



PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS

Computational Program for dynamic analysis of lattice structures

Larissa Bastos Martinelli (1); Élcio Cassimiro Alves (2)

(1) Mestranda em Estruturas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - ES, Brasil.

(2) Prof. Dr., Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - ES, Brasil.

Email para Correspondência: elcio.calves1@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem como objetivo apresentar um programa computacional desenvolvido para realizar análise dinâmica linear e não linear geométrica de estruturas treliçadas. O programa foi implementado utilizando os recursos do software MATLAB® e possui uma interface gráfica interativa de fácil utilização. A integração temporal das equações de equilíbrio dinâmico utiliza o método de Newmark e, no caso de inclusão dos efeitos da não linearidade geométrica, a solução do sistema de equações não lineares é obtida pelo método de Newton-Raphson. Exemplos numéricos são incluídos para ilustrar a aplicação do programa desenvolvido.

Palavras-chave: Programa computacional; Análise dinâmica; Não linearidade geométrica; Treliças.

Abstract: This study aims to present a computational program developed to perform linear and geometrically nonlinear dynamic analysis of lattice structures. The program was implemented using resources of MATLAB® software and has an easy-to-use interactive graphical interface. Newmark's Method is used for time integration of the dynamic governing equations and, in case of inclusion of geometric nonlinearity, the solution of non-linear equations is obtained by Newton-Raphson's Method. Numerical examples are included to illustrate the application of the computational program developed.

Keywords: Computational program; Dynamic analysis; Geometric nonlinearity; Trusses.



1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a engenharia estrutural vem concebendo sistemas em que a consideração dos efeitos dinâmicos durante o processo de análise é imprescindível (Silva, 2009). Esses efeitos dinâmicos são usualmente provocados por carregamentos externos tempo-dependentes, como os produzidos por ventos, sismos, atuação de equipamentos, entre outros.

No estudo de sistemas estruturais submetidos a carregamentos dinâmicos, os programas computacionais atuam como grandes facilitadores no processo de modelagem, análise e avaliação de resultados. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho foi desenvolver um programa computacional com interface gráfica interativa de fácil manuseio, que possibilita a realização de análises dinâmicas linear e não linear geométrica, com foco em estruturas treliçadas planas e espaciais. Nos algoritmos de análise implementados, a integração temporal das equações de equilíbrio dinâmico utiliza o método de Newmark.

O programa computacional foi desenvolvido utilizando os recursos do software MATLAB[®] e consiste em um novo módulo do Truss3D, uma base computacional que vem sendo desenvolvida pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo (Novelli et al., 2015; Azolin et al., 2016; Martinelli et al., 2016; Martinelli; Alves, 2017a, 2017b).

2 ANÁLISE DINÂMICA

A equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema estrutural pode ser escrita, após a discretização espacial, como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (1)$$

Onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, \mathbf{F} é o vetor de forças externas tempo-dependente e $\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ e \mathbf{U} são, respectivamente, os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais.

A matriz de massa pode ser escrita na forma concentrada ou consistente. Para o elemento de treliça espacial considerado isso é dado por:

$$\mathbf{m}_1 = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{m}_2 = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Onde, \mathbf{m}_1 é matriz de massa do elemento na forma concentrada, \mathbf{m}_2 é matriz de massa do elemento na forma consistente, ρ é massa específica, A é a área da seção transversal e L é o comprimento do elemento.

Quando considerada, a matriz de amortecimento é obtida pelo método do amortecimento proporcional, também conhecido como amortecimento de Rayleigh. Dessa forma, a matriz de amortecimento é representada como uma combinação linear das matrizes de rigidez e de massa, ou seja:

$$\mathbf{C} = \alpha_0 \mathbf{M} + \alpha_1 \mathbf{K} \quad (4)$$

Onde, α_0 e α_1 são os coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh.

O método de integração temporal adotado para solução da Eq. (1) foi o método de Newmark. Quando a não linearidade geométrica é considerada, o método de Newmark é combinado com o método de Newton-Raphson Modificado.

Neste trabalho, os efeitos da não linearidade geométrica são incluídos por meio de uma Formulação Lagrangeana Atualizada apresentada em Yang e Kuo (1994).

3 PROGRAMA COMPUTACIONAL

Neste trabalho, um programa computacional foi desenvolvido, utilizando os recursos do software MATLAB[®], para auxiliar no projeto de estruturas treliçadas planas e espaciais submetidas a carregamentos dinâmicos.

Esse programa computacional consiste em um módulo do Truss3D, uma base computacional para análise, dimensionamento e otimização de estruturas treliçadas que vem sendo desenvolvida pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo. Versões anteriores e outras funcionalidades do Truss3D podem ser encontradas em Novelli et al. (2015), Azolin et al. (2016), Martinelli et al. (2016) e Martinelli e Alves (2017a, 2017b).

3.1 Pré-processamento: base computacional Truss3D

A etapa de pré-processamento é feita na interface inicial do Truss3D (Figura 1), que possui recursos para inserção de todas as características relevantes para a modelagem estrutural.

A geometria da estrutura pode ser definida diretamente no Truss3D, por meio da especificação de coordenadas nodais e incidência das barras. Alternativamente, o usuário

pode optar pela importação de um arquivo em formato .dxf gerado pelo software AutoCAD®.

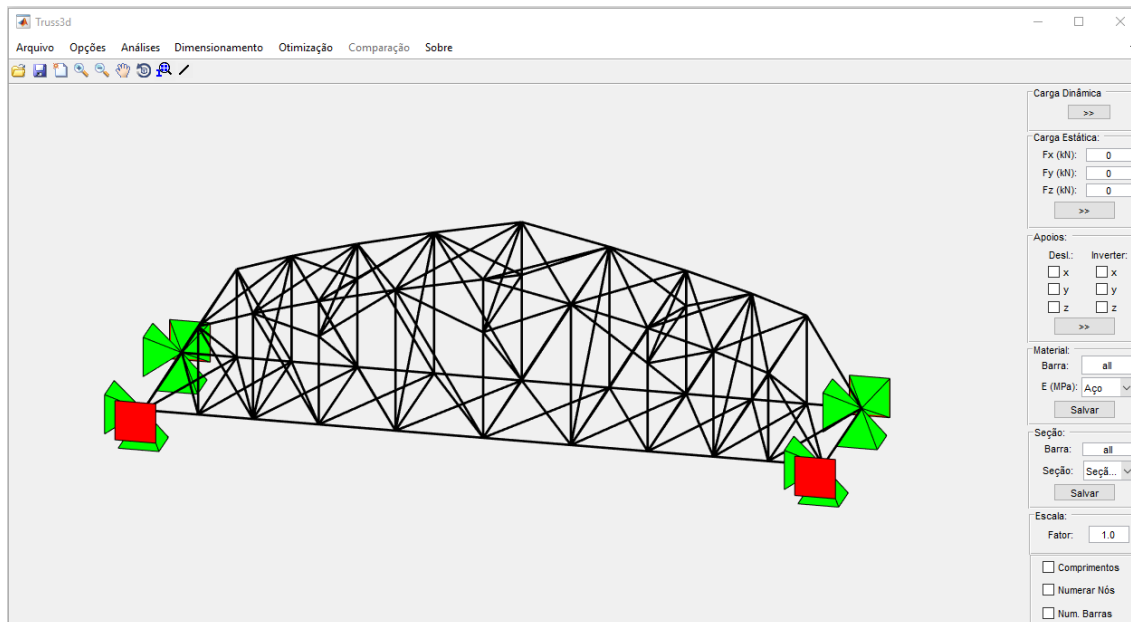


Figura 1. Interface inicial do Truss3D

O painel lateral dessa interface (Figura 2a) é utilizado para inserção de carregamentos estáticos e dinâmicos, condições de apoios, características do material e da seção transversal.

O botão de inserção de carga dinâmica é de particular interesse para este trabalho. Quando acionado, o usuário é direcionado para a janela da Figura 2b, onde deve informar os parâmetros relacionados ao carregamento, como o tempo de atuação, a direção de aplicação e a expressão que define a carga aplicada em função do tempo, sendo que a função da carga dinâmica pode ser definida em até 3 trechos. Essa janela também possui a opção de visualizar o gráfico força x tempo.

Na parte superior da interface inicial estão disponíveis menus para análise, dimensionamento e otimização estrutural, além das opções para iniciar um novo projeto, abrir um projeto existente, salvar o projeto atual, entre outros. O programa computacional desenvolvido neste trabalho é acionado por meio da seleção do menu *Análise Transiente* (Figura 2c).

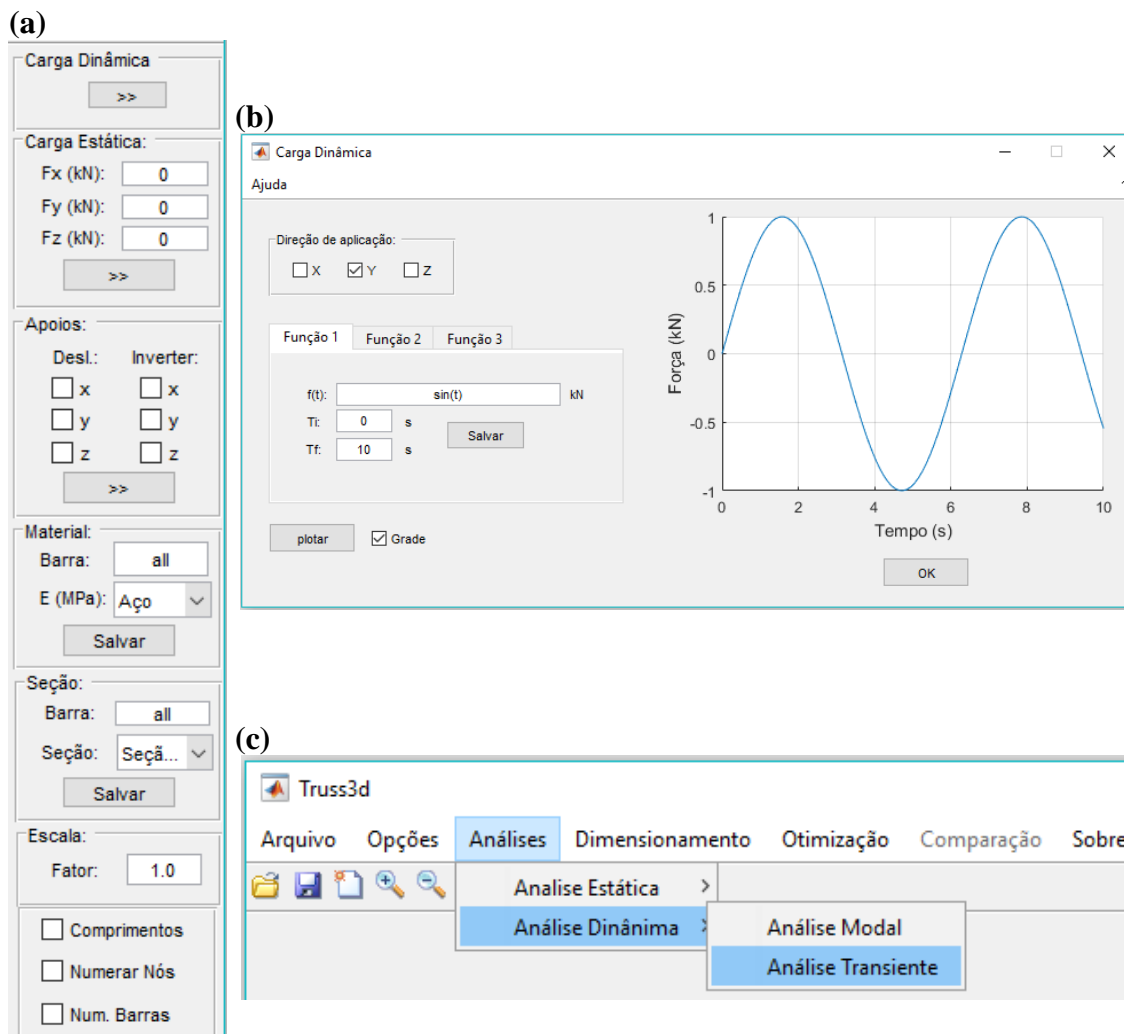


Figura 2. Recursos da Interface inicial: a) Painel lateral b) Janela de inserção de carga dinâmica c) Acesso ao programa computacional desenvolvido

3.2 Análise

A seleção do menu *Análise Transiente* abre a janela da Figura 3. Na aba *Nova Análise* dessa janela, opções como tempo de análise, tamanho do intervalo de tempo, parâmetros de integração temporal, tipo de matriz de massa e tipo de matriz de amortecimento devem ser especificadas. O botão *Analisar* inicia o processo de solução do modelo estrutural, que será considerado em regime linear elástico, a não ser que a opção de inclusão dos efeitos da não linearidade geométrica seja selecionada. Nesse caso, o usuário pode ainda definir o número de iterações desejado e a tolerância de convergência.

A aba *Nova Análise* também possui botões que permitem salvar a análise atual e abrir uma análise anterior (Figura 4).

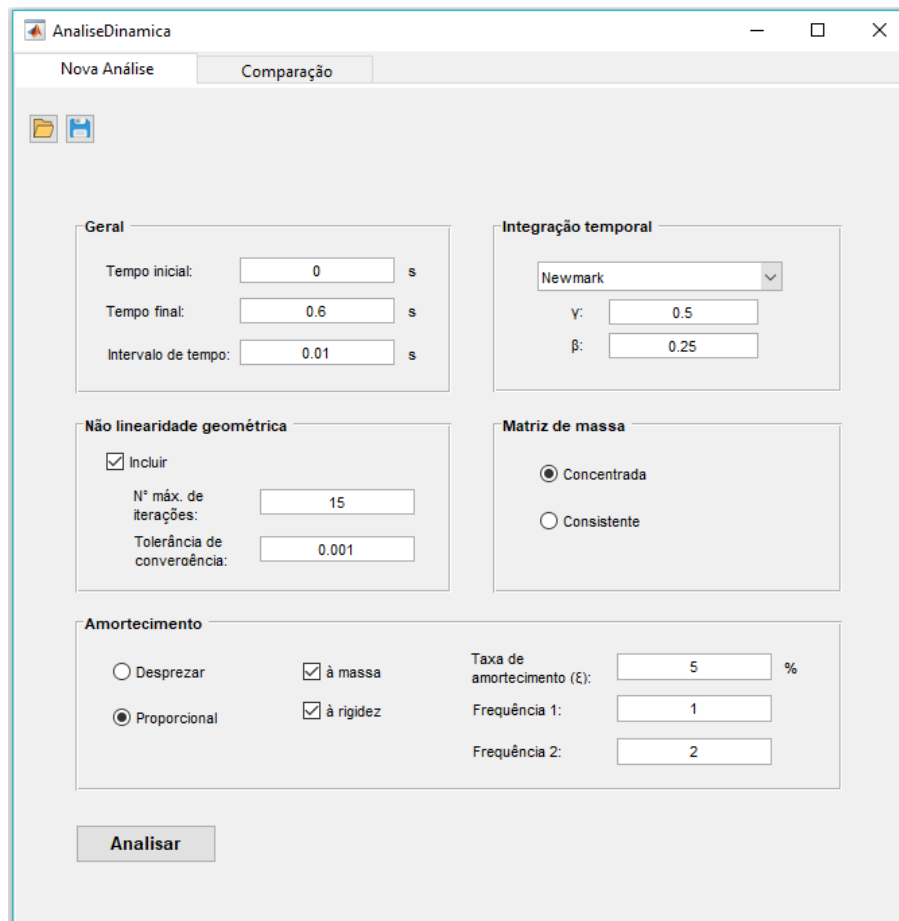


Figura 3. Janela de análise: aba *Nova Análise*

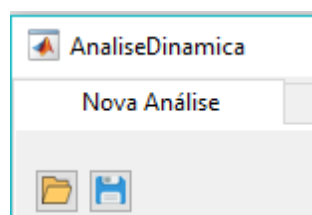


Figura 4. botões da aba *Nova Análise*

3.3 Pós-processamento

A visualização dos resultados pode ser feita por meio da plotagem de gráficos ou da geração de relatórios. Na janela da Figura 5, o usuário pode observar a variação no tempo do deslocamento, velocidade ou aceleração do nó desejado, nas direções X, Y e Z. Ainda nessa janela, o botão *Relatório* lista as respostas nodais selecionadas (Figura 6).

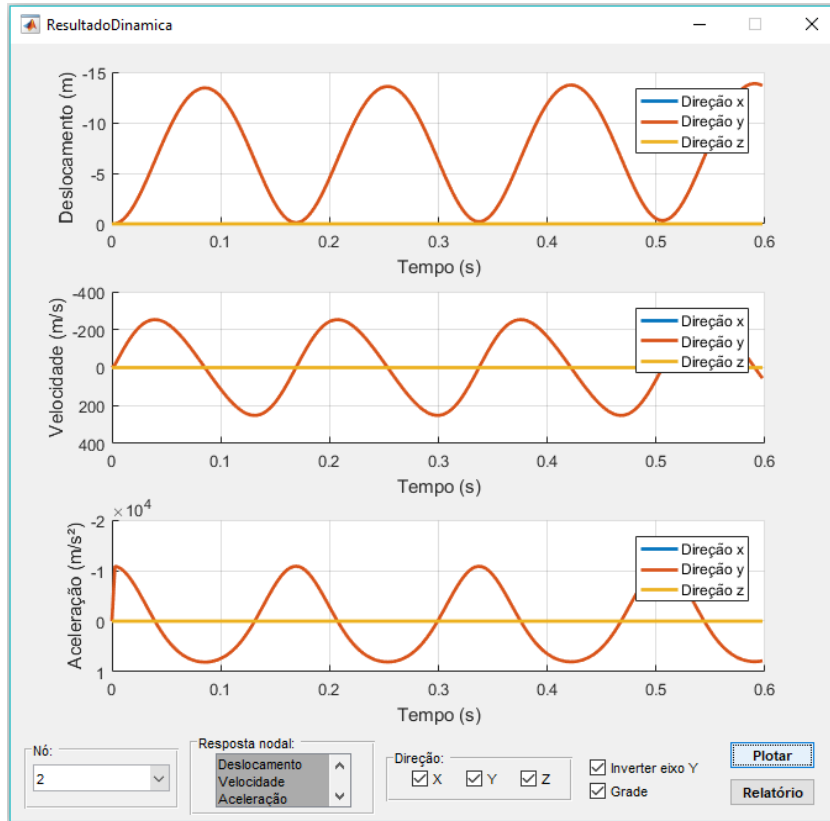


Figura 5. Visualização de resultados: gráficos

RelatorioDin

TRUSS3D
 RELATÓRIO ANÁLISE DINÂMICA - TRANSIENTE
 Dia: 27.8.2018 | Hora: 10h 49m 5s

Nó selecionado: 2

Deslocamento Nodal (m):

Tempo(s)	Direção x	Direção y	Direção z
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.002780	-0.000019	0.000018	0.000000
0.005560	-0.000063	0.000063	0.000000
0.008340	-0.000070	0.000072	0.000000
0.011120	-0.000049	0.000047	0.000000
0.013900	-0.000065	0.000063	0.000000
0.016680	-0.000068	0.000066	0.000000
0.019460	-0.000055	0.000052	0.000000
0.022240	-0.000067	0.000067	0.000000
0.025020	-0.000054	0.000053	0.000000
0.027800	-0.000038	0.000037	0.000000
0.030580	-0.000055	0.000056	0.000000
0.033360	-0.000057	0.000056	0.000000
0.036140	-0.000041	0.000044	0.000000
0.038920	-0.000048	0.000048	0.000000
0.041700	-0.000063	0.000063	0.000000
0.044480	-0.000048	0.000048	0.000000
0.047260	-0.000041	0.000039	0.000000
0.050040	-0.000064	0.000062	0.000000
0.052820	-0.000065	0.000062	0.000000
0.055600	-0.000072	0.000072	0.000000

Figura 6. Visualização de resultados: relatório

A janela de análise também conta com a aba *Comparação*, onde arquivos de análises anteriores podem ser carregados para que seus resultados sejam comparados (Figura 7). Assim, o usuário pode visualizar um gráfico comparativo para as análises selecionadas dos deslocamentos, velocidades ou acelerações do nó desejado em função do tempo.

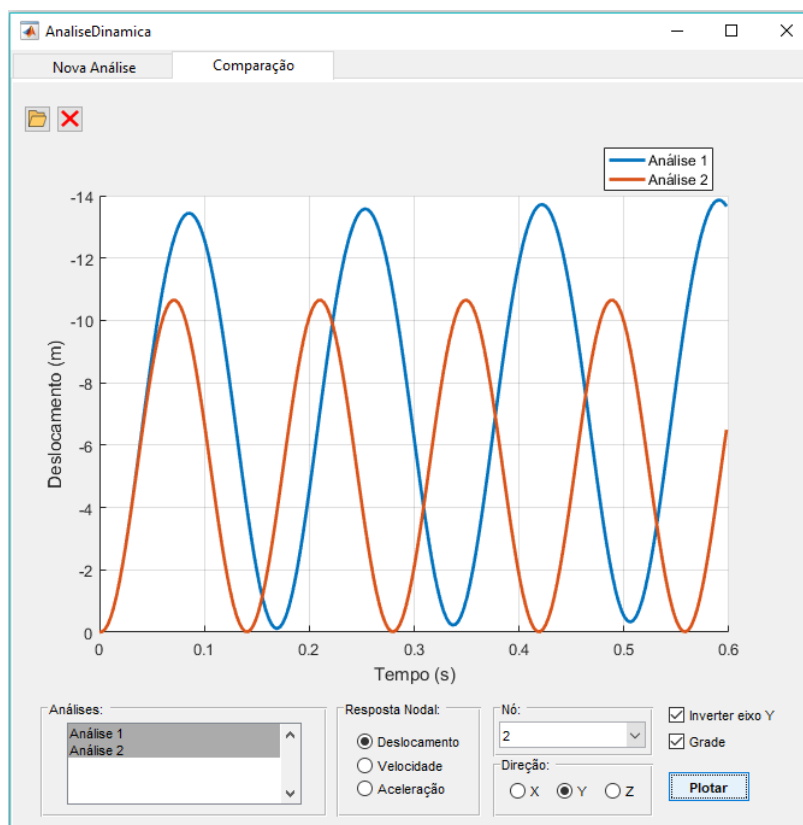


Figura 7. Janela de análise: aba *Comparação*

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, o programa computacional desenvolvido é utilizado para analisar dois exemplos clássicos da literatura especializada.

Foram realizadas análises com e sem consideração de não linearidade geométrica, utilizando o método de Newmark ($\gamma = 0,5$ e $\beta = 0,25$). A matriz de massa das estruturas foi adotada na forma concentrada e nenhum parâmetro de amortecimento foi utilizado. Nas análises não lineares, adotou-se uma tolerância de 10^{-3} . Para a conversão de unidades dos artigos de referência, considerou-se $1 \text{ in} = 0,0254 \text{ m}$ e $1 \text{ kips} = 4,45 \text{ kN}$.

Os resultados obtidos foram comparados com resultados presentes na literatura e com os resultados fornecidos pelo software ANSYS®.

4.1 Treliça plana

Este exemplo, apresentado em Zhu et al. (1994), tem o objetivo de demonstrar a precisão e a eficiência do código computacional implementado neste trabalho para a análise de estruturas treliçadas planas.

Conforme Figura 8, a estrutura é composta por duas barras e está solicitada por uma força P , aplicada em seu nó central na direção $-Y$. Ambas as barras possuem comprimento $L = 2,54$ m, módulo de elasticidade $E = 210000$ MPa, área da seção transversal $A = 0,000645$ m² e massa específica $\rho = 7850000$ kg/m³.

Dois casos de carregamento foram considerados para a força P (Figura 9). Em todas as análises foi adotado um incremento de tempo $\Delta t = 0,00278$ s.

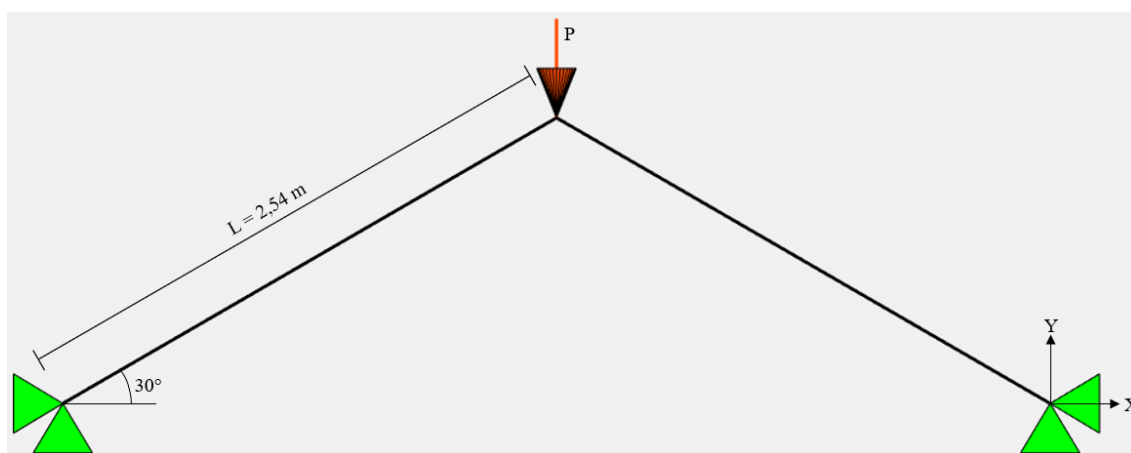


Figura 8. Treliça plana com 2 barras

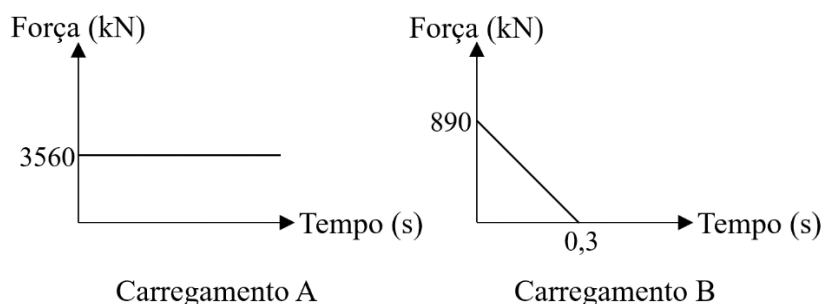


Figura 9. Carregamentos aplicados na treliça plana

A Figura 10 apresenta os resultados obtidos pelo Truss3D com os dois casos de carregamento para o deslocamento do nó central da treliça na direção Y . Na Figura 11 os resultados da análise não linear obtidos com o carregamento A são comparados com os de Zhu et al. (1994). O mesmo é feito para o carregamento B na Figura 12. Os resultados da análise linear para ambos os casos de carregamento são comparados com os fornecidos pelo ANSYS[®] na Figura 13.

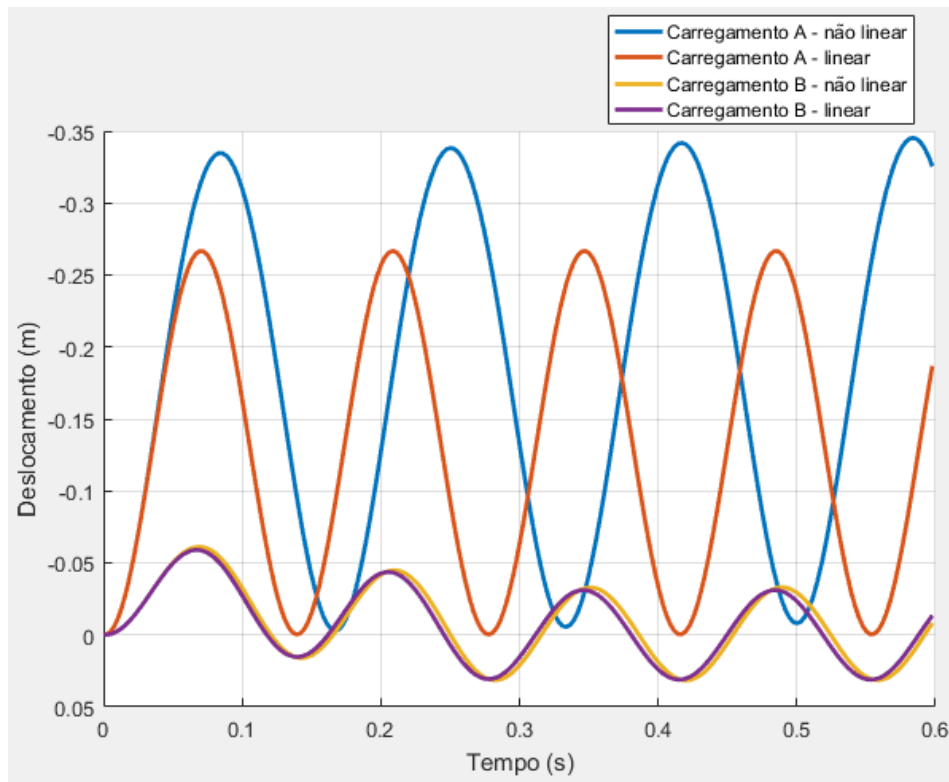


Figura 10. Resultados obtidos no Truss3D para o deslocamento do nó central na direção Y

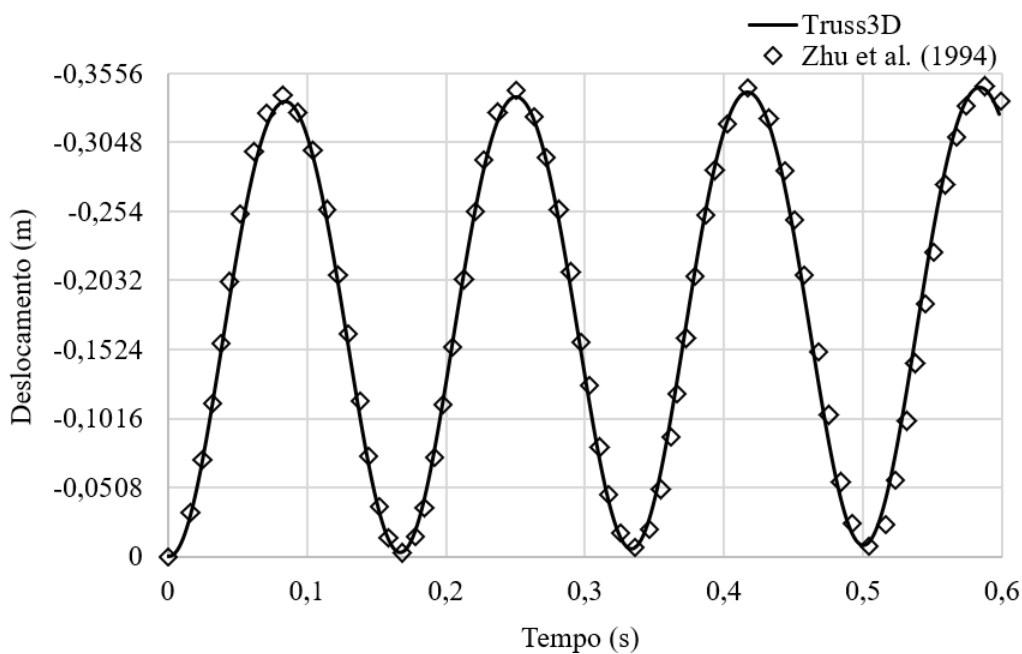


Figura 11. Deslocamento do nó central na direção Y para o carregamento A: análise não linear

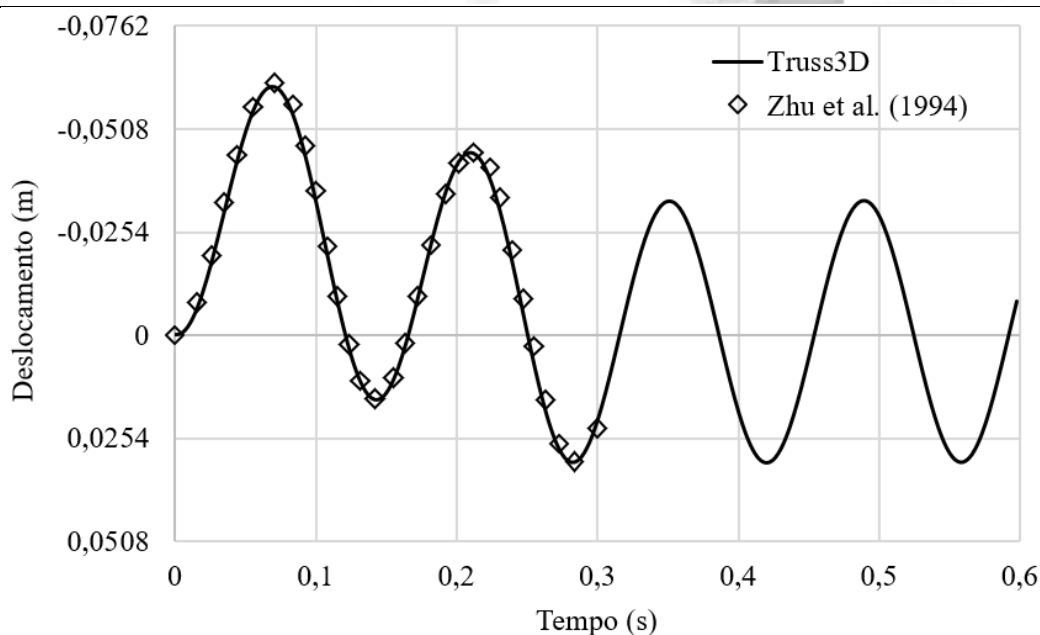


Figura 12. Deslocamento do nó central na direção Y para o carregamento B: análise não linear

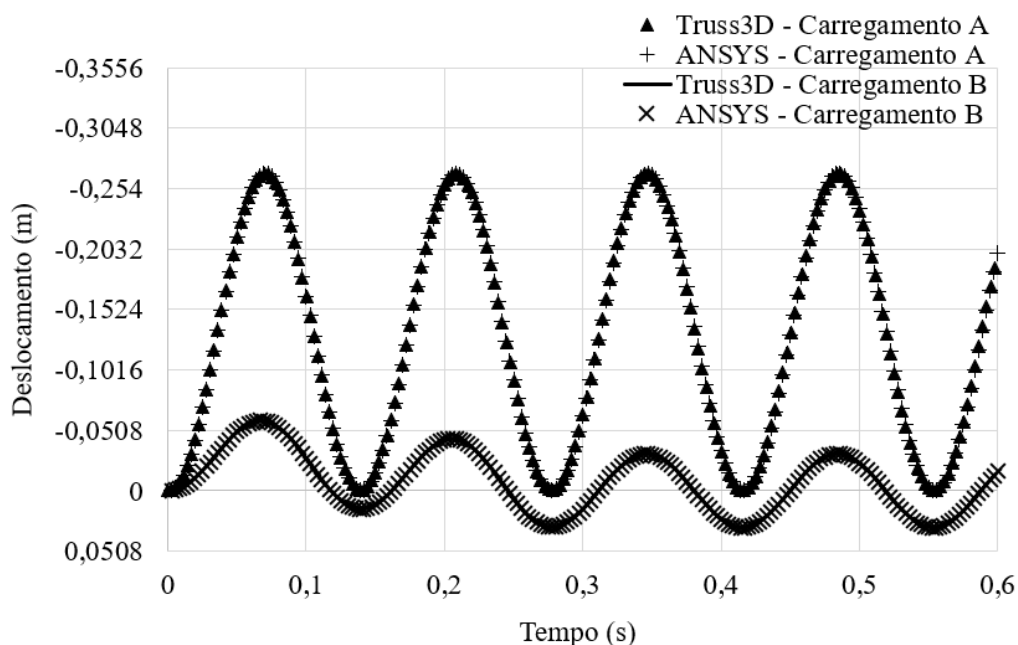


Figura 13. Deslocamento do nó central na direção Y para os carregamentos A e B: análise linear

4.2 Treliça espacial

Este exemplo, estudado anteriormente em Zhu et al. (1994) e Wang et al. (2006), tem como objetivo validar o código computacional implementado neste trabalho para a análise de estruturas treliçadas espaciais.

A estrutura consiste em um domo treliçado composto por 24 barras, solicitadas por uma força P aplicada no nó central na direção $-Z$ (Figura 14). As propriedades físicas e geométricas da estrutura são: módulo de elasticidade $E = 68992 \text{ MPa}$, área da seção transversal $A = 0,000645 \text{ m}^2$ e massa específica $\rho = 2760 \text{ kg/m}^3$.

Para a força P , foram considerados dois casos definidos por carregamentos triangulares com tempos de aplicação diferentes (Figura 15). A estrutura foi analisada utilizando um incremento de tempo $\Delta t = 0,000156 \text{ s}$.

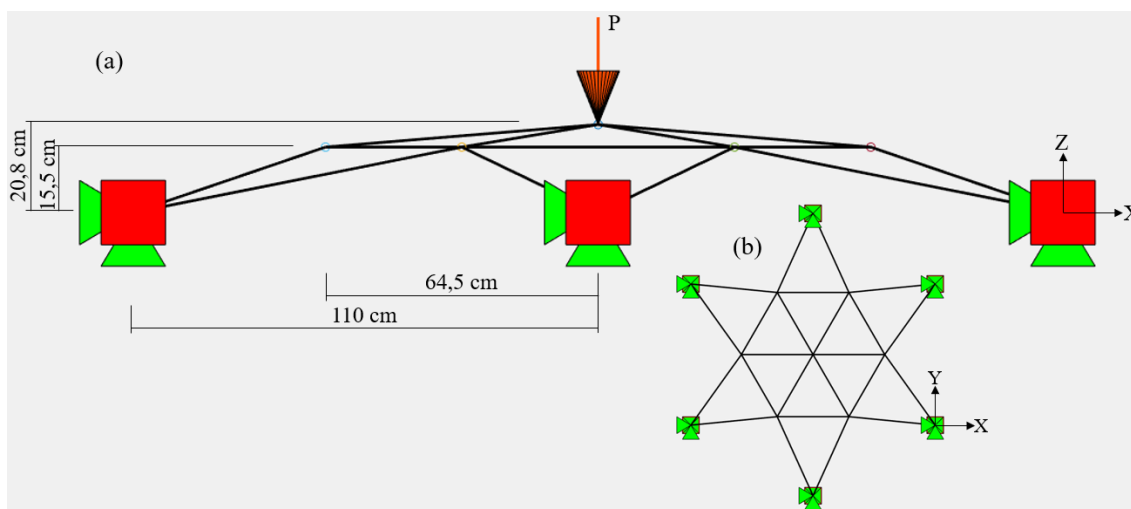


Figura 14. Domo treliçado: a) vista lateral b) vista frontal

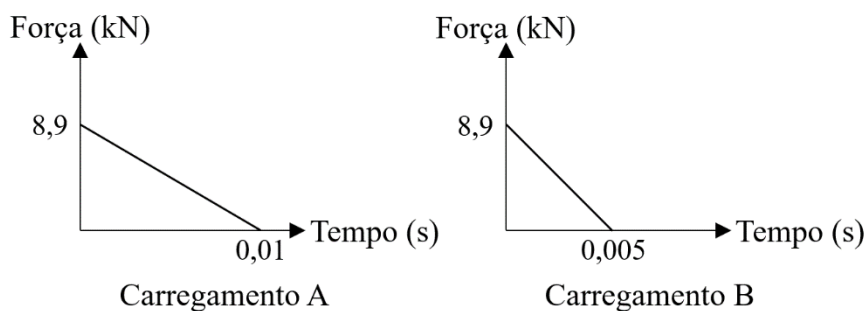


Figura 15. Carregamentos aplicados no domo treliçado

A Figura 16 apresenta a resposta transiente do nó central do domo fornecida pelo Truss3D para os dois casos de carregamento. Uma comparação entre os resultados da análise não linear obtidos neste trabalho com os de Zhu et al. (1994) e de Wang et al. (2006) é feita na Figura 17 para o carregamento A e na Figura 18 para o carregamento B. Os resultados da análise linear para ambos os carregamentos são comparados com os fornecidos pelo ANSYS® na Figura 19.

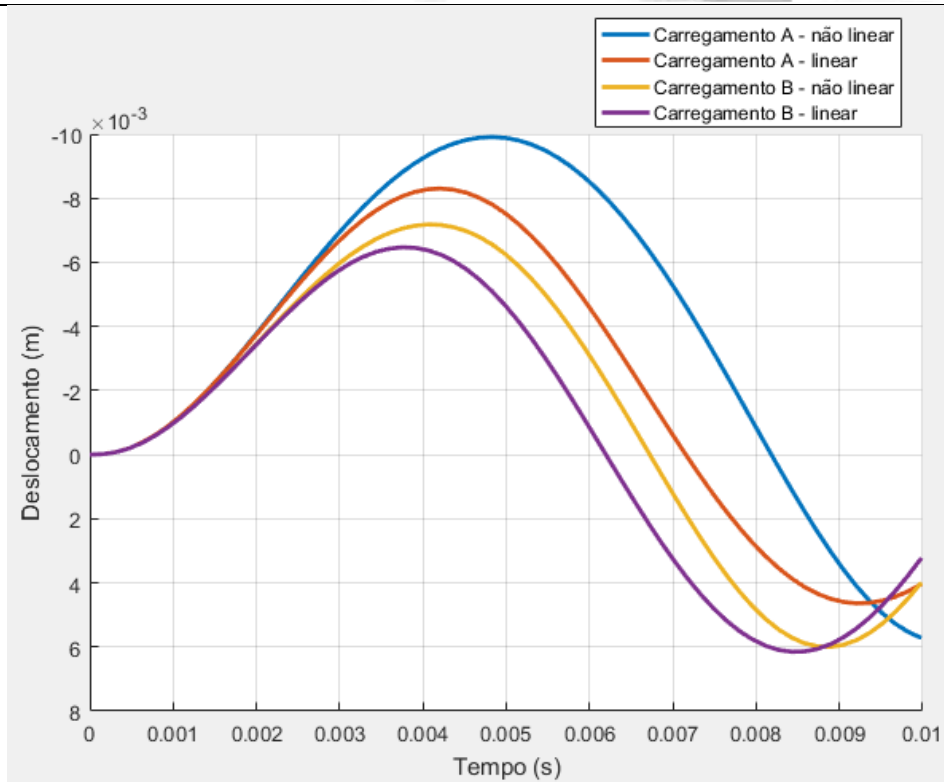


Figura 16. Resultados obtidos no Truss3D para o deslocamento do nó central na direção Z

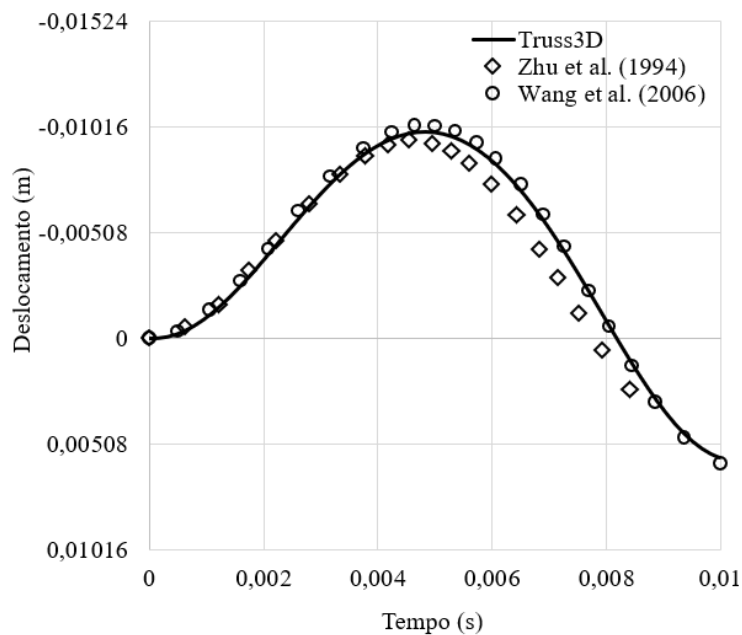


Figura 17. Deslocamento do nó central na direção Z para o carregamento A: análise não linear

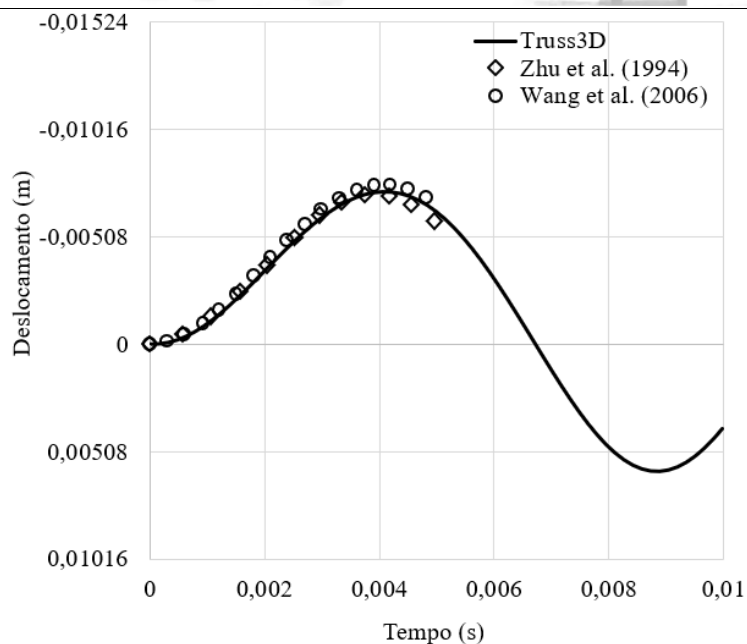


Figura 18. Deslocamento do nó central na direção Z para o carregamento B: análise não linear

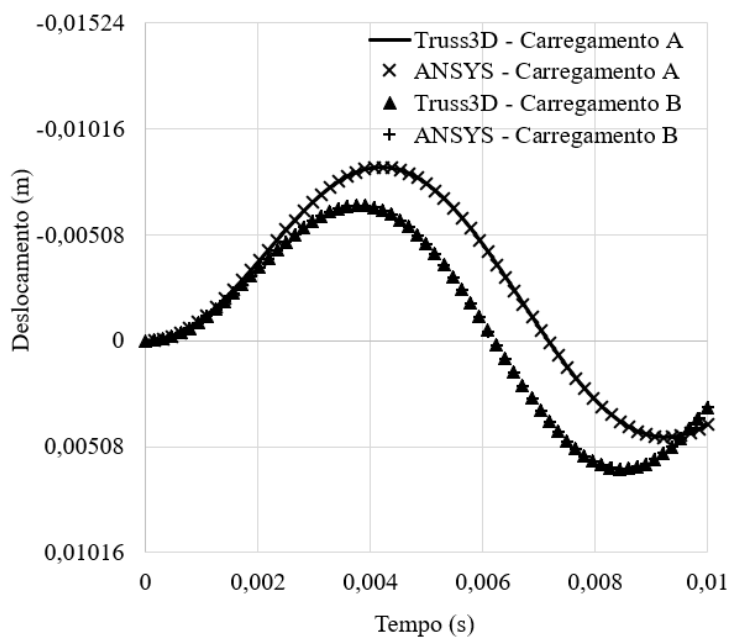


Figura 19. Deslocamento do nó central na direção Z para os carregamentos A e B: análise linear

5 CONCLUSÃO

O programa computacional desenvolvido se mostrou bastante útil para a análise dinâmica de estruturas treliçadas planas e espaciais. Sua interface gráfica permite ao



usuário uma utilização simples e intuitiva, facilitando a visualização e avaliação dos resultados obtidos.

Dois exemplos clássicos da literatura especializada foram estudados para demonstrar a eficiência e a precisão do procedimento de análise implementado neste trabalho. Em ambos, os resultados da análise não linear apresentam boa concordância com os artigos de referência e os resultados da análise linear estão de acordo com o software ANSYS®.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Azolin, L. G., Novelli, L., Alves, E. C., 2016. Projeto otimizado de estruturas tubulares espaciais submetidas a carregamento dinâmico. In: XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Brasília.
- Martinelli, L. B., Alves, E. C., 2017a. Otimização do dimensionamento de treliças tubulares considerando a não-linearidade geométrica. In: XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Florianópolis.
- Martinelli, L. B.; Alves, E. C., 2017b Programa computacional para análise não-linear de treliças espaciais. In: XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Florianópolis.
- Martinelli, L. B., Alves, E. C., Novelli, L., Azolin, L. G., 2016. Um sistema para análise dinâmica e não linear de treliças espaciais. In: XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Brasília.
- Novelli, L., Alves, E. C., Filho, H. G., Garozi, M. J. P., Azevedo, M. S., 2015. Ferramenta computacional para o dimensionamento de estruturas tubulares treliçadas. In: XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. *Anais...* Rio de Janeiro
- Silva, A. R. D., 2009. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Wang, C. -Y., Wang, R. -Z., Chuang, C. -C., Wu, T. -Y., 2006. Nonlinear dynamic analysis of reticulated space truss structures. *Journal of Mechanics*, vol. 22, n. 3, pp. 199–212.
- Yang, Y. -B., Kuo, S. -R., 1994. *Theory and analysis of nonlinear framed structures*. New York: Prentice Hall.
- Zhu, K., Al-Bermani, F. G. A., Kitipornchai, S., 1994. Nonlinear dynamic analysis of lattice structures. *Computers & Structures*, vol. 52, n. 1, pp. 9-15.