



IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS DA BISSEÇÃO E POSIÇÃO FALSA NO RSTUDIO PARA CÁLCULO DE RAÍZES POLINOMIAIS

SILVA, Maria Luiza Araujo¹, Paula, Fernanda Vital de²

RESUMO

Este trabalho provém de um projeto de pesquisa denominado “Solução de Equações Polinomiais Utilizando a Implementação dos Métodos Numéricos: Bisseção, Posição Falsa e Iteração Linear, via Software RStudio”, desenvolvido no âmbito do PIBIC-UFNT, com o objetivo de investigar e aplicar métodos numéricos na determinação de raízes de polinômios de graus elevados, a partir da constatação da inexistência de uma fórmula geral capaz de resolvê-los de maneira precisa. A metodologia adotada consiste em uma pesquisa bibliográfica voltada à compreensão das limitações e vantagens de cada método, seguida da aplicação prática dos algoritmos no *software* RStudio e, por fim, da análise da eficiência desses métodos na aproximação dos números irracionais π (número pi) e o número e (número de Euler). Durante o desenvolvimento, foi possível compreender matematicamente os métodos e, conseqüentemente, sua relevância para auxiliar na resolução de problemas matemáticos, sendo ferramentas essenciais para o estudo de funções e obtenção de raízes, cuja convergência é garantida sob condições adequadas. Os métodos numéricos apresentam-se como uma proposta eficiente para auxiliar nessa problemática, uma vez que garantem a convergência do processo iterativo dentro de suas condições.

Palavras-chave: Métodos Numéricos. Bisseção. Posição Falsa.

I. INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

Este projeto, da grande área de Ciências Exatas e da Terra e, voltado à temática do Cálculo Numérico, propõe o estudo e a aplicação de métodos numéricos

1 Bolsista do Programa de Iniciação Científica (PIBIC). Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), Centro de Ciências Integradas. maria.araujo@ufnt.edu.br.

2 Professora do curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), orientadora do projeto de pesquisa. fernanda.paula@ufnt.edu.br.

para determinar as raízes reais de funções. Esta pesquisa surge da falta de teoremas adequados para encontrar soluções exatas de equações polinomiais de graus mais elevados. As atividades estão centradas em compreender e apresentar os fundamentos teóricos dos métodos numéricos para a solução de equações com os métodos da Bisseção e Posição Falsa, bem como realizar sua implementação no *software* RStudio.

Além disso, é realizado um estudo da eficiência dos métodos na aproximação de números irracionais, aspecto fundamental para a compreensão dos métodos, a aplicação prática, a automatização dos processos e a demonstração efetiva da aplicabilidade real desses métodos. Desse modo, o desenvolvimento deste projeto contribui para a consolidação dos conhecimentos teóricos e práticos que englobam os métodos numéricos, permitindo que conceitos abstratos do cálculo sejam explorados de maneira computacional.

II. BASE TEÓRICA

O estudo dos métodos numéricos é essencial para a compreensão da resolução de problemas matemáticos que envolvem a obtenção de raízes reais. Segundo Lopes e Ruggiero (1996), a principal ideia desses métodos é a aproximação e a refinação da raiz por meio de um processo iterativo. O embasamento teórico desses métodos está centrado no Teorema de Bolzano (Guidorizzi, 2013), sendo fundamental para o desenvolvimento e compreensão do método da Bisseção e da Posição Falsa.

De acordo com Cunha e Castro (2010), a Bisseção atua reduzindo o tamanho de um intervalo que contém a raiz da função, de tal forma que este seja menor que a precisão escolhida. Satuf (2004) aponta que, para a funcionalidade do método, também se deve ter a continuidade e a mudança de sinal, ou seja, $f(a)f(b) < 0$. O método da Posição Falsa, para Chapra e Canale (2011), é uma alternativa que se baseia no estudo gráfico, partindo da ideia de média ponderada e seguindo a mesma lógica de determinação da raiz que o método da Bisseção.

Apesar de sua potencialidade, uma das principais limitações desses métodos é o elevado número de iterações necessárias para alcançar a convergência. Nesse contexto, o RStudio apresenta-se como um importante aliado. Conforme Mello e Peternelli (2013), trata-se de um ambiente de desenvolvimento da linguagem de

programação R, amplamente reconhecido por sua eficiência na análise e manipulação de dados, além de dispor de uma ampla gama de recursos que o tornam essencial no estudo e na aplicação dos métodos numéricos.

Portanto, as técnicas iterativas na resolução de problemas matemáticos posicionam-se como ferramentas essenciais para a resolução de problemas matemáticos complexos, cujo cálculo direto é impraticável, o que as tornam essenciais para a obtenção de resultados práticos e quantificáveis.

III. OBJETIVOS

O projeto, do qual se originou este trabalho, teve como objetivo geral estudar matematicamente os métodos numéricos da Bisseção e Posição Falsa, que conduzem à obtenção de raízes de equações polinomiais, realizar rotinas no *software* RStudio, bem como divulgar as atividades realizadas durante o desenvolvimento do projeto mencionado.

De modo específico, esperava-se compreender matematicamente os métodos iterativos já citados, além da convergência destes, a fim de investigar os erros cometidos na aproximação das raízes. Posteriormente, buscava-se familiarizar-se com o *software* RStudio, para a posterior implementação e comparação dos métodos iterativos quanto à convergência e aos erros na aproximação das raízes.

Por fim, almejava-se explorar aproximações de números irracionais, utilizando os métodos estudados e subsequentemente, avaliar a eficiência e aplicabilidade dos métodos para diferentes tipos de funções polinomiais.

IV. METODOLOGIA

A princípio, para uma familiarização com os métodos abordados, foi realizado o estudo de tópicos que tratavam com maior detalhamento o assunto dos zeros reais de funções. Dessa maneira, a metodologia utilizada constitui-se em uma pesquisa bibliográfica, baseada na leitura e análise de materiais teóricos, não envolvendo participantes. O estudo, tanto teórico quanto computacional, bem como a escrita do trabalho, foram realizados, em sua maior parte, no Laboratório de Informática da Matemática (LMAT), localizado na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT).

Em razão da extensão do projeto e da necessidade de manter o foco na prática com o RStudio, optou-se por concentrar o estudo e a compreensão em dois métodos: Bisseção e Posição Falsa.

Subsequentemente, partiu-se para a fase prática, em que foram realizados cálculos que, aliados aos métodos já estudados, tiveram a intenção de visualizar e integrar os conceitos matemáticos.

Logo após, devido ao alto número de iterações realizadas em determinadas situações para o desenvolvimento do método, a atenção foi direcionada para o RStudio. Com a aplicação do *software*, tornou-se possível analisar as potencialidades e limitações dos métodos, já que, quando realizados manualmente, estes são suscetíveis a erros de precisão, além de serem bastante exaustivos, pois exigem um grande número de iterações até a determinação da raiz da função desejada.

Posteriormente, o estudo centrou-se na análise das potencialidades dos métodos numéricos para realizar aproximações de números irracionais. Portanto, compreende-se que uma possibilidade de determinação da aproximação desejada, ocorre por meio dos métodos numéricos, nos quais se pôde determinar uma equação que tivesse como raiz o número irracional que desejava aproximar e, logo depois, estabelecer um intervalo ao qual esse número pertença e aplicar o método escolhido.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O projeto em questão teve como ponto inicial o reconhecimento das limitações que os métodos e teoremas tradicionais para a definição dos zeros reais de funções apresentam, pois, em diversas situações, deparamo-nos com casos em que é necessário encontrar $f(x) = 0$.

Além disso, foi iniciada a implementação para melhor automatização dos métodos. É perceptível a praticidade que o *software* oferece, já que fornece maior precisão e eficiência. Ferramentas como a possibilidade de plotar gráficos — facilitando a escolha do intervalo no qual a raiz está localizada, bem como identificar se há uma ou mais raízes — e o pacote *pracma*, que fornece resultados automáticos com número de iterações, auxiliaram no estudo e na compreensão das potencialidades do RStudio, tornando o processo mais prático.

O estudo das potencialidades dos métodos para realizar aproximações mostrou-se bastante satisfatório. Foi possível realizar comparações e análises dos

resultados de aproximações dos números irracionais π (número pi) e e (número de Euler).

Com o objetivo de realizar a comparação de ambos os métodos entre si e com outros que são amplamente utilizados na determinação de raízes de funções, isso, quanto à rapidez de convergência, número de iterações e grau de precisão, foi realizada uma análise comparativa envolvendo os métodos de Newton-Raphson, Secante, Posição Falsa e Bisseção, explorando também as vantagens computacionais oferecidas pelo RStudio. Além disso, observa-se a eficiência dos métodos na aproximação de números irracionais, os quais frequentemente apresentam desafios para métodos exatos devido à sua natureza infinita e não periódica. A análise dos resultados mostra que cada método possui características próprias, apresentando diferentes níveis de precisão, número de iterações e tempo de execução, o que os torna adequados para distintas necessidades e particularidades dos problemas enfrentados.

Examinando os Quadros 1.1 e 1.2, podemos extrair considerações importantes sobre a eficiência dos métodos. Em algumas situações, certos métodos irão se sobressair sobre os outros, independente da velocidade, mais ou menos iterações. Os métodos Newton e Secante demonstraram no segundo caso ser mais eficientes nos termos de precisão.

Quadro 1.1: Comparação entre métodos numéricos para o número π .

	Bisseção	Posição Falsa	Newton	Secante
Dados Iniciais	[3,4]	[3,4]	3	3 e 4
Raiz Aproximada	3,1415901184	3,1415926531	3,1415926760	3,1415926531
Iterações	17	4	4	4
Velocidade	0,04	0,02826	0	0,231
Erro Absoluto	$2,535 \times 10^{-6}$	$5,289 \times 10^{-10}$	$2,24 \times 10^{-8}$	$5,289 \times 10^{-10}$

Quadro 1.2: Comparação entre métodos numéricos para o número e .

	Bisseção	Posição Falsa	Newton	Secante
Dados Iniciais	[1,2]	[1,2]	1,5	1 e 2
Raiz Aproximada	2,718284607	2,718283013	2,7182818285	2,7182818285
Iterações	17	7	4	5
Velocidade	0	0,00242	0,009	0,006

Erro Absoluto	$2,77 \times 10^{-6}$	$1,185 \times 10^{-6}$	0	0
---------------	-----------------------	------------------------	---	---

Por outro lado, o método da Bisseção e Posição Falsa são mais simples, principalmente com o apoio do RStudio, onde a quantidade de iterações e a velocidade não é uma grande desvantagem devido à eficiência do software. A Bisseção, é extremamente confiável e garante convergência, sendo útil quando se conhece apenas a função e o intervalo onde a raiz está localizada. Já o da Posição Falsa, surge como um equilíbrio entre eficiência e praticidade, já que o mesmo se assemelha com o da Bisseção, mas com um melhor desempenho e precisão.

Portanto, os métodos de Bisseção e Posição Falsa, quando aplicados com o suporte de ferramentas computacionais como o RStudio, não só proporcionam soluções viáveis para encontrar raízes reais com boa precisão, mas também evidenciam a importância da utilização de *softwares* no aprimoramento da matemática aplicada, otimizando processos que seriam lentos e suscetíveis a erros quando realizados manualmente.

De maneira geral, os avanços alcançados indicam que os métodos estudados possuem grande capacidade para auxiliar na resolução de problemas matemáticos, sendo ferramentas essenciais para o estudo de funções.

VI. CONCLUSÃO/CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo compreender os métodos numéricos Bisseção e Posição Falsa, bem como a eficiência do *software* na aplicação desses métodos para posterior determinação e aproximação da raiz real de funções polinomiais. Destaca-se que a proposta foi desenvolvida com o apoio do RStudio, ambiente para a linguagem de programação R, que visa facilitar a análise e a visualização de dados, sendo, portanto, essencial para o desenvolvimento da pesquisa.

Durante o desenvolvimento do trabalho, foi possível compreender matematicamente os métodos e, conseqüentemente, sua relevância no estudo da determinação de raízes reais. Essas características, aliadas à eficiência do RStudio, possibilitam a obtenção de raízes mais precisas, com a garantia de que cálculos, que antes seriam realizados manualmente e poderiam conter erros, agora são mais confiáveis.

Além disso, observa-se a eficiência dos métodos na aproximação de números irracionais, os quais frequentemente apresentam desafios para métodos exatos devido à sua natureza infinita e não periódica. Como produção resultante do projeto, foi desenvolvido um material escrito que ordena os principais conceitos, resultados e métodos desenvolvidos, com a finalidade principal de contribuir com a comunidade científica e apoiar pesquisadores interessados na temática.

Portanto, os métodos de Bisseção e Posição Falsa, quando aplicados com o suporte de ferramentas computacionais como o RStudio, não só proporcionam soluções viáveis para encontrar raízes reais com boa precisão, mas também evidenciam a importância da utilização de *softwares* no aprimoramento da matemática aplicada, otimizando processos que seriam lentos e suscetíveis a erros quando realizados manualmente.

VII. REFERÊNCIAS

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

CUNHA, F. G. M.; CASTRO, J. K. de S. **Cálculo Numérico**. Fortaleza: UAB/IFCE.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

MELLO, M. P.; PETERNELLI, L. A. **Conhecendo o R: Uma visão mais que Estatística**. 1. ed. Viçosa: UFV, 2013.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, Vera Lucia da Rocha. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.

SATUF, F. **O Método da Bisseção**. Revista Matemática Universitária, n. 36, p. 39–49.

VIII. AGRADECIMENTOS

Agradeço a Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) pelo apoio institucional, em especial pelo estímulo proporcionado por meio da bolsa, durante o desenvolvimento da pesquisa. Ademais, agradeço à minha orientadora do projeto, Fernanda Vital de Paula, pelo auxílio fornecido e a oportunidade de realizar tal pesquisa, bem como meu parceiro de estudo, João Paulo Tavares de Sousa, por todo companheirismo e suporte prestado a mim durante este período.