo do modelo de mínima variância e evita a estimação ruidosa de retornos esperados (DeMiguel et al., 2009). Embora o critério de seleção não incorpore explicitamente custos de transação, essa escolha isola o efeito da regularização sobre a instabilidade estrutural dos pesos, permitindo avaliar posteriormente seu impacto econômico de forma independente. O hiperparâmetro pode variar entre períodos, capturando mudanças no regime de volatilidade.

3.4 Janela Rolling e Período Out-of-Sample

A estimação segue o protocolo *rolling window*: em cada período t , a matriz de covariância $\hat{\Sigma}_t$ é estimada com os 60 meses imediatamente anteriores ($t - 59$ a t). Os pesos ótimos w_t são então aplicados no período seguinte ($t + 1$), cujo retorno realizado é registrado. Esse protocolo garante que nenhuma informação futura contamina a estimação dos pesos. Esse procedimento replica uma estratégia implementável em tempo real, garantindo que todas as decisões de alocação sejam baseadas exclusivamente em informação disponível no momento da decisão.

O período *in-sample* cobre fevereiro/2015 a janeiro/2020 (primeira janela de 60 meses). O período *out-of-sample* (OOS) cobre março/2020 a janeiro/2025 (59 observações mensais), abrangendo a crise da COVID-19, o ciclo de alta da Selic de 2% a 13,75% e a subsequente estabilização.

3.5 Métricas de Instabilidade

Definimos duas métricas complementares de instabilidade dos pesos:

- **Instabilidade estrutural** (norma ℓ_2): $\mathcal{I}_t = \|w_t - w_{t-1}\|_2$, que mede o deslocamento geométrico do portfólio e penaliza movimentos grandes e concentrados em poucos ativos;
- **Turnover** (norma ℓ_1): $\text{TV}_t = \|w_t - w_{t-1}\|_1 = \sum_{i=1}^N |w_{t,i} - w_{t-1,i}|$, que mede o volume total de negociação necessário para o rebalanceamento.

As duas métricas capturam dimensões distintas da instabilidade: \mathcal{I}_t é sensível a deslocamentos estruturais do portfólio, enquanto TV_t reflete o custo operacional do rebalanceamento. Essa distinção é central para a análise empírica: enquanto a instabilidade estrutural captura a sensibilidade do modelo, o turnover traduz essa instabilidade em custos econômicos efetivos. O condicionamento da matriz de covariância é medido por $\kappa(\hat{\Sigma}) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$, indicador da amplificação máxima de erros de estimação na inversão de $\hat{\Sigma}$.

3.6 Custo Econômico e Retorno Líquido

O retorno líquido desconta os custos de transação proporcionais ao turnover:

$$R_{t+1}^{\text{líq}} = R_{t+1}^{\text{bruto}} - c \cdot \text{TV}_t, \quad (10)$$

em que c é o custo bilateral por unidade de turnover. Testamos três cenários: conservador ($c = 20$ bps, referente a *blue chips* líquidas), base ($c = 50$ bps, média da B3) e estressado ($c = 100$ bps, típico de ativos de menor liquidez). Esses valores são calibrados com base em estimativas da literatura brasileira (Caldeira et al., 2013; Müller e Righi, 2016). Essa especificação assume custos lineares em relação ao turnover, uma aproximação comum na literatura empírica. Embora evidências sugiram que custos possam crescer de forma não linear com o volume negociado (Frazzini et al., 2018), a formulação linear permite uma interpretação direta do impacto marginal da instabilidade sobre o retorno líquido.

O Sharpe ratio líquido é calculado sobre a série $\{R_t^{\text{líq}}\}$ com taxa livre de risco mensal de $r_f = 0,797\%$ (equivalente a 10% ao ano, proxy do CDI médio no período):

$$\widehat{SR}^{\text{líq}} = \frac{\bar{R}^{\text{líq}} - r_f}{\hat{\sigma}(R^{\text{líq}})} \cdot \sqrt{12}, \quad (11)$$

com $\bar{R}^{\text{líq}}$ e $\hat{\sigma}(R^{\text{líq}})$ representando a média e o desvio padrão amostrais dos retornos líquidos mensais.

3.7 Testes Estatísticos

3.7.1 Comparação de Sharpe: Jobson-Korkie

A igualdade dos Sharpe ratios entre dois modelos é testada pelo procedimento de Jobson e Korkie (1981) com a correção de viés de Memmel (2003). Para dois portfólios a e b com retornos em excesso $\{e_{a,t}\}$ e $\{e_{b,t}\}$, a estatística de teste é:

$$z_{JK} = \frac{\hat{SR}_a - \hat{SR}_b}{\sqrt{\hat{V}}}, \quad (12)$$

onde \hat{V} é a variância assintótica da diferença dos Sharpe ratios, estimada via correção de Memmel como função das variâncias e covariância das séries de excesso de retorno. Sob $H_0 : SR_a = SR_b$, $z_{JK} \sim N(0,1)$ assintoticamente.

3.7.2 Evidência Empírica da Relação Estrutural

Para testar a relação entre instabilidade estrutural e desempenho líquido, estimamos a regressão:

$$R_{m,t}^{\text{líq}} = \alpha + \beta_1 \mathcal{I}_{m,t} + \beta_2 \hat{\sigma}_{m,t} + \sum_{m'} \gamma_{m'} D_{m'} + \varepsilon_{m,t}, \quad (13)$$

em que m indexa o modelo, t indexa a janela de 12 meses, $\mathcal{I}_{m,t}$ é a instabilidade estrutural média na janela, $\hat{\sigma}_{m,t}$ é a volatilidade realizada (controle de risco) e $D_{m'}$ são dummies de modelo (efeitos fixos). Os erros padrão são estimados pelo método HAC de Newey-West com 5 lags (Newey e West, 1987), corrigindo simultaneamente heteroscedasticidade e autocorrelação serial, confirmada pelo teste de Durbin-Watson ($DW \approx 0,45$). Essa especificação não tem interpretação causal estrita, mas permite avaliar associações consistentes com o mecanismo teórico proposto, controlando por heterogeneidade entre modelos e condições de risco.

Para verificar o elo inicial da relação ($\kappa(\hat{\Sigma}) \rightarrow \mathcal{I}$), estimamos regressões univariadas por modelo:

$$\mathcal{I}_{m,t} = \alpha_m + \beta_m \kappa(\hat{\Sigma}_{t-1}) + \varepsilon_{m,t}, \quad (14)$$

onde $\kappa(\hat{\Sigma}_{t-1})$ é o número de condição do período anterior. Essa regressão avalia se o condicionamento da matriz de covariância contém informação preditiva sobre a instabilidade dos pesos, consistente com o mecanismo de amplificação de erro de estimação discutido na literatura.

4. Dados e Ambiente Empírico

Esta seção descreve a base de dados, os critérios de seleção dos ativos e o ambiente empírico no qual os modelos são avaliados. Também apresenta as propriedades estatísticas dos retornos, o protocolo de estimação fora da amostra, os benchmarks de comparação e a modelagem dos custos de transação.

4.1 Amostra, Critérios de Seleção e Fonte de Dados

A amostra é composta por 37 ações listadas na B3, selecionadas com base em critérios de liquidez e continuidade de negociação ao longo do período amostral. Os ativos cobrem os principais setores da economia brasileira: financeiro (6 ativos), energia elétrica (5), mineração e siderurgia (4), petróleo e gás (2), papel e celulose (2), varejo e consumo (4), alimentos e bebidas (4), construção civil (3), educação (2), saúde (1), logística (1), tecnologia (1) e

utilidades (2). Essa diversificação setorial é deliberada: portfólios concentrados em poucos setores subestimam a heterogeneidade de risco presente no mercado brasileiro e reduzem a relevância prática dos resultados.

Os dados de preços ajustados por dividendos e desdobramentos foram obtidos via *Yahoo Finance* para o período de fevereiro de 2015 a janeiro de 2025, totalizando 119 meses de retornos mensais. Os retornos mensais foram calculados como variação percentual do preço de fechamento do último dia útil de cada mês:

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \quad (15)$$

onde $P_{i,t}$ é o preço ajustado do ativo i no último dia útil do mês t .

4.2 Propriedades Estatísticas dos Retornos

A Tabela 1 resume as principais estatísticas dos retornos diários. A volatilidade diária média varia de 1,7% (ABEV3 e EQTL3, ativos defensivos) a 4,9% (PCAR3), evidenciando elevada heterogeneidade de risco entre os ativos. Essa dispersão é economicamente relevante: em mercados com ativos de risco tão heterogêneo, a ponderação igualitária $1/N$ implica exposição desproporcionalmente alta aos ativos mais voláteis, o que explica em parte o desempenho inferior do benchmark equiponderado no período *out-of-sample*.

Os retornos médios diários variam de $-0,041\%$ (BHIA3) a $+0,263\%$ (PRIO3), com assimetria positiva em vários ativos, característica típica de mercados emergentes sujeitos a eventos de alta frequência. Os valores extremos como a variação mínima de $-66,6\%$ e máxima de $+139\%$ em um único dia para PCAR3 indicam a presença de caudas pesadas e reforçam a importância de modelos robustos à instabilidade na estimação da covariância.

4.3 Janelas de Estimação e Período *Out-of-Sample*

A primeira janela de 60 meses cobre fevereiro/2015 a janeiro/2020, gerando os primeiros pesos ótimos aplicados em fevereiro/2020. A última janela cobre fevereiro/2020 a janeiro/2025, gerando pesos aplicados em fevereiro/2025. No total, são 60 matrizes de covariância $\hat{\Sigma}_t \in \mathbb{R}^{37 \times 37}$ e 59 retornos *out-of-sample* (OOS) registrados. Esse número de observações é compatível com a aplicação de testes assintóticos robustos, como o procedimento de Jobson-Korkie com correção de Memmel (Jobson e Korkie, 1981; Memmel, 2003).

O período OOS (março/2020 a janeiro/2025) é deliberadamente desafiador. Abrange três regimes macroeconômicos distintos: (i) a crise aguda da COVID-

19 (março a dezembro/2020), com colapso e recuperação acelerada dos ativos de risco, período em que o número de condição $\kappa(\hat{\Sigma})$ atingiu o valor máximo de 3.845 na amostra; (ii) o ciclo de alta da Selic, de 2% a 13,75% entre março/2021 e agosto/2022, que elevou o custo de oportunidade das estratégias em renda variável e tornou o CDI um piso competitivo difícil de superar; e (iii) o período de estabilização e queda gradual da taxa básica a partir de agosto/2023. Adicionalmente, o colapso contábil da Lojas Americanas em janeiro/2023 gerou contágio relevante no setor varejista, afetando ativos como BHIA3, LREN3 e PCAR3 presentes na amostra. Esse evento idiossincrático adiciona uma camada adicional de estresse à avaliação, testando a capacidade dos modelos de manter estabilidade diante de choques setoriais não antecipados. Esses regimes tornam o período OOS um teste rigoroso e multifacetado para a estabilidade dos modelos.

4.4 Benchmarks de Mercado

Dois benchmarks externos são utilizados para contextualizar o desempenho das estratégias. O **IBOVESPA** é obtido via *Yahoo Finance* (código \hat{BVSP}) para o mesmo período OOS e serve como referência de mercado. No período analisado, o IBOVESPA apresentou retorno anualizado de 13,29%, volatilidade de 19,63% e Sharpe ratio de 0,248. O **CDI** é utilizado como taxa livre de risco, com taxa mensal de 0,797% (equivalente a aproximadamente 10% ao ano), proxy do CDI médio observado no período *out-of-sample*.

4.5 Modelagem de Custos de Transação

Os custos de transação são modelados como parâmetro fixo bilateral por cenário, conforme descrito na Seção 3. Seguindo [Caldeira et al. \(2013\)](#) e [Müller e Righi \(2016\)](#), adotamos um custo base de 50 bps como representativo do custo médio de transação para estratégias de gestão ativa no mercado brasileiro. Complementarmente, consideramos um cenário conservador de 20 bps e um cenário estressado de 100 bps.

A escolha dos três cenários reflete a heterogeneidade de perfis de investidores institucionais no mercado brasileiro: fundos de grande porte com acesso a algoritmos de execução operam próximos ao cenário conservador (20 bps), enquanto gestores de menor porte ou estratégias com ativos de liquidez intermediária situam-se no cenário base (50 bps) ou estressado (100 bps). Embora custos de transação reais variem com o volume negociado, a volatilidade e a liquidez do ativo ([Frazzini et al., 2018](#)), a abordagem por cenários fixos é padrão na literatura comparativa de portfólios ([DeMiguel et al., 2009](#); [Brodie et al., 2009](#)) e permite isolar o efeito do turnover sobre o retorno líquido sem

introduzir hipóteses adicionais sobre a função de impacto de mercado. A extensão para custos dinâmicos baseados em impacto de mercado constitui uma direção natural para trabalhos futuros.

A análise desses três cenários permite avaliar diretamente a hipótese central do artigo: se a redução no turnover induzida pelos modelos regularizados compensa seu custo de oportunidade em termos de retorno bruto, e sob quais condições de fricção essa compensação se torna economicamente relevante.

5. Resultados

5.1 Condicionamento da Matriz e Instabilidade do Portfólio Clássico

O ponto de partida empírico é o grau de mal condicionamento da matriz de covariância amostral $\hat{\Sigma}$. No período *out-of-sample*, o número de condição médio foi $\kappa(\hat{\Sigma}) = 2.659$, com mínimo de 1.800 e máximo de 3.845, registrado em março de 2020 durante o colapso da COVID-19. Esses valores indicam que, em média, erros de estimação nos retornos podem ser amplificados por um fator superior a 2.600 ao serem propagados para os pesos ótimos via inversão de $\hat{\Sigma}$, e que essa amplificação ultrapassou 3.800 vezes no pior momento da amostra. Não houve nenhum período em que $\kappa(\hat{\Sigma})$ caiu abaixo de 1.800, confirmando que o mal condicionamento é uma condição estrutural do mercado brasileiro com 37 ativos e janela de 60 meses, e não um fenômeno restrito a crises.

A Figura 1 ilustra a dinâmica conjunta do número de condição $\kappa(\hat{\Sigma})$ e da instabilidade estrutural $\|\Delta w\|_2$ ao longo do período OOS. O painel inferior mostra que $\kappa(\hat{\Sigma})$ atinge seu pico em março de 2020 e declina gradualmente, mas permanece acima de 1.800 em todos os períodos. O painel superior evidencia que a instabilidade do modelo clássico acompanha a trajetória do condicionamento, com picos pronunciados nos mesmos momentos de estresse, enquanto o Ledoit-Wolf mantém oscilações contidas ao longo de toda a amostra.

A consequência direta é a instabilidade dos pesos do portfólio clássico. A norma ℓ_2 média do deslocamento entre períodos consecutivos foi $\|\Delta w\|_2 = 0,0507$, com máximo de 0,2127. O turnover mensal médio (norma ℓ_1) foi de 0,1346, equivalente a um giro anual de 161,6% do portfólio. Para contextualizar, isso significa que o modelo clássico reformula mais de uma vez e meia a carteira inteira a cada ano, gerando custos de transação proporcionais a esse volume.

A Tabela 2 sintetiza as métricas de instabilidade para todos os modelos. O portfólio clássico apresenta a menor diversificação efetiva ($N_{\text{eff}} = 6,3$ ativos, calculado como $1/\text{HHI}$) e o maior índice de Herfindahl (0,161), indicando concentração extrema: em média, apenas 9,8 dos 37 ativos recebem peso supe-

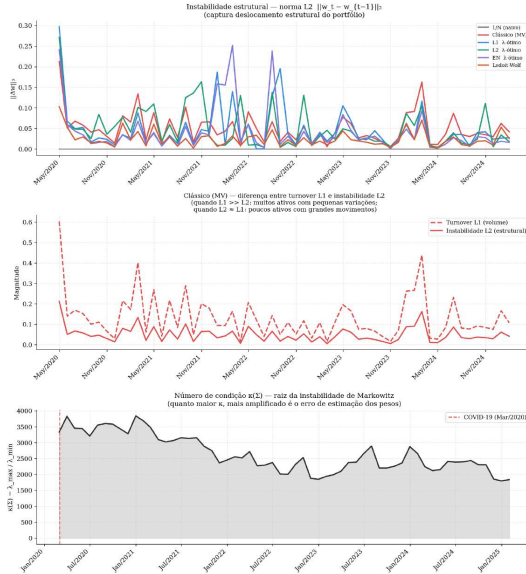


Figura 1

Instabilidade estrutural e condicionamento da covariância

Painel superior: instabilidade estrutural $\|\Delta w\|_2$ por modelo ao longo do período OOS. Painel inferior: número de condição $\kappa(\hat{\Sigma}) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ da matriz de covariância amostral. Período: mar/2020 a jan/2025.

rior a 1%, e o maior peso médio atinge 26,6% do portfólio. Essa concentração é o mecanismo pelo qual o mal condicionamento de $\hat{\Sigma}$ se traduz em instabilidade: pequenas variações nos dados realocam grandes frações do capital entre poucos ativos.

A Figura 2 torna essa instabilidade visível: a evolução temporal dos pesos do modelo clássico exibe grandes realocações concentradas em poucos ativos a cada período, contrastando com os modelos regularizados, que distribuem capital de forma mais estável. A Figura 3 complementa essa análise, mostrando que o HHI do modelo clássico oscila amplamente ao longo do tempo, atingindo picos de concentração nos mesmos períodos em que $\kappa(\hat{\Sigma})$ é mais elevado, enquanto modelos regularizados mantêm concentração mais estável.

O estimador Ledoit-Wolf se destaca como o modelo mais estável: sua instabilidade estrutural média (0,0246) é menos da metade da registrada pelo modelo clássico (0,0507), e seu deslocamento máximo (0,1034) é menos da metade do clássico (0,2127). Essa estabilidade decorre diretamente da redução de $\kappa(\hat{\Sigma})$: ao encolher a covariância amostral em direção a um alvo estruturado, o estimador Ledoit-Wolf atenua a amplificação de erros antes da otimização,

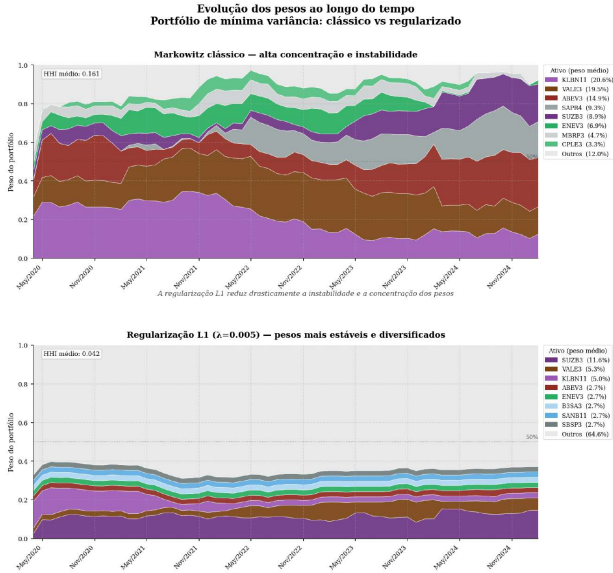


Figura 2
Evolução temporal dos pesos por modelo

Áreas empilhadas representando os pesos dos ativos com maior alocação média ao longo do período OOS. Ativos menores são agrupados em “Outros”. Período: mar/2020 a jan/2025.

produzindo pesos que respondem de forma proporcional e não explosiva a mudanças nos dados.

5.2 Seleção de Hiperparâmetros via Walk-Forward Cross-Validation

A Tabela 3 apresenta os hiperparâmetros selecionados pelo procedimento de *Walk-Forward Cross-Validation*. O resultado mais notável é a concentração das escolhas: para o modelo ℓ_1 , $\lambda^* = 0,001$ foi selecionado em 85% dos 60 períodos; para o Elastic Net, $(\lambda_1^*, \lambda_2^*) = (0,001; 0,001)$ em 88,3%. Esses valores correspondem aos menores candidatos no *grid*, indicando que o critério de minimização da variância *out-of-sample* favorece regularização ℓ_1 fraca no mercado brasileiro. Com regularização fraca, o componente ℓ_1 exerce esparsidade mínima e o portfólio resultante se aproxima do modelo clássico, o que explica o desempenho bruto inferior dessas estratégias.

O modelo ℓ_2 , em contraste, apresentou maior dispersão: $\lambda^* = 0,001$ em 40% dos períodos, $\lambda^* = 0,01$ em 25% e $\lambda^* = 0,003$ em 20%. Essa variação indica que o nível ótimo de suavização Ridge muda conforme o regime

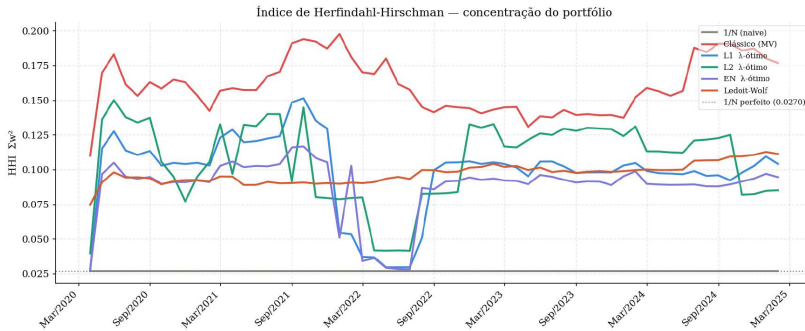


Figura 3

Índice de Herfindahl-Hirschman ao longo do período OOS

HHI = $\sum w_i^2$ por modelo. Linha tracejada: HHI do portfólio equiponderado ($1/N = 0,027$). Valores mais altos indicam maior concentração. Período: mar/2020 a jan/2025.

de volatilidade, capturando a alternância entre períodos de alta correlação (COVID-19) e períodos de menor estresse. O estimador Ledoit-Wolf, por construção, não requer seleção de hiperparâmetros: o coeficiente de encolhimento α é estimado analiticamente a cada período, com média de 0,236 (mínimo: 0,200; máximo: 0,291), indicando regularização substancial e estável da covariância em todos os períodos.

5.3 Performance Out-of-Sample

A Tabela 4 apresenta as métricas de desempenho bruto no período *out-of-sample*. Nenhum modelo otimizado superou o IBOVESPA (retorno anualizado de 13,29%, Sharpe de 0,248), resultado consistente com a dificuldade bem documentada de superar benchmarks passivos em mercados emergentes com alta volatilidade. Cabe notar, contudo, que o IBOVESPA reportado é um índice teórico livre de custos, enquanto sua replicação efetiva via ETF (por exemplo, BOVA11) incorre em taxa de administração, *tracking error* e custos de rebalanceamento nos rebalanceamentos trimestrais da carteira teórica da B3. Assim, a comparação direta com estratégias que incorporam custos de transação tende

a superestimar a vantagem do índice passivo. Dentre as estratégias otimizadas, o estimador Ledoit-Wolf apresentou o melhor desempenho bruto (retorno de 9,88%, Sharpe de 0,103), seguido pelo modelo clássico (9,28%, Sharpe 0,075) e pela regularização ℓ_2 (8,66%, Sharpe 0,063).

A Figura 4 mostra a evolução da riqueza acumulada (base = 1) para cada estratégia, comparada ao IBOVESPA e ao CDI. A queda acentuada em março de 2020 é visível em todos os modelos, mas a recuperação subsequente diferencia claramente as estratégias: o Ledoit-Wolf e o modelo clássico recuperaram-se mais rapidamente e mantêm trajetória ascendente, enquanto o $1/N$ e os modelos com regularização esparsa (ℓ_1 e Elastic Net) apresentam trajetória mais volátil e acumulam menos retorno ao longo do período.

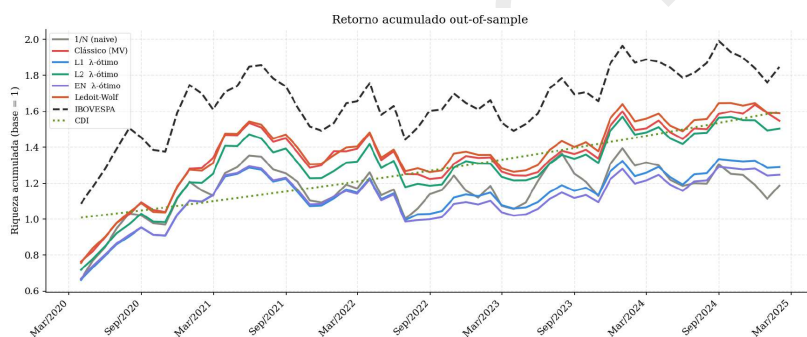


Figura 4
Retorno acumulado *out-of-sample*

Riqueza acumulada (base = 1 em mar/2020) para cada estratégia, IBOVESPA e CDI. Período: mar/2020 a jan/2025.

A Figura 5 posiciona as estratégias no plano risco-retorno. O Ledoit-Wolf situa-se no ponto mais eficiente entre os modelos otimizados, oferecendo retorno próximo ao do clássico com volatilidade marginalmente superior, mas com o menor *drawdown* máximo (−18,24%) entre todas as estratégias. O $1/N$ ocupa o extremo inferior direito: máxima volatilidade (28,5%) com mínimo retorno (3,55%), configurando a pior relação risco-retorno do painel.

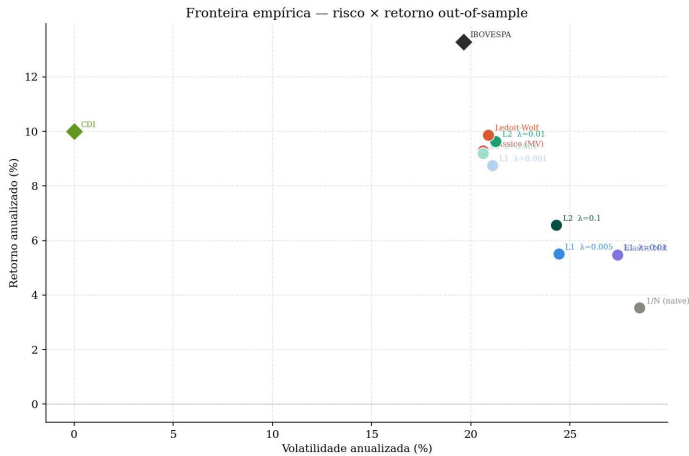


Figura 5
Fronteira empírica risco-retorno *out-of-sample*

Retorno anualizado (%) vs. volatilidade anualizada (%) para cada modelo, IBOVESPA e CDI. Período: mar/2020 a jan/2025.

Os modelos com regularização esparsa forte (ℓ_1 e Elastic Net com λ^* otimizado pelo Walk-Forward) apresentaram desempenho bruto inferior ao modelo clássico, com retornos anualizados de 5,30% e 4,59%, respectivamente, e Sharpe ratios negativos. Esse resultado é, em parte, consequência da seleção de λ^* muito baixo pelo critério de variância mínima: com regularização fraca, os modelos esparsos adicionam pouco valor em relação ao clássico, mas com diversificação ligeiramente superior que eleva a volatilidade sem compensação proporcional no retorno.

O teste de Jobson-Korkie com correção de Memmel não rejeita a hipótese nula de igualdade dos Sharpe ratios para nenhum par de modelos contra o clássico (Tabela 5). O resultado é esperado dado o tamanho amostral de 59 observações mensais e a magnitude relativamente pequena das diferenças de Sharpe, consistente com as conclusões de DeMiguel et al. (2009) sobre a dificuldade de distinguir estratégias de portfólio em amostras finitas.

Adicionalmente, o teste de Diebold-Mariano para igualdade da variância *out-of-sample* não rejeita H_0 para nenhum modelo regularizado em relação ao clássico ($p > 0,18$ em todos os casos), mas rejeita fortemente para o $1/N$ ($p = 0,003$), confirmando que a diversificação ingênua gera variância significativamente superior. O teste t para diferença de turnover rejeita H_0 apenas

para o $1/N$ (turnover zero por construção, $p < 0,001$) e para Ledoit-Wolf ($p = 0,001$), evidência de que a redução de turnover proporcionada pelo estimador de encolhimento é estatisticamente significativa, não apenas numericamente expressiva.

A Figura 6 complementa a análise de risco, mostrando a trajetória do *drawdown* ao longo do período OOS. O $1/N$ atinge o *drawdown* mais profundo ($-26,01\%$), seguido pelo Elastic Net ($-23,80\%$). O Ledoit-Wolf apresenta a menor perda máxima ($-18,24\%$), ilustrando que a estabilidade dos pesos se traduz em proteção contra perdas extremas.

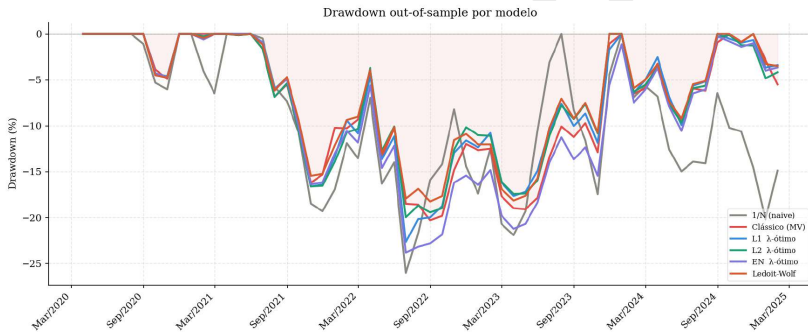


Figura 6

Drawdown out-of-sample por modelo

Drawdown acumulado desde o pico para cada estratégia. Período: mar/2020 a jan/2025.

5.4 Custo Econômico das Fricções: Turnover e Retorno Líquido

A Tabela 6 quantifica o impacto econômico do turnover sob os três cenários de custo. O modelo clássico apresenta turnover anualizado de 161,6%, gerando custo anual de 0,81% no cenário base (50 bps) e 1,62% no cenário estressado (100 bps). A regularização ℓ_2 agrava o problema: seu turnover é o mais alto entre os modelos otimizados (196,5% ao ano), resultando em custo anual de 0,98% no cenário base. Esse resultado é contraintuitivo: a penalidade Ridge

suaviza os pesos em cada período, mas não penaliza mudanças entre períodos, gerando rotação constante entre ativos similares.

O estimador Ledoit-Wolf reduz o turnover em 41% em relação ao modelo clássico (95,8% vs. 161,6% ao ano), resultando em economia anual de 0,33 pontos percentuais no cenário base. Essa redução acumula-se ao longo do período *out-of-sample* de quase cinco anos, representando diferença economicamente substantiva para investidores institucionais.

A Figura 7 mostra a evolução temporal do turnover mensal. Dois padrões são evidentes: primeiro, todos os modelos apresentam picos de turnover durante a crise da COVID-19 (mar-mai/2020), quando a reestruturação da covariância forçou realocações significativas; segundo, a regularização L2 exhibe turnover sistematicamente superior ao longo de todo o período, enquanto o Ledoit-Wolf mantém o menor turnover consistentemente.

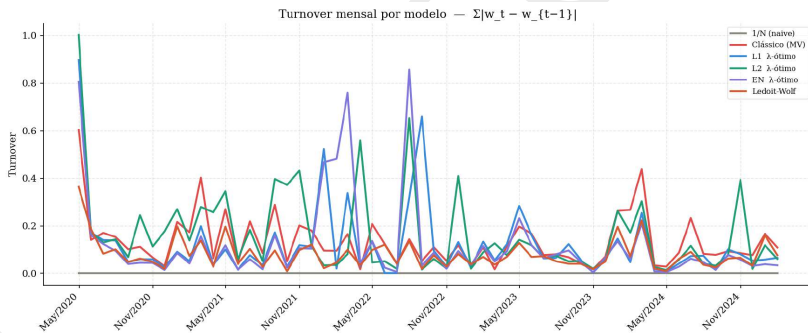


Figura 7
Turnover mensal por modelo

Turnover mensal $TV_t = \sum |w_{t,i} - w_{t-1,i}|$ para cada estratégia ao longo do período OOS. Período: mar/2020 a jan/2025.

A Figura 8 apresenta dois painéis complementares: o turnover mensal e o custo de transação acumulado no cenário base (50 bps). O painel inferior torna visível a divergência progressiva entre os modelos: ao final do período, o custo acumulado do L2 é o mais elevado, enquanto o Ledoit-Wolf acumula

aproximadamente metade do custo do modelo clássico, evidenciando o efeito cumulativo da menor rotação de carteira.

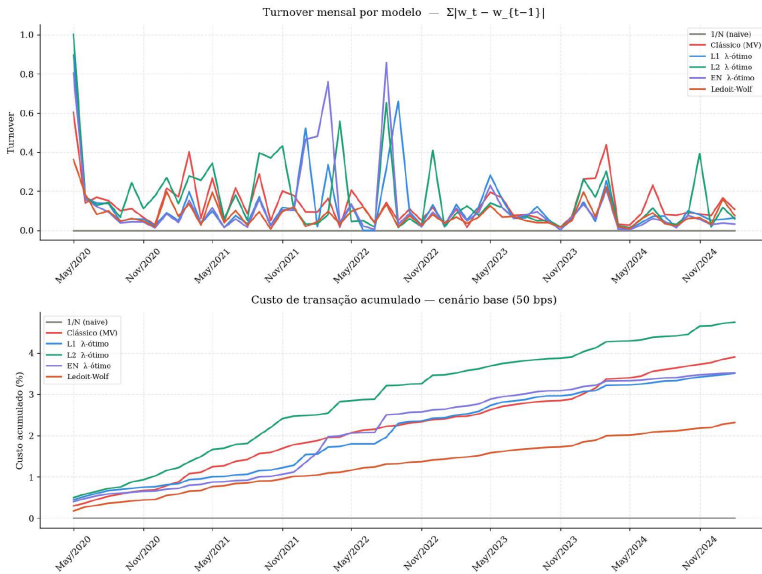


Figura 8

Turnover e custo de transação acumulado

Painel superior: turnover mensal por modelo. Painel inferior: custo de transação acumulado no cenário base (50 bps). Período: mar/2020 a jan/2025.

A Figura 9 compara o retorno acumulado bruto e líquido (cenário base, 50 bps) para cada modelo individualmente. O espaço entre as curvas bruta e líquida é proporcional ao turnover acumulado, sendo visivelmente maior no L2 e menor no Ledoit-Wolf. Para o 1/N, as curvas se sobrepõem por construção (turnover zero).

A Tabela 7 apresenta o Sharpe ratio líquido nos cenários de custo. O Ledoit-Wolf apresenta Sharpe líquido de 0,081 no cenário base, mais que o dobro do modelo clássico (0,037). No cenário estressado, o Sharpe líquido do clássico torna-se negativo (-0,002), indicando que os custos de transação consomem integralmente o prêmio de risco da estratégia. O Ledoit-Wolf, em contraste, mantém Sharpe positivo (0,058) mesmo sob fricções elevadas. A penalidade L2, apesar de Sharpe bruto razoável (0,063), apresenta a maior erosão por custos: Δ Sharpe de 0,087 no cenário estressado, resultado direto do turnover mais elevado entre os modelos otimizados.

A Figura 10 apresenta o Sharpe ratio em janelas rolantes de 12 meses,

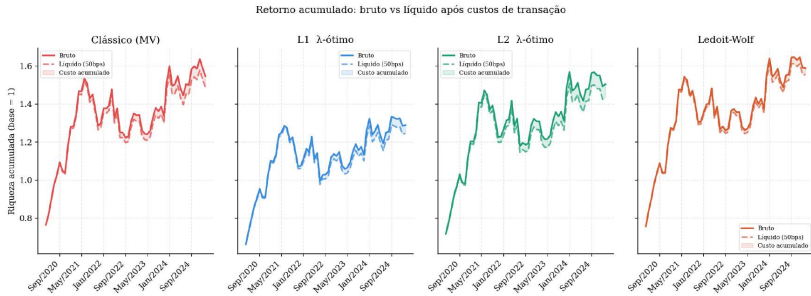


Figura 9

Retorno acumulado bruto vs. líquido por modelo

Riqueza acumulada antes (bruto) e após (líquido) custos de transação de 50 bps por unidade de turnover. A diferença entre as curvas representa o custo acumulado de rebalanceamento. Período: mar/2020 a jan/2025.

revelando a dinâmica temporal do desempenho. O Ledoit-Wolf exibe menor variabilidade ao longo do tempo, com desempenho mais consistente entre regimes, enquanto os modelos esparsos (L1 e Elastic Net) apresentam oscilações mais amplas, alternando entre períodos de superação e de sub-desempenho relativo ao clássico.

5.5 Evidência da Cadeia Causal

5.5.1 Condicionamento e Instabilidade

Para verificar o elo inicial da cadeia causal $\kappa(\hat{\Sigma}) \rightarrow \|\Delta w\|_2$, estimamos regressões univariadas por modelo, regredindo a instabilidade estrutural no período t sobre o número de condição defasado $\kappa(\hat{\Sigma}_{t-1})$. A Tabela 8 apresenta os resultados.

A regressão *pooled* (todos os modelos) confirma a relação agregada: $\hat{\beta} = 1,9 \times 10^{-5}$ com $R^2 = 0,076$ e $p = 0,037$, indicando que o condicionamento defasado explica cerca de 7,6% da variação da instabilidade no período seguinte quando os modelos são agrupados. A decomposição por modelo,

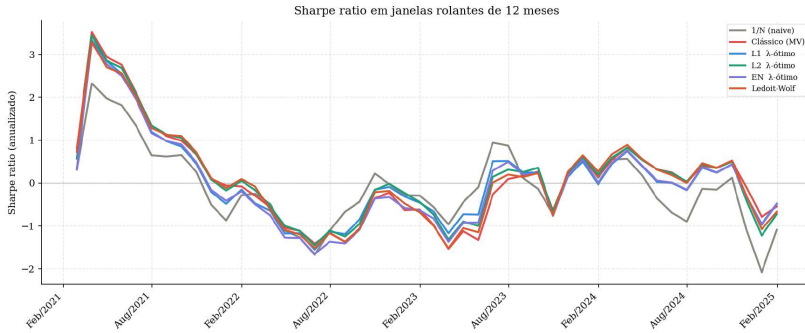


Figura 10
Sharpe ratio em janelas rolantes de 12 meses

Sharpe ratio anualizado calculado em janelas móveis de 12 meses. $r_f = 0,797\%$ ao mês. Período: mar/2021 a jan/2025.

contudo, revela heterogeneidade fundamental.

Os resultados revelam uma distinção estrutural entre os modelos. No portfólio clássico, $\kappa(\hat{\Sigma}_{t-1})$ prediz significativamente a instabilidade futura ($\hat{\beta} = 2,6 \times 10^{-5}$, $R^2 = 0,150$, $p = 0,003$): quando o condicionamento da covariância piora, os pesos se deslocam mais no período seguinte. A regularização L2 não apenas mantém essa dependência como a intensifica ($\hat{\beta} = 4,2 \times 10^{-5}$, $R^2 = 0,209$, $p < 0,001$), resultado coerente com o fato de que a penalidade Ridge suaviza os pesos sem alterar a estrutura de sensibilidade ao condicionamento de $\hat{\Sigma}$.

Em contraste, os modelos com componente ℓ_1 desacoplam o portfólio do condicionamento da covariância. Para L1, $\hat{\beta} = 1,2 \times 10^{-5}$ com $p = 0,332$; para Elastic Net, $\hat{\beta} = 1,1 \times 10^{-5}$ com $p = 0,418$. Em ambos os casos, $\kappa(\hat{\Sigma}_{t-1})$ não é preditor significativo de $\|\Delta w\|_2$. Esse desacoplamento é a propriedade central da regularização esparsa: ao zerar pesos que se afastam do benchmark, a penalidade ℓ_1 limita mecanicamente o deslocamento do portfólio, independentemente do grau de amplificação de erros induzido pelo condicionamento de $\hat{\Sigma}$. O resultado implica que, em períodos de crise, quando $\kappa(\hat{\Sigma})$ atinge

seus valores máximos, os modelos esparsos preservam estabilidade estrutural precisamente quando o modelo clássico é mais frágil.

O estimador Ledoit-Wolf situa-se em posição intermediária: $\hat{\beta} = 0,9 \times 10^{-5}$ é marginalmente significativo ($p = 0,058$, $R^2 = 0,063$), indicando que o encolhimento analítico atenua substancialmente, mas não elimina por completo, a dependência entre condicionamento e instabilidade. Isso é coerente com o mecanismo do estimador: ao reduzir $\kappa(\hat{\Sigma}_{LW})$ em relação a $\kappa(\hat{\Sigma})$, o encolhimento diminui a amplificação de erros, mas a inversão da covariância regularizada ainda preserva alguma sensibilidade residual ao nível absoluto de condicionamento.

5.5.2 Instabilidade e Desempenho Líquido

Para completar a cadeia causal $\kappa(\hat{\Sigma}) \rightarrow \|\Delta w\|_2 \rightarrow R^{\text{liq}}$, estimamos a regressão em painel descrita na equação (13), com retorno líquido anualizado como variável dependente, instabilidade estrutural e volatilidade realizada como regressores, e dummies de modelo como efeitos fixos. Os erros padrão são estimados pelo método HAC de Newey-West com 5 lags. A Tabela 9 apresenta os resultados da especificação principal.

O coeficiente da instabilidade estrutural é negativo e significativo ($\hat{\beta} = -3,364$, $p = 0,028$): um aumento de 0,01 na norma ℓ_2 do deslocamento dos pesos está associado a uma redução de 3,4 pontos percentuais no retorno líquido anualizado, controlando por volatilidade realizada e efeitos fixos por modelo. A volatilidade realizada entra com coeficiente positivo e significativo ($\hat{\beta} = 1,438$, $p = 0,004$), capturando o prêmio de risco: períodos de maior volatilidade, embora mais arriscados, tendem a oferecer retornos brutos superiores que compensam parcialmente os custos.

A Tabela 10 reporta especificações alternativas como teste de robustez. A especificação com efeitos fixos sem controle de volatilidade, usando Sharpe líquido como variável dependente, confirma a direção do efeito ($\hat{\beta} = -11,77$, $p = 0,020$), embora com magnitude superior por não separar o canal da volatilidade. Quando a mesma especificação é estimada com erros HAC, o coeficiente mantém a mesma magnitude mas perde significância estatística ($p = 0,185$), refletindo a autocorrelação serial acentuada (Durbin-Watson de 0,570) que inflaciona os erros padrão robustos. A regressão *pooled* sem efeitos fixos não é significativa ($\hat{\beta} = -2,594$, $p = 0,375$), confirmando que o controle por modelo é essencial para isolar o efeito temporal da instabilidade dentro de cada estratégia.

A relação entre instabilidade e desempenho também apresenta heterogeneidade entre modelos. A Tabela 11 apresenta regressões univariadas dentro

de cada estratégia, regredindo o Sharpe líquido sobre a instabilidade estrutural. Os resultados revelam padrões distintos: no modelo clássico, maior instabilidade está associada a *melhor* desempenho ($\hat{\beta} = +59,6$, $p = 0,001$), efeito que reflete o caráter procíclico do modelo — períodos de maior turbulência geram mais realocação mas também maior prêmio de risco, e a instabilidade é uma consequência, não uma causa, dos retornos elevados. Os modelos L1 e Elastic Net apresentam a relação oposta ($\hat{\beta} = -45,9$ e $-31,4$, $p < 0,001$): quando esses modelos se tornam mais instáveis, seu desempenho deteriora, indicando que a instabilidade é inteiramente custosa para estratégias esparsas. O Ledoit-Wolf apresenta o maior R^2 (0,476) com $\hat{\beta} = +277,9$, refletindo que, no nível baixo de instabilidade em que opera, os poucos deslocamentos que realiza tendem a ser bem informados e associados a ganhos de desempenho.

A Figura 11 ilustra graficamente a relação entre instabilidade média e Sharpe líquido em janelas rolantes de 12 meses, agrupando todas as observações de todos os modelos. A dispersão confirma a heterogeneidade documentada nas regressões por modelo, com as observações do Ledoit-Wolf concentradas no quadrante de baixa instabilidade.

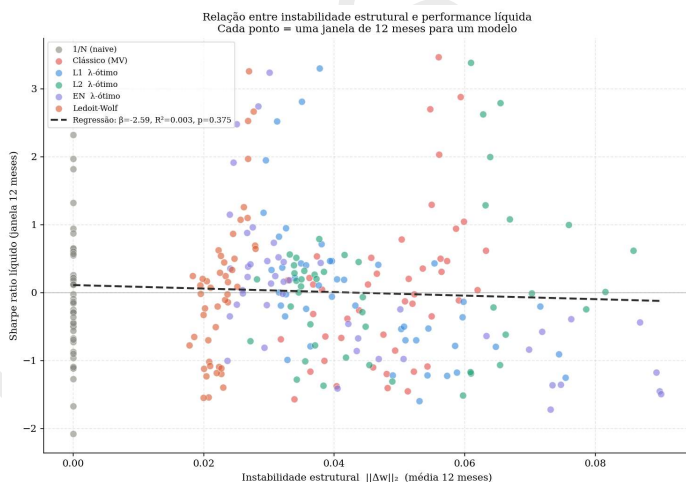


Figura 11

Dispersão: instabilidade estrutural vs. Sharpe líquido

Cada ponto representa uma janela de 12 meses para um modelo. Eixo horizontal: instabilidade estrutural média $\|\Delta w\|_2$. Eixo vertical: Sharpe ratio líquido (50 bps). Linha: regressão OLS *pooled*.

O resultado central da especificação principal (Tabela 9) é que a instabilidade impacta o retorno líquido por canal independente do risco: mesmo

controlando por volatilidade, portfólios que mudam mais de composição entre períodos geram menores retornos líquidos, evidência direta do custo econômico da instabilidade estrutural.

A magnitude econômica pode ser ilustrada pela comparação entre o modelo clássico e o Ledoit-Wolf. A diferença de instabilidade média é $\Delta\|\Delta w\|_2 = 0,0507 - 0,0246 = 0,0261$. Multiplicando pelo coeficiente estimado, obtém-se um ganho de retorno líquido estimado de $3,364 \times 0,0261 = 8,78$ pontos percentuais anuais. Esse valor é uma estimativa do modelo linear e não deve ser interpretado literalmente como previsão pontual, mas indica que a ordem de grandeza do custo da instabilidade é economicamente relevante e que a regularização da covariância via Ledoit-Wolf oferece o melhor compromisso entre estabilidade, diversificação e desempenho líquido no período analisado.

6. Conclusão

Este artigo investigou empiricamente o custo econômico da instabilidade dos pesos ótimos de Markowitz no mercado brasileiro, demonstrando que o mal condicionamento da matriz de covariância amostral não é uma curiosidade numérica, mas uma fonte concreta de destruição de valor sob fricções reais de transação.

Os resultados principais são três. Primeiro, o mercado brasileiro apresenta condicionamento estruturalmente elevado ($\kappa(\hat{\Sigma})$ médio de 2.659, máximo de 3.845), que gera instabilidade persistente nos pesos do portfólio clássico. Segundo, a regularização esparsa (ℓ_1 e Elastic Net) desacopla o portfólio dessa fragilidade estrutural, tornando $\kappa(\hat{\Sigma})$ um preditor não significativa da instabilidade ($p > 0,33$), enquanto a regularização ℓ_2 mantém e até intensifica a dependência ($p < 0,001$). Terceiro, o estimador Ledoit-Wolf apresenta o melhor desempenho líquido (Sharpe de 0,081 no cenário base de 50 bps), reduzindo o turnover em 41% em relação ao modelo clássico e resultando em Sharpe líquido mais que o dobro (0,081 contra 0,037).

A regressão em painel com erros HAC confirma que a instabilidade impacta negativamente o retorno líquido por canal independente do risco ($\beta = -3,364$, $p = 0,028$), controlando por volatilidade realizada e efeitos fixos por modelo. Esse resultado é robusto à especificação sem volatilidade ($\beta = -11,77$, $p = 0,020$ com erros OLS), embora perca significância com erros HAC ($p = 0,185$), refletindo a forte autocorrelação serial do painel. Os resultados são consistentes com o mecanismo teórico proposto, no qual o condicionamento da matriz de covariância afeta a instabilidade dos pesos, que por sua vez impacta o retorno líquido. Em conjunto, esses resultados mostram que a instabilidade dos pesos constitui um canal econômico relevante, distinto do risco, por meio do qual

erros de estimação afetam o desempenho de portfólios.

A principal implicação prática é que, para investidores institucionais no mercado brasileiro, a escolha do método de estimação da covariância tem consequências econômicas diretas e quantificáveis. O estimador Ledoit-Wolf surge como uma solução prática e robusta: ao atuar diretamente sobre a matriz de covariância, reduz a instabilidade estrutural dos pesos na origem, diminuindo o turnover e preservando retorno líquido sem necessidade de calibração de hiperparâmetros.

Duas limitações merecem nota. Primeira, os custos de transação são modelados como parâmetro fixo por cenário, sem incorporar a dinâmica do impacto de mercado documentada por Frazzini et al. (2018). Segunda, a amostra de 37 ativos e 59 meses *out-of-sample*, embora adequada para testes assintóticos robustos, limita o poder estatístico dos testes de diferença de Sharpe, como evidenciado pela não rejeição no teste de Jobson-Korkie para todos os pares de modelos. Extensões naturais incluem a incorporação de custos dinâmicos baseados em impacto de mercado, a ampliação da amostra para incluir ativos de menor capitalização e a comparação com estimadores de covariância baseados em fatores latentes.

De forma mais ampla, os resultados indicam que, em mercados com alta volatilidade e fricções relevantes, a eficiência de estratégias de portfólio depende não apenas da qualidade da estimação, mas da estabilidade da solução ao longo do tempo. Nesse contexto, a regularização da covariância surge como instrumento central para mitigar perdas econômicas associadas à instabilidade, com implicações diretas para a prática de gestão de portfólios em mercados emergentes.

Referências

Brodie, J., Daubechies, I., De Mol, C., Giannone, D. e Loris, I. (2009). [Sparse and stable markowitz portfolios](#), *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(30), 12267–12272.

URL: <https://doi.org/10.1073/pnas.0904287106>

Caldeira, J. F., Moura, G. V. e Santos, A. A. P. (2013). [Seleção de portfólio usando o modelo fama-french-carhart](#), *Revista Brasileira de Economia*, 67(1), 45–65.

URL: <https://doi.org/10.1590/S0034-71402013000100003>

DeMiguel, V., Garlappi, L. e Uppal, R. (2009). [Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/n portfolio strategy?](#), *The Review of*

Financial Studies, 22(5), 1915–1953.

URL: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>

Frazzini, A., Israel, R. e Moskowitz, T. J. (2018). Trading costs, *AQR Capital Management Working Paper*, .

URL: <https://www.aqr.com/Insights/Research/Working-Paper/Trading-Costs>

Jobson, J. D. e Korkie, B. (1981). Performance hypothesis testing with the sharpe and treynor measures, *The Journal of Finance*, 36(4), 889–908.

URL: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1981.tb04891.x>

Ledoit, O. e Wolf, M. (2004). A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices, *Journal of Multivariate Analysis*, 88(2), 365–411.

URL: [https://doi.org/10.1016/S0047-259X\(03\)00096-4](https://doi.org/10.1016/S0047-259X(03)00096-4)

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

URL: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>

Memmel, C. (2003). Performance hypothesis testing with the sharpe ratio, *Finance Letters*, 1(1), 21–23.

URL: <https://ssrn.com/abstract=412588>

Müller, F. e Righi, M. B. (2016). Otimização de carteiras e modelos de covariância no mercado brasileiro, *Revista de Administração Contemporânea*, 20(3), 358–381.

URL: <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2016140106>

Newey, W. K. e West, K. D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, 55(3), 703–708.

URL: <https://doi.org/10.2307/1913610>

Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Blondel, M., Prettenhofer, P., Weiss, R., Dubourg, V. et al. (2011). Scikit-learn: Machine learning in Python, *Journal of Machine Learning Research*, 12, 2825–2830.

URL: <https://jmlr.org/papers/v12/pedregosa11a.html>

Rochman, R. R. e Eid Junior, W. (2008). Fundos de investimento ativos e passivos no brasil, *Revista de Administração de Empresas*, 48(4), 55–68.

URL: <https://doi.org/10.1590/S0034-75902008000400006>

Sanvicente, A. Z. e Bellato, L. (2004). Mercado de capitais e custo de transação no brasil, *Revista de Administração*, 39(4), 324–334.

URL: <https://www.revistas.usp.br/rausp/issue/view/2832>

Tikhonov, A. N. e Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of Ill-Posed Problems*, V. H. Winston & Sons.

URL: <https://books.google.com/books?id=ECrvAAAAMAAJ>

Zou, H. e Hastie, T. (2005). [Regularization and variable selection via the elastic net](#), *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 67(2), 301–320.

URL: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9868.2005.00503.x>

A. Apêndice

A.1 Figuras e Tabelas Complementares

Esta seção apresenta análises complementares que aprofundam dimensões específicas da instabilidade dos pesos e da alocação de capital ao longo do período *out-of-sample*. As figuras detalham a alocação setorial, a dispersão dos pesos entre ativos, a evolução da diversificação efetiva e a instabilidade em nível granular por ativo.

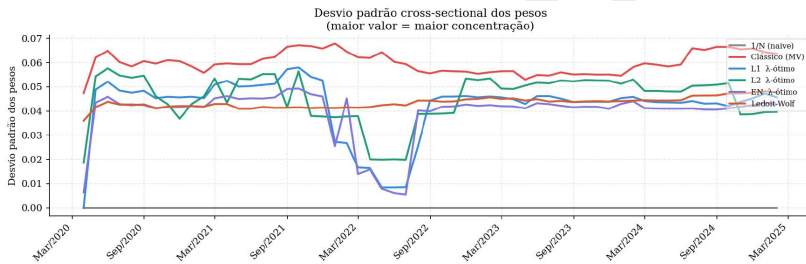


Figura A1
Dispersão dos pesos entre ativos

Desvio padrão cross-sectional dos pesos $\sqrt{\frac{1}{N} \sum (w_i - \bar{w})^2}$ por modelo. Valores maiores indicam maior heterogeneidade na alocação. Período: mar/2020 a jan/2025.

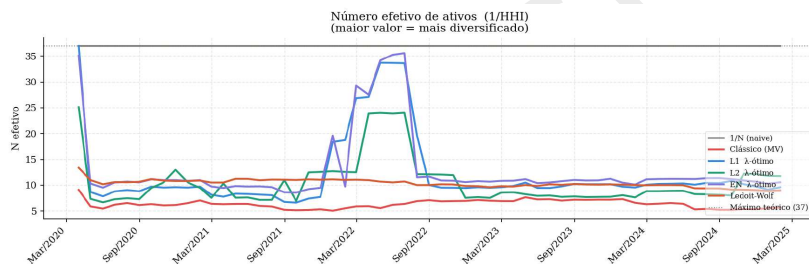


Figura A2

Número efetivo de ativos ao longo do período OOS

$N_{\text{eff}} = 1/\text{HHI}$ por modelo. Valores mais altos indicam maior diversificação efetiva. Linha tracejada: $N_{\text{eff}} = 37$ do portfólio equiponderado. Período: mar/2020 a jan/2025.

Tabela 1
Estatísticas descritivas dos retornos diários (%)

| Ativo | Média | Vol. | Mín. | Máx. |
|--------|--------|-------|---------|---------|
| ABEV3 | 0,010 | 1,654 | -15,782 | 9,871 |
| BBAS3 | 0,100 | 2,541 | -21,171 | 17,126 |
| BBDC4 | 0,042 | 2,223 | -17,384 | 16,867 |
| BHIA3 | -0,041 | 4,661 | -35,897 | 34,191 |
| CMIG4 | 0,090 | 2,589 | -21,053 | 17,804 |
| COGN3 | -0,026 | 3,358 | -20,949 | 19,481 |
| CPLE3 | 0,103 | 2,203 | -14,390 | 19,670 |
| CSNA3 | 0,120 | 3,702 | -25,293 | 20,821 |
| CYRE3 | 0,082 | 2,820 | -24,650 | 18,056 |
| DIRR3 | 0,124 | 2,751 | -19,380 | 11,561 |
| ENEV3 | 0,075 | 3,100 | -35,714 | 33,333 |
| ENGI11 | 0,082 | 1,904 | -14,327 | 15,385 |
| EQTL3 | 0,092 | 1,718 | -10,841 | 10,975 |
| FLRY3 | 0,058 | 2,026 | -15,254 | 16,097 |
| GGBR4 | 0,091 | 2,826 | -17,957 | 17,453 |
| ITSA4 | 0,065 | 1,810 | -10,865 | 10,270 |
| ITUB4 | 0,065 | 1,946 | -17,964 | 11,059 |
| KLBN11 | 0,056 | 1,842 | -15,223 | 10,118 |
| LREN3 | 0,055 | 2,568 | -21,120 | 15,000 |
| MBRF3 | 0,108 | 2,863 | -23,890 | 25,204 |
| MGLU3 | 0,146 | 4,300 | -22,831 | 37,288 |
| MRVE3 | 0,052 | 2,901 | -20,152 | 21,144 |
| PCAR3 | 0,066 | 4,986 | -66,616 | 139,130 |
| PETR4 | 0,151 | 2,946 | -29,698 | 22,222 |
| PRI03 | 0,263 | 4,208 | -36,541 | 83,674 |
| RENT3 | 0,085 | 2,645 | -23,422 | 26,821 |
| SANB11 | 0,080 | 2,158 | -13,474 | 13,410 |
| SAPR4 | 0,095 | 2,181 | -17,712 | 15,367 |
| SBSP3 | 0,115 | 2,304 | -17,830 | 17,460 |
| SMT03 | 0,069 | 2,344 | -32,358 | 21,545 |
| SUZB3 | 0,074 | 2,073 | -16,131 | 21,795 |
| TOTS3 | 0,079 | 2,383 | -15,344 | 19,800 |
| USIM5 | 0,093 | 3,615 | -23,551 | 35,106 |
| VALE3 | 0,103 | 2,729 | -24,559 | 21,358 |
| B3SA3 | 0,094 | 2,354 | -16,120 | 19,245 |
| YDUQ3 | 0,053 | 3,491 | -25,174 | 23,804 |
| Média | 0,083 | 2,741 | -24,024 | 22,783 |

Retornos diários no período fevereiro/2015 a janeiro/2025. Média e volatilidade em % ao dia. Fonte: Yahoo Finance.

Tabela 2
Métricas de instabilidade dos pesos no período *out-of-sample*

| Modelo | $\ \Delta w\ _2$ | $\ \Delta w\ _2^{\max}$ | TV mensal | N_{eff} | HHI | Ativos > 1% |
|----------------|------------------|-------------------------|-----------|------------------|-------|-------------|
| 1/N (naïve) | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 37,0 | 0,027 | 37,0 |
| Clássico (MV) | 0,0507 | 0,2127 | 0,1346 | 6,3 | 0,161 | 9,8 |
| L1 λ^* | 0,0468 | 0,2972 | 0,1210 | 12,1 | 0,098 | 19,7 |
| L2 λ^* | 0,0510 | 0,2719 | 0,1637 | 10,5 | 0,107 | 14,1 |
| Elastic Net | 0,0429 | 0,2522 | 0,1215 | 13,0 | 0,088 | 20,6 |
| Ledoit-Wolf | 0,0246 | 0,1034 | 0,0799 | 10,3 | 0,097 | 14,6 |

$\|\Delta w\|_2$: instabilidade estrutural média (norma ℓ_2). TV: turnover mensal médio (norma ℓ_1). $N_{\text{eff}} = 1/\text{HHI}$: número efetivo de ativos. Ativos > 1%: número médio de ativos com peso superior a 1%. Período: mar/2020 a jan/2025 (59 observações).

Tabela 3
Hiperparâmetros selecionados por Walk-Forward CV

| Modelo | λ^* | Frequência | % |
|-------------|----------------|------------|------|
| L1 | 0,001 | 51 | 85,0 |
| | 0,003 | 3 | 5,0 |
| | 0,007 | 3 | 5,0 |
| L2 | 0,001 | 24 | 40,0 |
| | 0,003 | 12 | 20,0 |
| | 0,010 | 15 | 25,0 |
| | 0,050 | 5 | 8,3 |
| Elastic Net | (0,001; 0,001) | 53 | 88,3 |
| | (0,010; 0,005) | 3 | 5,0 |

Valores mais frequentes do hiperparâmetro ótimo selecionado por minimização da variância *out-of-sample* em 3 folds temporais internos. Apenas combinações com frequência $\geq 5\%$ são reportadas.

Tabela 4
Desempenho *out-of-sample* bruto (mar/2020 a jan/2025)

| Modelo | Ret.% | Vol.% | Sharpe | MDD% | $\alpha\%$ | β | IR |
|----------------|-------|-------|--------|--------|------------|---------|--------|
| IBOVESPA | 13,29 | 19,63 | 0,248 | -22,29 | — | — | — |
| CDI | 9,99 | 0,00 | — | 0,00 | — | — | — |
| 1/N (naïve) | 3,55 | 28,50 | -0,060 | -26,01 | -6,50 | 0,994 | -0,317 |
| Clássico (MV) | 9,28 | 20,61 | 0,075 | -20,29 | 2,46 | 0,599 | -0,178 |
| L1 λ^* | 5,30 | 23,50 | -0,054 | -22,65 | -0,89 | 0,635 | -0,291 |
| L2 λ^* | 8,66 | 22,23 | 0,063 | -19,96 | 1,58 | 0,650 | -0,178 |
| Elastic Net | 4,59 | 23,26 | -0,088 | -23,80 | -1,67 | 0,637 | -0,331 |
| Ledoit-Wolf | 9,88 | 20,86 | 0,103 | -18,24 | 2,26 | 0,655 | -0,153 |

Ret.%: retorno anualizado. Vol.%: volatilidade anualizada. Sharpe: $(\bar{R} - r_f) / \hat{\sigma} \cdot \sqrt{12}$, com $r_f = 0,797\%$ ao mês. MDD: máximo *drawdown*. α : intercepto da regressão contra o IBOVESPA (anualizado). β : coeficiente de mercado. IR: *information ratio* contra IBOVESPA.

Tabela 5
Teste de Jobson-Korkie (modelo vs. Clássico MV)

| Modelo | Sharpe | z_{JK} | p -valor | Sig. |
|----------------|--------|----------|------------|------|
| 1/N (naïve) | -0,060 | -0,402 | 0,688 | n.s. |
| L1 λ^* | -0,054 | -0,722 | 0,470 | n.s. |
| L2 λ^* | 0,063 | -0,098 | 0,922 | n.s. |
| Elastic Net | -0,088 | -0,953 | 0,341 | n.s. |
| Ledoit-Wolf | 0,103 | 0,222 | 0,824 | n.s. |

Estatística z_{JK} com correção de vies de [Mommel \(2003\)](#). Sob H_0 : $SR_{\text{modelo}} = SR_{\text{clássico}}$, $z \sim N(0,1)$. n.s.: não significante a 10%.

Tabela 6
Turnover e custo econômico por cenário de fricção

| Modelo | TV mensal | TV anual | 20 bps | 50 bps | 100 bps |
|----------------|-----------|----------|--------|--------|---------|
| 1/N (naïve) | 0,000 | 0,0 | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Clássico (MV) | 0,135 | 161,6 | 0,32% | 0,81% | 1,62% |
| L1 λ^* | 0,121 | 145,2 | 0,29% | 0,73% | 1,45% |
| L2 λ^* | 0,164 | 196,5 | 0,39% | 0,98% | 1,96% |
| Elastic Net | 0,122 | 145,8 | 0,29% | 0,73% | 1,46% |
| Ledoit-Wolf | 0,080 | 95,8 | 0,19% | 0,48% | 0,96% |

TV: turnover ($\|w_t - w_{t-1}\|_1$). Custo anual: TV mensal médio \times custo bilateral \times 12. Cenários: conservador (20 bps), base (50 bps), estressado (100 bps).

Tabela 7
Sharpe ratio bruto e erosão por custos de transação

| Modelo | Sharpe bruto | Δ SR 20 bps | Δ SR 50 bps | Δ SR 100 bps |
|----------------|--------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1/N (naïve) | -0,060 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| Clássico (MV) | 0,075 | 0,015 | 0,038 | 0,077 |
| L1 λ^* | -0,054 | 0,012 | 0,031 | 0,061 |
| L2 λ^* | 0,063 | 0,017 | 0,043 | 0,087 |
| Elastic Net | -0,088 | 0,012 | 0,031 | 0,062 |
| Ledoit-Wolf | 0,103 | 0,009 | 0,022 | 0,045 |

Δ SR: redução do Sharpe ratio causada pelos custos de transação em cada cenário. Sharpe líquido = Sharpe bruto - Δ SR. Período: mar/2020 a jan/2025.

Tabela 8
Regressão: $\|\Delta w\|_2 = \alpha + \beta \kappa(\hat{\Sigma}_{t-1}) + \varepsilon$, por modelo

| Modelo | $\hat{\beta} \times 10^5$ | R^2 | p -valor | N | Sig. |
|----------------|---------------------------|-------|------------|-----|------|
| Clássico (MV) | 2,6 | 0,150 | 0,003 | 58 | *** |
| L1 λ^* | 1,2 | 0,017 | 0,332 | 58 | n.s. |
| L2 λ^* | 4,2 | 0,209 | <0,001 | 58 | *** |
| Elastic Net | 1,1 | 0,012 | 0,418 | 58 | n.s. |
| Ledoit-Wolf | 0,9 | 0,063 | 0,058 | 58 | * |

Variável dependente: $\|\Delta w_t\|_2$. Regressor: $\kappa(\hat{\Sigma}_{t-1})$. Significância: *** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,10$; n.s.: não significante.

Tabela 9
Regressão em painel: retorno líquido vs. instabilidade estrutural

| Variável | $\hat{\beta}$ | Erro padrão | z | p -valor |
|---|---------------|-------------|--------|------------|
| Constante | -0,234 | 0,117 | -2,001 | 0,045 |
| $\ \Delta w\ _2$ | -3,364 | 1,532 | -2,196 | 0,028 |
| Volatilidade realizada | 1,438 | 0,501 | 2,872 | 0,004 |
| <i>Efeitos fixos por modelo incluídos</i> | | | | |
| R^2 | 0,062 | | | |
| N (observações) | 276 | | | |
| Durbin-Watson | 0,570 | | | |

Variável dependente: retorno líquido anualizado (custo = 50 bps). Erros padrão HAC (Newey-West, 5 lags). Efeitos fixos por modelo (5 dummies, categoria base: 1/N). Janela de cálculo: 12 meses.

Tabela 10
Especificações alternativas (robustez)

| Especificação | Dep. | $\hat{\beta}_{\text{instab}}$ | p -valor | R^2 | Erros |
|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|------------|-------|--------|
| FE + Vol (principal) | R^{liq} | -3,364 | 0,028 | 0,062 | HAC(5) |
| FE sem Vol | $\widehat{SR}^{\text{liq}}$ | -11,771 | 0,020 | 0,023 | OLS |
| FE sem Vol | $\widehat{SR}^{\text{liq}}$ | -11,771 | 0,185 | 0,023 | HAC(5) |
| Pooled sem FE | $\widehat{SR}^{\text{liq}}$ | -2,594 | 0,375 | 0,003 | OLS |
| Pooled + Vol | $\widehat{SR}^{\text{liq}}$ | -1,542 | 0,610 | 0,009 | OLS |

Todas as especificações usam $N = 276$ observações em janelas de 12 meses. FE: efeitos fixos por modelo (5 dummies). Vol: volatilidade realizada como controle. HAC(5): erros de Newey-West com 5 lags.

Tabela 11
Regressão intramodelo: $\widehat{SR}^{\text{liq}} = \alpha + \beta \|\Delta w\|_2 + \varepsilon$

| Modelo | $\hat{\alpha}$ | $\hat{\beta}$ | R^2 | p -valor | N | Sig. |
|----------------|----------------|---------------|-------|------------|-----|------|
| Clássico (MV) | -2,829 | 59,643 | 0,212 | 0,001 | 46 | *** |
| L1 λ^* | 2,076 | -45,913 | 0,314 | <0,001 | 46 | *** |
| L2 λ^* | -0,689 | 16,037 | 0,057 | 0,111 | 46 | n.s. |
| Elastic Net | 1,313 | -31,361 | 0,378 | <0,001 | 46 | *** |
| Ledoit-Wolf | -6,240 | 277,895 | 0,476 | <0,001 | 46 | *** |

Regressões OLS univariadas por modelo. Variável dependente: Sharpe líquido em janela de 12 meses (50 bps). Regressor: instabilidade estrutural média $\|\Delta w\|_2$ na mesma janela.

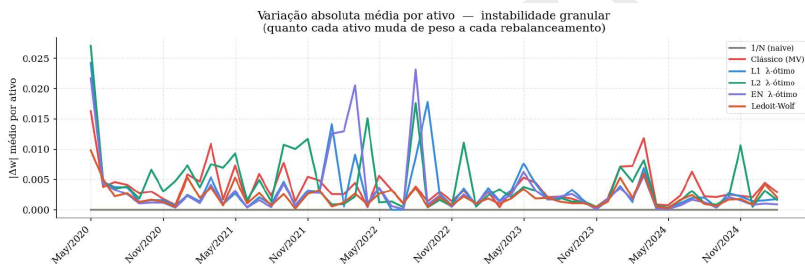


Figura A3

Instabilidade granular: variação absoluta média por ativo

$\frac{1}{N} \sum |w_{t,i} - w_{t-1,i}|$ por modelo. Mede a instabilidade em nível de ativo individual, complementando a métrica agregada $\|\Delta w\|_2$. Período: mar/2020 a jan/2025.