

# Métodos de machine learning para reconciliação ótima de séries temporais hierárquicas e agrupadas de instituições financeiras

Alberson da Silva Miranda<sup>a,\*</sup>, Guilherme Armando de Almeida Pereira<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Universidade Federal do Espírito Santo, Departamento de Economia, Av. Fernando Ferrari, 514, Vitória, 29.075-910*

---

## Resumo

Em economia bancária, a previsão de séries temporais é essencial nos processo de orçamentação, elaboração do *guidance* e definição de metas para os diversos níveis hierárquicos de uma instituição financeira. Na última década, a pesquisa em previsão hierárquica experimentou crescimento substancial, caracterizado por avanços significativos na precisão de modelos de previsão. Recentemente, os métodos de *machine learning* foram integrados à literatura de previsão hierárquica como uma nova abordagem para reconciliação de previsões. Este trabalho se baseia nesses avanços, explorando ainda mais o potencial desses métodos para otimizar a reconciliação de séries temporais hierárquicas no setor financeiro brasileiro, especificamente na previsão de saldos de empréstimos e financiamentos do Banco do Estado do Espírito Santo. Os resultados mostram que não há método ou estratégia únicos que superem consistentemente todos os outros. No entanto, a abordagem adequada pode melhorar em até 91% a precisão em comparação com o melhor método analítico.

*Palavras-chave:* Economia bancária, Séries temporais hierárquicas, Reconciliação ótima, Machine learning

---

## 1. INTRODUÇÃO

Embora no séc. XX ainda houvesse espaço para uma gestão guiada apenas por instinto (Wallander, 1999), atualmente é impensável um banco não realizar previsões de seus resultados e comunicar suas expectativas ao mercado. Nesse documento, ou *guidance*, a projeção da carteira de crédito — o total de empréstimos e financiamentos, dentre outros itens — é frequentemente a primeira informação fornecida. Juntamente com as projeções de depósitos, provisões para créditos de liquidação duvidosa, eficiência operacional, entre outros indicadores-chave, essas projeções determinam a temperatura das expectativas da instituição, e isso é essencial para os acionistas e investidores. Essas projeções precisam ser tão precisas quanto possível para que se possa calcular o risco de transacionar com a instituição financeira.

Ainda que não existam penalidades específicas para instituições financeiras que erram (por uma boa margem) em suas projeções, elas podem sofrer consequências negativas em outros aspectos, como na avaliação de seus desempenhos por parte dos investidores e clientes. Estes podem considerar as projeções equivocadas como um sinal de falta de competência ou confiança na instituição financeira, o que pode afetar negativamente a reputação e a imagem da instituição.

Além disso, nos casos em que algum grupo se sentir lesado, os bancos podem enfrentar ações judiciais se suas projeções forem consideradas enganosas ou fraudulentas. Por exemplo, se uma instituição financeira fizer projeções excessivamente otimistas para incentivar os investidores a comprar seus títulos e, posteriormente,

---

\*Autor correspondente

*Email addresses:* [albersonmiranda@hotmail.com](mailto:albersonmiranda@hotmail.com) (Alberson da Silva Miranda), [guilherme.aa.pereira@ufes.br](mailto:guilherme.aa.pereira@ufes.br) (Guilherme Armando de Almeida Pereira)

as projeções se mostrarem incorretas, ela pode ser acusada de fraude<sup>1</sup> ou, ao menos, gestão temerária<sup>2</sup> — ambos caracterizados como crime contra o Sistema Financeiro Nacional (SFN).

Por isso, é importante que as instituições financeiras sejam transparentes e precisas em suas projeções, fornecendo informações confiáveis e atualizadas para seus clientes e investidores. No entanto, há também motivações estratégicas para essa atividade. [Beccalli et al. \(2015\)](#) mostraram que, em uma amostra de 55 bancos europeus, a utilização de *guidance* está associada a um aumento de 15% na probabilidade do banco atingir ou superar as expectativas de mercado. Isso, por sua vez, está associado a um incremento de até 5% no retorno por ação em relação aos bancos que não alcançaram ou superaram as expectativas.

A prática usual em *budgeting*<sup>3</sup>, principalmente para empresas com muitas filiais, é a *top-down*. No caso dos bancos de varejo, com muitas agências espalhadas pelo território, esse método pode ser muito útil. Na prática, em um país continental como o Brasil, a quantidade de filiais para as quais se deve realizar previsões pode tornar a tarefa desafiadora mesmo para instituições regionais.

Esse é o caso do Banestes. Com 134 agências distribuídas pelos 78 municípios capixabas, realizar o *budgeting* para R\$ 5,5 bi de faturamento<sup>4</sup> não é uma tarefa trivial. Além de uma estrutura hierárquica de alta dimensionalidade por conta da quantidade de agências, se tratando de um banco múltiplo<sup>5</sup> que opera com diversas carteiras, as  $n$  modalidades de crédito<sup>6</sup> expandem a estrutura para um total de  $n \times 134$  séries temporais a serem estimadas.

Dada tal complexidade, a abordagem *top-down* se coloca como uma opção viável em termos de tempo de processamento e análise. No entanto, conforme descemos na hierarquia, menos precisa ela se torna e, além disso, as características individuais das séries temporais do menor nível hierárquicos são ignoradas. No sentido inverso, caso se escolha estimar modelos para cada uma das 134 agências e agregá-las (*bottom-up*), ignora-se a influência que os níveis mais agregados — aqui a carteira de crédito da região ou de todo o estado — podem ter na estimação do saldo de crédito de cada agência. De qualquer forma, utiliza-se informação incompleta. Nesse sentido, a reconciliação ótima pode incrementar em grande medida a acurácia das previsões de saldos de crédito de instituições financeiras, permitindo a elaboração do *guidance* e do orçamento de forma mais precisa.

Neste trabalho, buscou-se aprimorar as previsões de saldos de empréstimos e financiamentos do Banco do Estado do Espírito Santo através da aplicação da metodologia de combinação ótima via ML. Para o *benchmarking*, foram testadas 7 implementações de métodos de ML (XGB, RF, LGBM, *Elastic Net*, *Lasso*, *ridge* e SVM), 2 métodos analíticos (*bottom-up* e MinT), 3 estratégias de aquisição do conjunto de treinamento para os modelos de ML (*rolling forecast*, *fitted values* e *reduced fitted values*) e 2 estratégias de validação cruzada (aleatória e *rolling origin*).

## 2. RECONCILIAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS HIERÁRQUICAS E AGRUPADAS

### 2.1. Notação algébrica

Séries temporais hierárquicas são aquelas que podem ser agregadas ou desagregadas naturalmente em uma estrutura aninhada ([Hyndman and Athanasopoulos, 2021](#)). Para ilustrar, tome a série do PIB de um país

---

<sup>1</sup>Art. 3º: Divulgar informação falsa ou prejudicialmente incompleta sobre instituição financeira. Pena: Reclusão, de 2 (dois) a 6 (seis) anos, e multa. Art. 4º: Gerir fraudulentamente instituição financeira. Pena: Reclusão, de 3 (três) a 12 (doze) anos, e multa ([Brasil, 1986](#)).

<sup>2</sup>Art. 4º, parágrafo único: Se a gestão é temerária: Pena: Reclusão, de 2 (dois) a 8 (oito) anos, e multa ([Brasil, 1986](#)).

<sup>3</sup>O orçamento é um documento no qual é definido o planejamento financeiro de um empresa, geralmente para o ano seguinte, estabelecendo metas e objetivos. Nele, são projetadas as expectativas da empresa e é base de comparação para saber como os resultados estão se desviando da performance esperada.

<sup>4</sup>Conforme demonstrativos publicados referentes ao exercício de 2022 ([Banco do Estado do Espírito Santo, 2022](#)).

<sup>5</sup>Para ser classificado como banco múltiplo, a instituição financeira deve operar com, no mínimo, duas carteiras dentre: comercial; investimento ou desenvolvimento; crédito imobiliário; de crédito, financiamento e investimento, e; arrendamento mercantil ([Conselho Monetário Nacional, 1994](#)).

<sup>6</sup>Crédito consignado, rural, imobiliário, pessoal, capital de giro, desconto de títulos etc.

ficção com três estados, cada um com dois municípios. Essa série pode ser desagregada por estado que, por sua vez, pode ser desagregada por município (Figura 1).

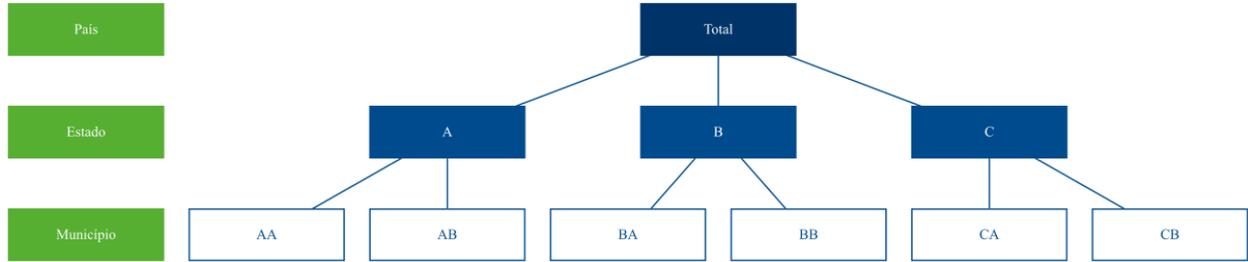


Figura 1: Séries Hierárquicas

Essa estrutura pode ser representada através de equações para qualquer nível de agregação. Dessa forma, o agregado nacional pode ser descrito pelos agregados dos estados, Equação (1), ou como o agregado dos municípios, Equação (2). Já o agregado para o estado A é representado pela Equação (3).

$$y_t = y_{A,t} + y_{B,t} + y_{C,t} \quad (1)$$

$$y_t = y_{AA,t} + y_{AB,t} + y_{BA,t} + y_{BB,t} + y_{CA,t} + y_{CB,t} \quad (2)$$

$$y_{A,t} = y_{AA,t} + y_{AB,t} \quad (3)$$

Alternativamente, podemos descrever a estrutura completa de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{A,t} \\ y_{B,t} \\ y_{C,t} \\ y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \\ y_{CA,t} \\ y_{CB,t} \end{bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 6} \begin{bmatrix} y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \\ y_{CA,t} \\ y_{CB,t} \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (4)$$

Uma outra forma de desagregarmos o PIB é por atividade econômica — agricultura, indústrias extrativas, indústria de transformação, eletricidade e gás, construção etc (Figura 2). Essa estrutura não pode ser desagregada naturalmente de uma única maneira, como é a hierarquia de estados e municípios. Não pode ser aninhada por um atributo como a própria geografia. A esse tipo de estrutura dá-se o nome de *séries temporais agrupadas*. Combinando as duas, temos a estrutura de séries hierárquicas agrupadas (Figura 3).

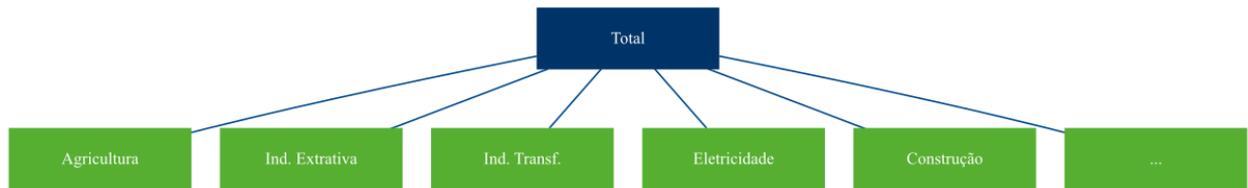


Figura 2: Séries Agrupadas

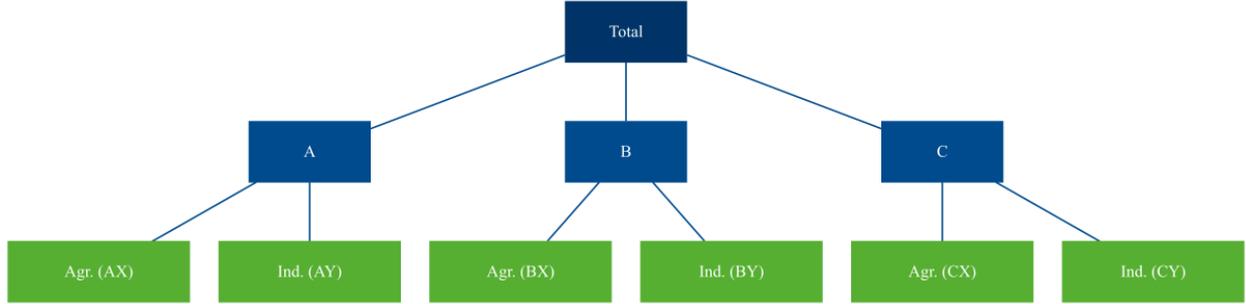


Figura 3: Séries Hierárquicas Agrupadas

Na notação matricial, a estrutura da Figura 3 é representada como abaixo. Formalmente, o primeiro membro da igualdade é composto pelo vetor  $\mathbf{y}_t$   $n$ -dimensional com todas as observações no tempo  $t$  para todos os níveis da hierarquia. O segundo membro é composto pela matriz de soma  $\mathbf{S}$  de dimensão  $n \times m$  que define as equações para todo nível de agregação, e pelo vetor  $\mathbf{b}_t$  composta pelas séries no nível mais desagregado.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{S}\mathbf{b}_t \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix}
 y_t \\
 y_{A,t} \\
 y_{B,t} \\
 y_{C,t} \\
 y_{X,t} \\
 y_{Y,t} \\
 y_{AX,t} \\
 y_{AY,t} \\
 y_{BX,t} \\
 y_{BY,t} \\
 y_{CX,t} \\
 y_{CY,t}
 \end{bmatrix}_{12 \times 1}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}_{12 \times 6}
 \begin{bmatrix}
 y_{AX,t} \\
 y_{AY,t} \\
 y_{BX,t} \\
 y_{BY,t} \\
 y_{CX,t} \\
 y_{CY,t}
 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (6)$$

## 2.2. Abordagens de nível único

As abordagens de nível único são aquelas em que as previsões são realizadas para um único nível hierárquico. A partir dessas previsões, os demais níveis são obtidos, ou desagregando (no caso dos níveis inferiores), ou agregando (no caso dos níveis superiores) essas previsões (Hyndman and Athanasopoulos, 2021). Os métodos *top-down*, *bottom-up* e *middle-out* são abordagens de nível único.

Enquanto há apenas uma única forma de se agregar níveis na hierarquia (*bottom-up*), a desagregação (*top-down*) pode ser realizada de, ao menos, duas dezenas de maneiras (Gross and Sohl, 1990). Entretanto, a abordagem *top-down* requer estrutura estritamente hierárquica, não sendo aplicável a séries agrupadas, e, como trabalharemos com dois grupos (saldos de empréstimos e saldos de financiamentos), essa abordagem não será tratada neste trabalho.

Seja *top-down*, *bottom-up* ou outro método qualquer, podemos definir uma matriz com os pesos com os quais as previsões individuais são distribuídas para os demais níveis, que, seguindo a formulação de Hyndman and Athanasopoulos (2021), chamamos de  $\mathbf{G}$ . Assim, as previsões reconciliadas serão dados por

$$\tilde{\mathbf{y}}_{T+h|T} = \mathbf{S}\mathbf{G}\hat{\mathbf{y}}_{T+h|T} \quad (7)$$

Para a abordagem *bottom-up*, as previsões de cada elemento da estrutura são definidas a partir das previsões dos elementos mais desagregados. Para tanto,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 10} \quad (8)$$

e as previsões reconciliadas serão dadas por

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_t \\ \tilde{\mathbf{y}}_{A,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{B,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{C,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{AA,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{AB,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{BA,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{BB,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{CA,t} \\ \tilde{\mathbf{y}}_{CB,t} \end{bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 6} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_{AA,T+h|T} \\ \hat{\mathbf{y}}_{AB,T+h|T} \\ \hat{\mathbf{y}}_{BA,T+h|T} \\ \hat{\mathbf{y}}_{BB,T+h|T} \\ \hat{\mathbf{y}}_{CA,T+h|T} \\ \hat{\mathbf{y}}_{CB,T+h|T} \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (9)$$

### 2.3. Coerência e reconciliação

Seja somando as previsões do nível mais desagregado para formar os níveis superiores da hierarquia (*bottom-up*) ou distribuindo proporcionalmente as previsões do nível mais agregado (*top-down*), o vetor  $\tilde{\mathbf{y}}_t$  representa as previsões *coerentes*. Isso significa que as previsões são totalizadas corretamente — as previsões de cada elemento agregado corresponde ao somatório das previsões dos níveis inferiores da hierarquia. Isso é garantido pela multiplicação das matrizes  $\mathbf{S}\mathbf{G}$ .

Não fosse essa pré-multiplicação, nada garantiria a coerência das previsões. Tomando a estrutura da Figura 1 como exemplo, seria um acaso improvável que as previsões do agregado para o estado do Espírito Santo fossem exatamente a soma das previsões individuais de seus municípios. Isso porque não há qualquer razão para que cada série siga o mesmo processo estocástico.

Os métodos para gerar previsões coerentes ( $\tilde{\mathbf{y}}_t$ ) a partir de previsões base ( $\hat{\mathbf{y}}_t$ ) são chamados de métodos de *reconciliação*. Os métodos de reconciliação tradicionais apresentados, *top-down* e *bottom-up*, utilizam informação limitada. No método *top-down*, utiliza-se apenas informações do nível mais agregado. Já na abordagem *bottom-up*, utiliza-se apenas as informações dos níveis mais desagregados, o que resulta na submatriz identidade  $m \times m$  (Equação 8), enquanto as colunas que representam os níveis mais agregados são nulas.

Alternativamente, podemos pensar numa matriz  $\mathbf{G}$  qualquer que utilize toda a informação disponível e tenha algumas propriedades que garantam que as previsões coerentes tenham o menor erro o possível. Esse é o problema de pesquisa trabalhado na *reconciliação ótima*.

#### 2.4. Revisão de literatura

Previsões pontuais de séries temporais hierárquicas não é um assunto novo. Ao menos desde a década de 1970, pesquisas foram publicadas acerca de abordagens *bottom-up* e *top-down*, suas vantagens e desvantagens, e tentativas de se definir qual é o melhor método<sup>7</sup>. Entretanto, é apenas em Hyndman et al. (2011) que é formalizada uma abordagem prática que utiliza toda a informação disponível.

Hyndman et al. (2016) tentam aperfeiçoar o método usando as variâncias das previsões individuais estimadas como estimativa para a matriz de variância-covariância dos erros de reconciliação, de forma a utilizá-las como pesos e realizar a reconciliação ótima por mínimos quadrados ponderados (MQP). Wickramasuriya et al. (2019) argumentam que o que de fato interessa é que as previsões reconciliadas tenham o menor erro. Então, corrigem a abordagem de reconciliação ótima para o objetivo de minimização dos erros das previsões reconciliadas, ao invés dos erros das previsões individuais. Dado que isso implica na minimização da variância, ou seja, na minimização do traço da matriz de variância-covariância, eles chamaram esse método de Traço Mínimo (MinT, na sigla em inglês), sendo, atualmente, o estado-da-arte dos métodos analíticos de combinação ótima.

Panagiotelis et al. (2021) reinterpretam a literatura de coerência e reconciliação de previsões pontuais a partir de uma abordagem geométrica, trazendo provas alternativas para conclusões anteriores ao mesmo tempo em que fornece novos teoremas. Além disso, os autores estendem essa interpretação geométrica para o contexto probabilístico, fornecendo métodos paramétricos e não paramétricos (via *bootstrapping*) para reconciliação de previsões probabilísticas. Spiliotis et al. (2021) propõem a utilização de *machine learning* para a reconciliação ótima de séries temporais, especificamente os métodos de floresta aleatória e *gradient boosting*. Os autores descrevem como vantagens desse método em relação aos anteriores a descrição de relacionamentos não lineares, performance preditiva e a desnecessidade da utilização de todos os elementos da hierarquia na combinação ótima. Para o conjunto de dados utilizados, os autores afirmam que os métodos de *machine learning*, especialmente o *XGBoost*, alcançaram, em média, melhor performance que as abordagens de nível único e o MinT.

### 3. PREVISÕES DE SALDOS DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS DO BANCO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO

Apesar de ser um tema em intenso desenvolvimento na última década, a reconciliação ótima de séries temporais hierárquicas têm sido pouco explorada no contexto de economia bancária.

Prayoga et al. (2017) trabalharam na previsão do fluxo de caixa do Banco da Indonésia, utilizando uma hierarquia de 3 níveis. Porém, utilizaram apenas a abordagem *top-down* para reconciliação. A nível macroeconômico, Capistrán et al. (2010) e Weiss (2018) utilizam combinação ótima via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e abordagens de nível único para previsão de indicadores de inflação no México e no Reino Unido, respectivamente. Athanasopoulos et al. (2020) e Bisaglia et al. (2020) aplicam métodos analíticos de reconciliação ótima para séries hierárquicas do PIB australiano, agrupadas por setores da economia, obtendo evidências de ganhos de acurácia. Lila et al. (2022) utilizam estimadores robustos a *outliers* na reconciliação de séries de desemprego, a partir de dados da PNAD Contínua e da Pesquisa Mensal de Emprego do IBGE. Entretanto, não foram encontradas referências à aplicação de reconciliação ótima para previsão hierárquica de saldos de empréstimos e financiamentos de bancos, tanto a nível individual quanto para o agregado de crédito de uma economia, de forma que este trabalho possa ser o primeiro a aplicar a abordagem de combinação ótima via ML para esse contexto.

---

<sup>7</sup>Uma revisão dessa literatura pode ser encontrada em Athanasopoulos et al. (2009).

Tabela 1: Microrregiões por mesorregião

Mesorregião	Microrregiões
Central Espírito Santense	Afonso Claudio, Guarapari, Santa Teresa, Vitória
Litoral Norte Espírito Santense	Linhares, Montanha, São Mateus
Noroeste Espírito Santense	Barra de São Francisco, Colatina, Nova Venécia
Sul Espírito Santense	Alegre, Cachoeiro de Itapemirim, Itapemirim

### 3.1. Metodologia

Os dados usados nesse trabalho são dados terciários obtidos do *datalake* público Base dos Dados (Dahis et al., 2022). A fonte primária são os bancos comerciais e múltiplos com carteira comercial que disponibilizam mensalmente os saldos dos principais verbetes do balancete via documento 4500<sup>8</sup> ao Banco Central do Brasil, que os compila e publica, agrupados por agência bancária e por município, no relatório ESTBAN — Estatística Bancária Mensal e por Município<sup>9</sup>.

O que compõe os verbetes de crédito, ou seja, os valores das séries temporais a serem trabalhadas, são os saldos de crédito ativo (empréstimos e financiamentos), que correspondem ao principal mais os juros calculados até 59 dias de atraso<sup>10</sup>. Além das estatísticas bancárias, foram obtidas informações de regiões, mesorregiões e microrregiões dos estados, também a partir *datalake* Base dos Dados, com o objetivo de enriquecer a estrutura hierárquica dos dados do ESTBAN, limitada aos municípios.

Em relação à cobertura temporal, utilizou-se dados entre 2003 e 2022. Por brevidade, optou-se por não trabalhar com dados faltantes. Portanto, apesar do Banestes contar com 134 agências, foram mantidas apenas as agências com série completa, ou seja, que já estavam em atividade em 2003.

Por fim, o conjunto de dados conta com séries mensais de saldos de empréstimos e financiamentos de 79 agências bancárias, distribuídas por 62 municípios, entre janeiro de 2003 e dezembro de 2022, totalizando 37.920 observações. Esses dados então são organizados de forma hierárquica por estado, mesorregião, microrregião, município e agência bancária; e, de forma agrupada, por verbe. Com a estrutura hierárquica e agrupada, o conjunto de dados alcança 114 480 observações.

O estado do Espírito Santo está localizado no sudeste brasileiro e é dividido em 78 municípios, que estão agrupados em 4 mesorregiões e 13 microrregiões. Na amostra selecionada para este trabalho, com exceção dos municípios de Colatina e Cachoeiro de Itapemirim, que contam com 2 agências cada, todos os demais municípios no interior contam com uma única agência. Já na microrregião da capital Vitória, se encontram municípios com múltiplas unidades. Considerando que essa microrregião é a mais representativa (Figura 7), é importante a manutenção do nível hierárquico municipal.

A série temporal do agregado de crédito no Banestes no Espírito Santo é apresentada na Figura 5. Em relação à distribuição, a mesorregião Central Espírito-santense concentra mais crédito do que o somatório das demais regiões (Figura 6), sendo a microrregião de Vitória a responsável por essa concentração (Figura 7). Na ótica dos verbetes, o crédito para financiamentos é uma pequena fração do saldo de empréstimos, independentemente da mesorregião (Figura 8 e Figura 9).

Em relação às previsões base, uma vez que o foco deste trabalho está no incremento de performance proporcionado pela reconciliação ótima sobre um conjunto de previsões individuais para fora da amostra

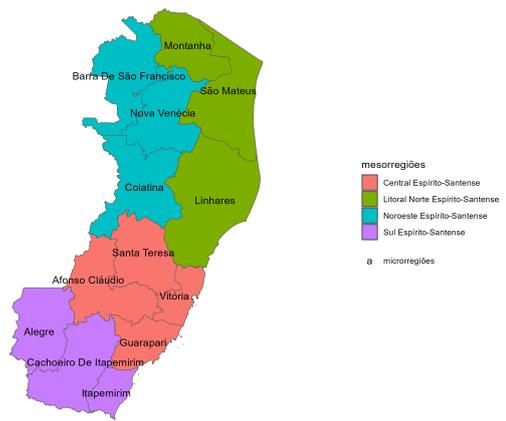
<sup>8</sup>Esses documentos são relatórios eletrônicos obrigatórios demandados pelo Bacen às instituições financeiras que permitem ao regulador o conhecimento minucioso dos bancos e de seus clientes.

<sup>9</sup><https://www4.bcb.gov.br/fis/cosif/estban.asp?frame=1>

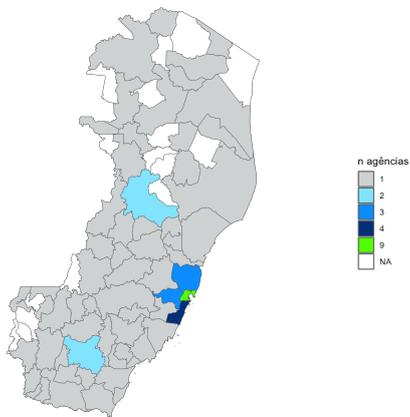
<sup>10</sup>Não são consideradas crédito ativo as operações de crédito liquidadas ou que tenham sido transferidas para prejuízo. São transferidas para prejuízo as operações de crédito em atraso há mais 6 meses após sua classificação de risco em H, que é a mínima (Conselho Monetário Nacional, 1999).



(a) Posição no Brasil



(b) Micro e mesorregiões



(c) Quantidade de agências por município

Figura 4: O Estado do Espírito Santo e suas meso e microrregiões.

Tabela 2: Municípios por microrregião

Microrregiões	Municípios
Afonso Claudio	Afonso Claudio, Conceicao do Castelo, domingos Martins, Laranja da Terra, Marechal Floriano, Venda Nova do Imigrante
Alegre	Alegre, Guacui, Ibatiba, Iuna, Muniz Freire
Barra de Sao Francisco	Barra de Sao Francisco, Ecoporanga, Mantenopolis
Cachoeiro de Itapemirim	Apiaca, Atilio Vivacqua, Bom Jesus do Norte, Cachoeiro de Itapemirim, Castelo, Jeronimo Monteiro, Mimoso do Sul, Muqui, Sao Jose do Calcado, Vargem Alta
Colatina	Baixo Guandu, Colatina, Pancas
Guarapari	Alfredo Chaves, Anchieta, Guarapari, Iconha, Piuma, Rio Novo do Sul
Itapemirim	Itapemirim, Marataizes, Presidente Kennedy
Linhares	Aracruz, Fundao, Ibiracu, Joao Neiva, Linhares, Rio Bananal
Montanha	Mucurici, Pinheiros
Nova Venecia	Agua Branca, Boa Esperanca, Nova Venecia, Vila Valerio
Santa Teresa	Itaguacu, Itarana, Santa Leopoldina, Santa Maria de Jetiba, Santa Teresa, Sao Roque do Canaa
Sao Mateus	Jaguare, Pedro Canario, Sao Mateus
Vitoria	Cariacica, Serra, Viana, Vila Velha, Vitoria

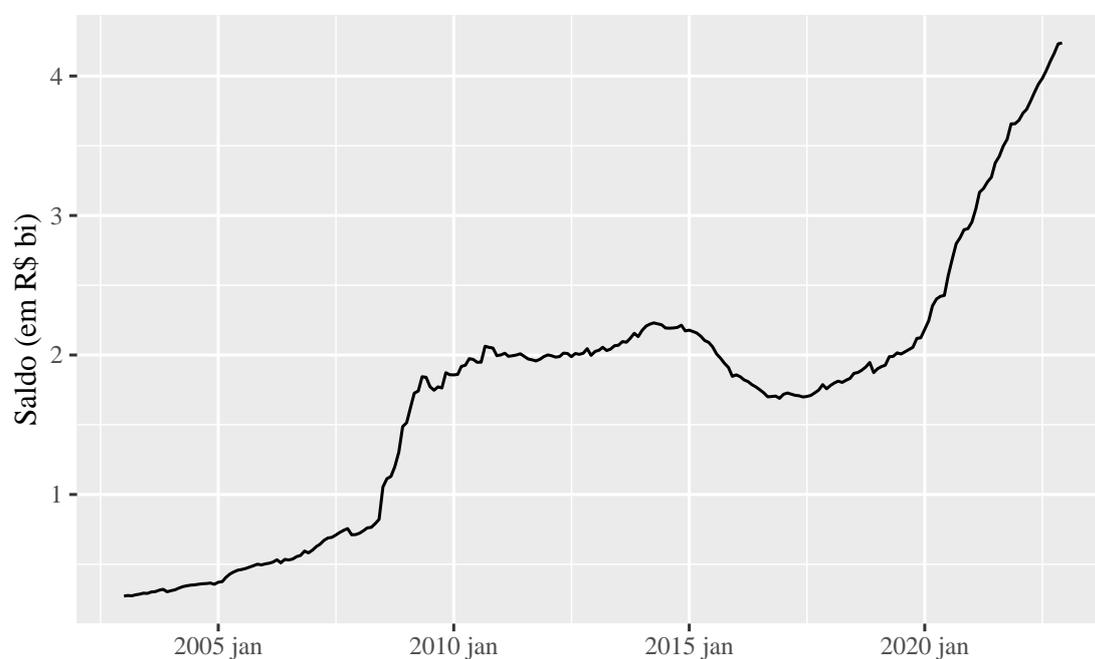


Figura 5: Série temporal do agregado de crédito do Banestes no ES

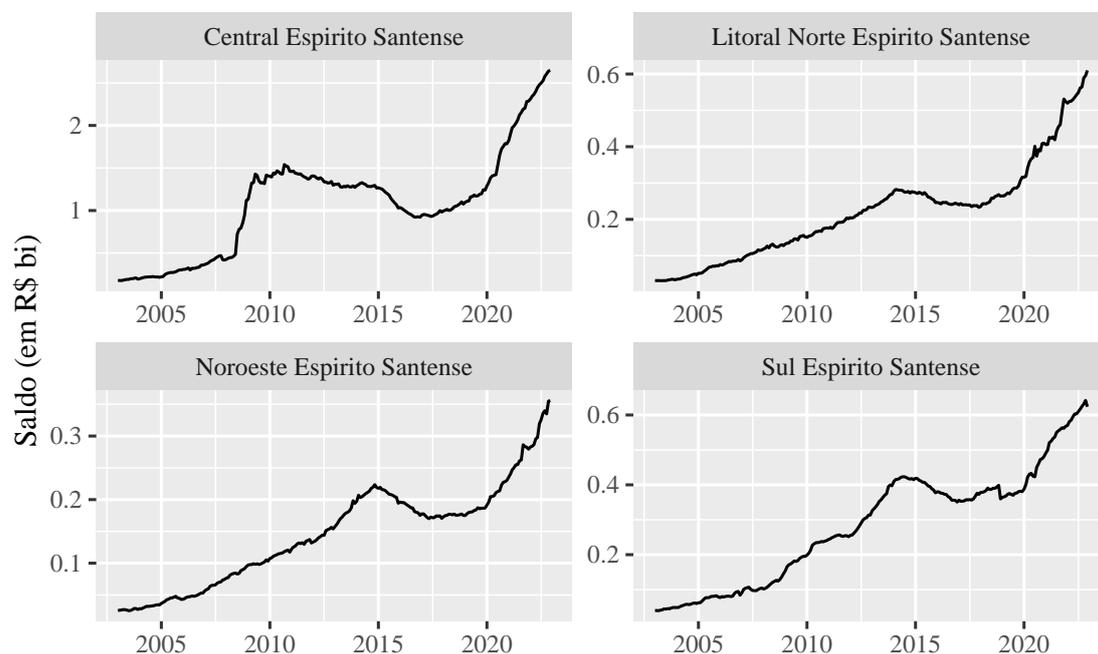


Figura 6: Séries temporais do agregado de crédito do Banestes por mesorregião do ES

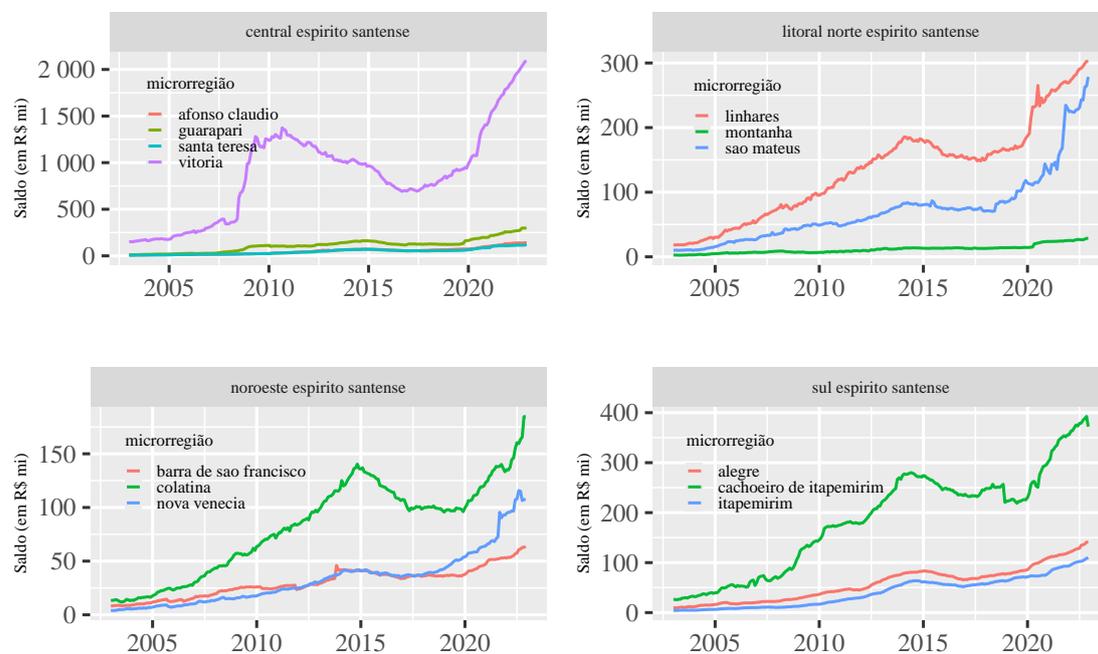


Figura 7: Séries temporais do agregado de crédito do Banestes por microrregião do ES

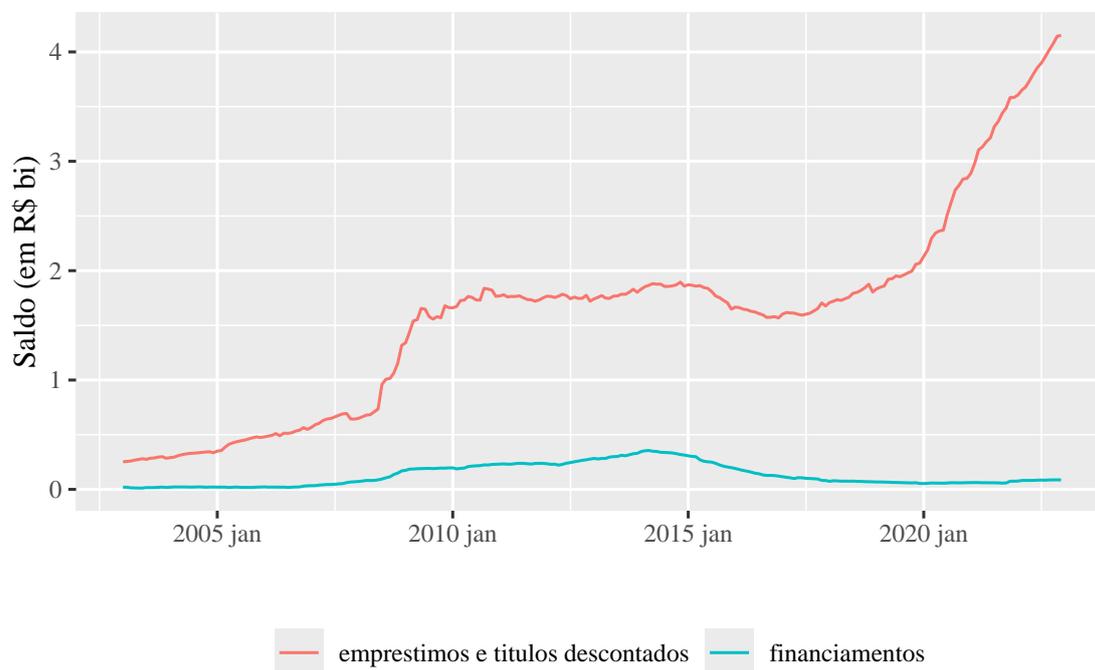


Figura 8: Séries temporais dos verbetes no agregado do ES

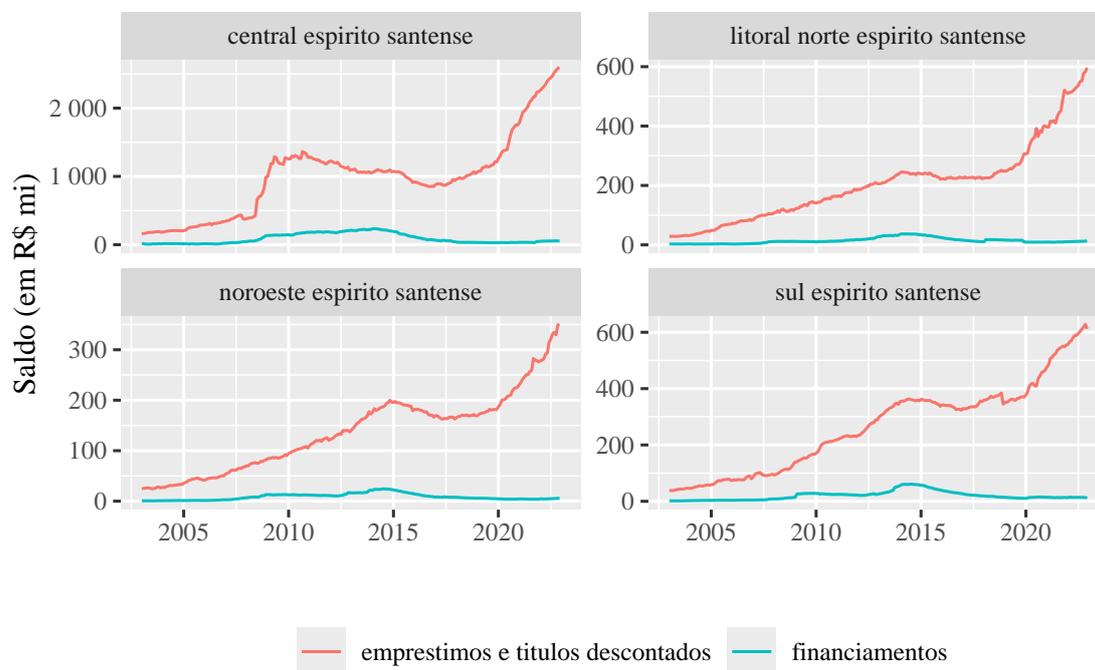


Figura 9: Séries temporais dos verbetes por mesorregião do ES

Tabela 3: Resultados do teste de Ljung-box para as previsões base ( $\alpha = 0.05$ )

Resultado	Proporção
não rejeita	0.795
rejeita	0.205

e não na qualidade destas, elas foram obtidas por meio de métodos simples para previsão de séries temporais, especificamente o algoritmo de Hyndman-Koehler-Snyder-Große para suavização exponencial (ETS) (Hyndman et al., 2002). Esses métodos são amplamente utilizados na literatura de séries temporais e, portanto, servem como *benchmark* para a avaliação dos métodos de reconciliação ótima.

Os modelos de previsão base foram treinados com dados de 2003 a 2021 e as previsões  $h$  passos à frente foram realizadas para o ano de 2022, com  $h = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ . Para verificar a qualidade básica do ajuste, foram realizados testes de Ljung-Box para os resíduos das previsões. Considerando nível de significância de  $\alpha = 0.05$  e 12 defasagens, cerca de 80% dos modelos não rejeitam a hipótese nula de que os resíduos são decorrelatados. Isso sugere que os modelos de previsão base são, em sua maior parte, adequados para o propósito deste trabalho.

O *software* usado foi o R (R Core Team, 2024). As previsões base, as previsões hierárquicas de nível único e a reconciliação ótima através da MinT foram realizadas com os pacotes {fable} (O’Hara-Wild et al., 2024a) e {fabletools} (O’Hara-Wild et al., 2024b). Já metodologia de *machine learning* (reamostragem, otimização de hiperparâmetros, treino e predição) foi executada com o pacote {mlr3} (Lang et al., 2024) e suas extensões. As implementações do XGB e LGBM utilizadas foram as de seus pacotes homônimos {xgboost} (Chen et al., 2024) e {lighthgbm} (Shi et al., 2024). Para as configurações de *Elastic Net* foi utilizado o pacote {glmnet} (Friedman et al., 2023). Já para os métodos de RF e SVM foram usados os pacotes {ranger} (Wright et al., 2023) e {e1071} (Meyer et al., 2023), respectivamente.

Para os modelos de ML, foram utilizadas 3 estratégias para aquisição do conjunto de treinamento: (i) *rolling forecast*, com janela mínima entre 2003 e 2012, e previsões um passo à frente até 12/2021 (Figura 10); (ii) *fitted values*, que consiste na utilização dos valores ajustados dos modelos de previsão base (Figura 12); e (iii) *reduced fitted values*, com modelos treinados uma vez com dados entre 2003 e 2012, e então reestimados com dados entre 2013 e 2021, utilizando-se os valores ajustados (Figura 11).

Boa parte dos métodos de ML são altamente parametrizáveis, sendo sua performance de generalização sensível à escolha de seus hiperparâmetros. Para os métodos avaliados neste trabalho, os conjuntos de hiperparâmetros a serem otimizados e seus respectivos espaços de busca seguem a recomendação em Bischl et al. (2021).

Para a otimização, foram utilizadas dois calibradores: (i) busca em grade, com resolução de 10 combinações, mais custoso em tempo de processamento, para os métodos de menor quantidade de hiperparâmetros a serem otimizados; e (ii) otimização bayesiana, na configuração padrão do pacote {mlr3MBO} (Schneider et al., 2024), mais eficiente para os métodos com maior quantidade de hiperparâmetros. As estratégias de amostragem utilizadas foram a validação cruzada  $k$ -fold aleatória e a  $k$ -fold com origem móvel, ambas com  $k = 10$ . Para a segunda, utilizou-se janela mínima de 5 anos para treino e um ano para teste, compatível com o horizonte de previsão para o experimento.

A otimização bayesiana foi usada em todos os métodos, exceto no *elastic net*, uma vez que apenas um (no caso do *Lasso* e *ridge*) ou dois hiperparâmetros foram otimizados. A medida de performance utilizada para a otimização foi a raiz do erro quadrático médio (*root mean squared error* — RMSE). Por fim, cada modelo foi calibrado individualmente, ou seja, cada série  $y_m$  possui um conjunto de hiperparâmetros otimizados para cada um dos 7 métodos de ML empregados para combinação ótima.

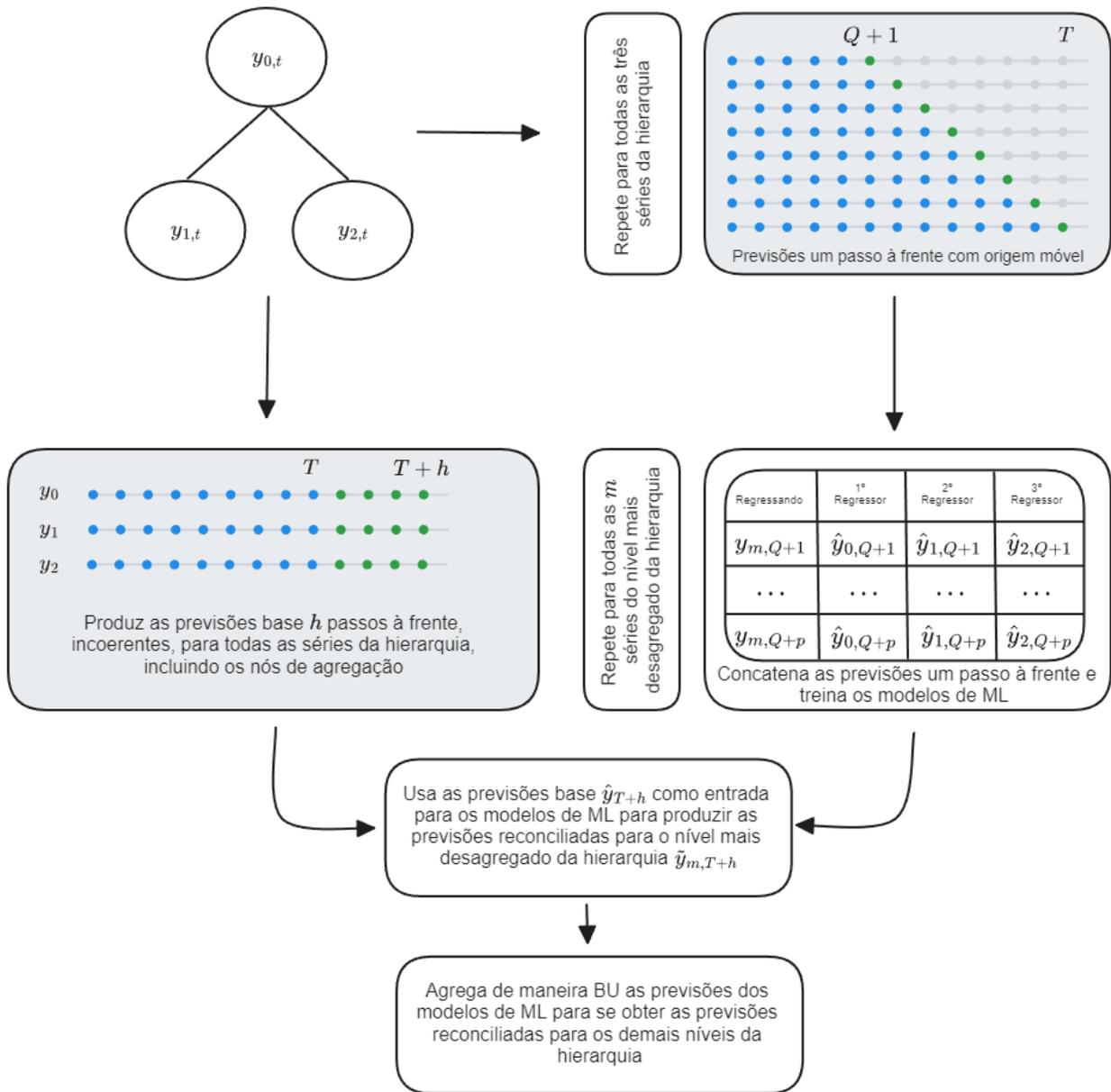


Figura 10: Metodologia de combinação ótima via ML. Estratégia *rolling forecast* (adaptado de Spiliotis et al. (2021))

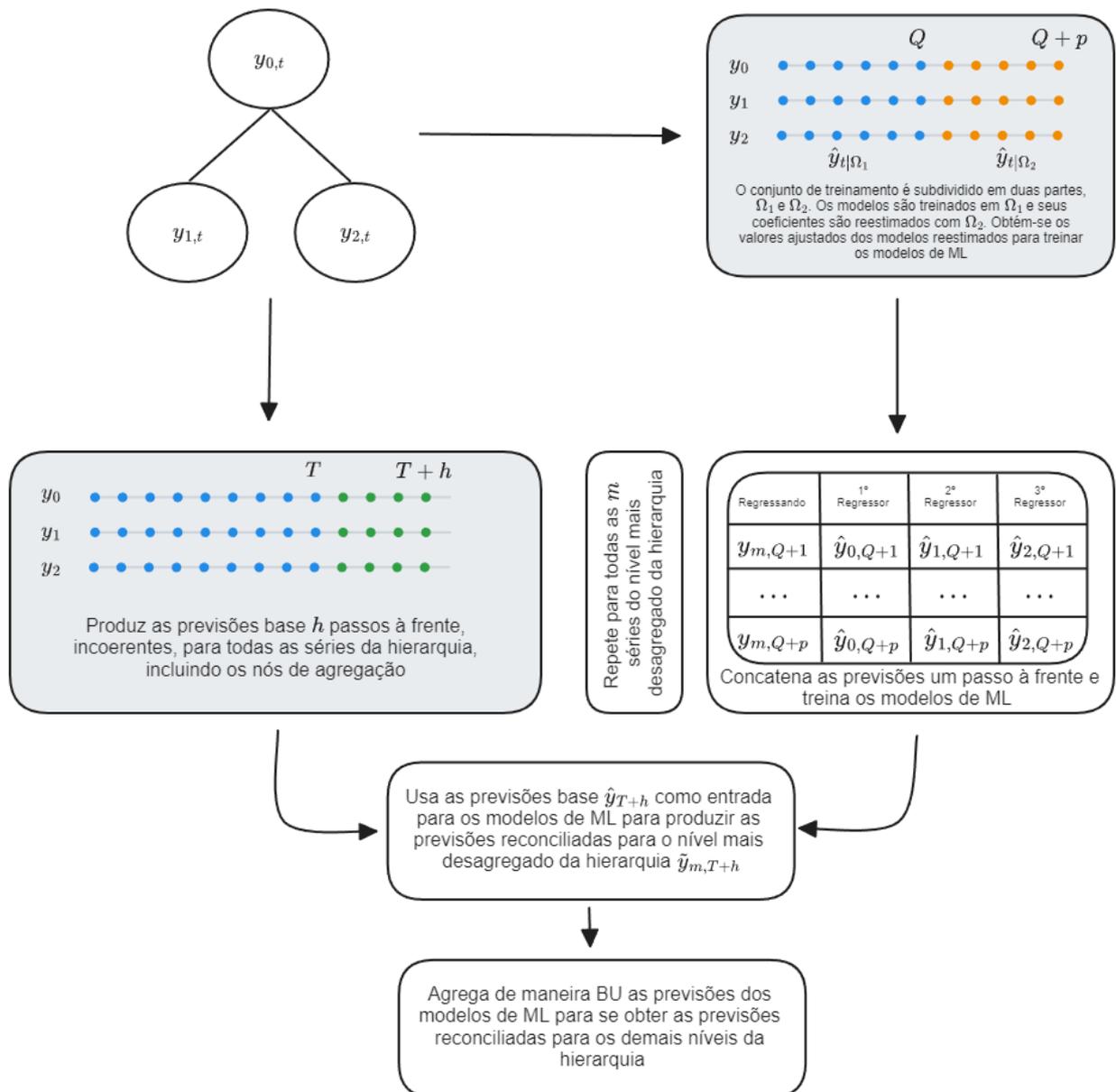


Figura 11: Metodologia de combinação ótima via ML. Estratégia *reduced fitted values*

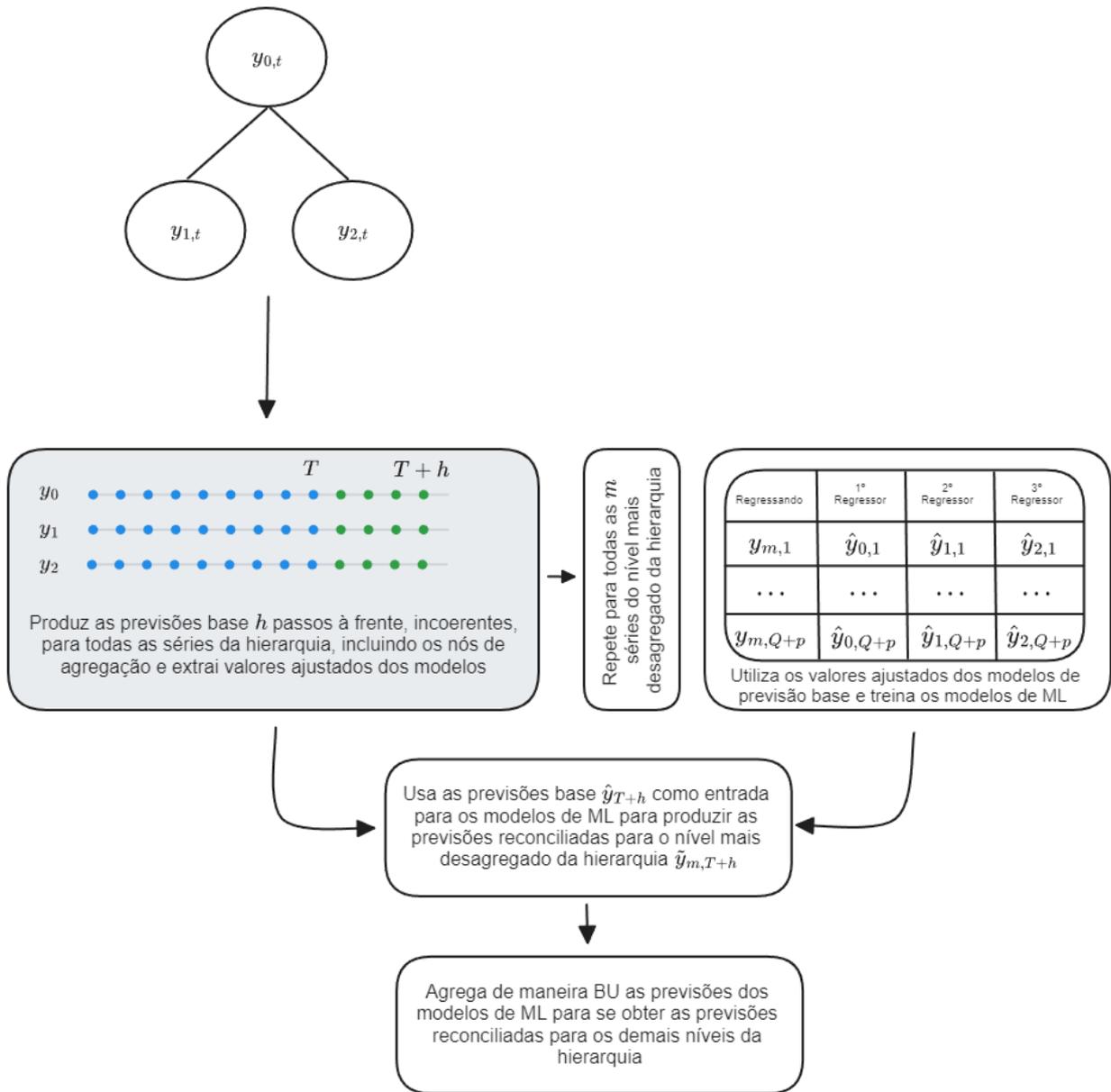


Figura 12: Metodologia de combinação ótima via ML. Estratégia *fitted values*

### 3.2. Resultados

As tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos para o experimento. As métricas utilizadas foram a Raiz do Erro Médio Escalado Quadrático (*Root Mean Squared Scaled Error* — RMSSE) e o erro médio escalado absoluto (*Mean Absolute Scaled Error* — MASE), que permitem a comparação independentemente da escala — essencial no contexto de previsão hierárquica, onde a agregação torna natural a diferença de escala.

A Tabela 4 contém as medidas de acurácia RMSSE e MASE para os métodos analíticos de reconciliação ótima BU e MinT, e para as previsões base, ou seja, sem aplicar qualquer método de reconciliação. A primeira coluna especifica o método utilizado, enquanto as demais colunas apresentam a média da performance em cada nível de agregação.

As Tabela 5, Tabela 7 e Tabela 9 reportam as medidas de acurácia para os métodos de reconciliação ótima baseados em ML utilizando validação cruzada aleatória, enquanto as Tabela 6, Tabela 8 e Tabela 10 exibem o resultado para validação cruzada com origem móvel. Já as Tabela 11 e Tabela 12 reportam o tempo de processamento para as etapas de calibragem, treino e predição desses métodos<sup>11</sup>.

Em geral, os métodos baseados em árvore, além de requererem maior tempo de processamento devido a sua complexidade no espaço de hiperparâmetros, também tenderam a perder qualidade conforme suas previsões são agregadas para formação dos níveis superiores da hierarquia. Contrariamente, os métodos de regressão regularizada se mostraram mais robustos à agregação.

Nas tabelas a seguir, **negrito** indica a melhor performance entre os métodos para aquele determinado nível de agregação, e sublinhado indica que aquele método de ML superou o método analítico de melhor performance naquele nível de agregação.

Nos resultados para a base de dados Estban estão incluídas as médias de performance para cada nível hierárquico e agrupado. As colunas “agregado”, “mesorregião”, “microrregião”, “município” e “agência”, fazem referência à estrutura hierárquica, ou seja, tratam o verbete de forma agregada. Já as colunas “verbeta”, “bottom” e “hierarquia”, incluem também a estrutura agrupada, tratando o verbete de forma desagregada. Detalhadamente:

- Agregado: performance do método para a série que representa o total, com os verbetes agregados, (Figura 5).
- Mesorregião: a média das performances do método para as séries do agregado de cada mesorregião, com os verbetes agregados (Figura 6).
- Microrregião: a média das performances do método para as séries do agregado de cada microrregião, com os verbetes agregados (Figura 7).
- Município: a média das performances do método para as séries do agregado de cada município, com os verbetes agregados.
- Agência: a média das performances do método para as séries de cada agência, com os verbetes agregados.
- Verbeta: a média das performances do método para as séries de cada verbete, para o total da hierarquia (Figura 8).
- Bottom: a média das performances do método para as séries do nível mais desagregado, ou seja, verbete por agência.
- Hierarquia: a média das performances do método para todas as séries, agregadas e desagregadas.

---

<sup>11</sup>Os métodos analíticos não tiveram seu tempo de processamento medidos porque executam quase que instantaneamente, já sinalizando uma vantagem para esses métodos.

Tabela 4: Resultados Estban: Acurácia dos métodos analíticos de reconciliação

Método	Agregado	Mesorregião	Microrregião	Município	Agência	Verbetes	Bottom	Hierarquia
<b>RMSSE</b>								
base	0.197	0.690	0.846	<b>0.671</b>	0.717	0.183	0.656	0.657
bu	0.196	0.561	0.706	0.710	0.739	0.185	0.656	0.663
mint	0.172	0.619	0.722	0.689	<b>0.712</b>	<b>0.140</b>	<b>0.634</b>	<b>0.641</b>
<b>MASE</b>								
base	0.278	0.818	0.998	<b>0.790</b>	<b>0.886</b>	0.250	0.883	0.847
bu	0.240	0.572	0.771	0.820	0.895	0.221	<b>0.883</b>	0.844
mint	0.224	0.692	0.865	0.830	0.891	<b>0.164</b>	0.864	<b>0.837</b>

Tabela 5: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *rolling forecast* + validação cruzada aleatória

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	0.280	0.763	1.178	1.211	1.251	0.770	1.062	1.094
lasso	0.196	0.726	1.054	0.995	1.043	0.501	0.839	0.882
lightgbm	1.407	1.628	1.530	1.294	1.322	0.883	0.972	1.095
random forest	1.227	1.397	1.303	1.118	1.171	0.725	0.858	0.949
ridge	0.416	0.776	1.131	1.511	1.535	0.919	1.357	1.368
svm	0.262	0.745	0.858	0.853	0.911	0.234	0.847	0.838
xgb	1.186	1.405	1.296	1.096	1.139	0.700	0.830	0.924
<b>MASE</b>								
elastic net	0.234	0.726	1.406	1.491	1.582	0.949	1.439	1.428
lasso	<u>0.166</u>	0.714	1.250	1.193	1.298	0.641	1.142	1.147
lightgbm	1.890	1.896	1.874	1.600	1.654	1.234	1.390	1.478
random forest	1.615	1.560	1.501	1.332	1.423	0.996	1.097	1.177
ridge	0.402	0.757	1.315	1.800	1.881	1.090	1.790	1.738
svm	0.306	0.684	0.862	0.991	1.108	0.290	1.251	1.143
xgb	1.542	1.564	1.479	1.297	1.373	0.948	1.022	1.115

Tabela 6: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *rolling forecast* + validação cruzada com origem móvel

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	0.272	0.636	1.107	1.282	1.346	0.711	1.105	1.137
lasso	0.278	0.724	1.001	0.979	1.035	0.644	0.837	0.875
lightgbm	1.339	1.460	1.375	1.158	1.208	0.916	0.939	1.025
random forest	1.362	1.522	1.377	1.144	1.197	0.798	0.875	0.974
ridge	0.458	0.756	1.159	1.551	1.569	0.913	1.406	1.410
svm	1.727	1.766	1.663	1.714	1.755	0.981	1.353	1.463
xgb	1.246	1.489	1.336	1.114	1.156	0.847	0.849	0.951
<b>MASE</b>								
elastic net	0.224	0.615	1.334	1.557	1.682	0.856	1.469	1.464
lasso	<u>0.209</u>	0.704	1.165	1.171	1.286	0.769	1.139	1.135
lightgbm	1.784	1.642	1.609	1.401	1.489	1.269	1.286	1.335
random forest	1.831	1.757	1.636	1.379	1.471	1.117	1.130	1.222
ridge	0.456	0.738	1.372	1.858	1.931	1.084	1.855	1.795
svm	2.507	2.202	2.081	2.214	2.344	1.476	1.996	2.052
xgb	1.631	1.671	1.529	1.323	1.394	1.156	1.043	1.149

Tabela 7: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *fitted values* + validação cruzada aleatória

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	0.777	0.986	1.086	1.038	1.149	0.579	0.924	0.961
lasso	0.661	0.955	1.074	0.909	1.008	0.530	0.826	0.862
lightgbm	1.495	1.649	1.557	1.300	1.342	0.923	0.999	1.116
random forest	1.204	1.397	1.294	1.098	1.150	0.694	0.839	0.930
ridge	1.001	1.146	1.247	1.208	1.327	0.689	1.125	1.147
svm	0.395	0.929	0.928	0.934	0.961	0.319	0.905	0.898
xgb	1.196	1.373	1.282	1.084	1.133	0.699	0.824	0.916
<b>MASE</b>								
elastic net	1.049	1.143	1.317	1.268	1.451	0.795	1.290	1.284
lasso	0.894	1.087	1.319	1.114	1.276	0.728	1.167	1.162
lightgbm	2.027	1.931	1.906	1.610	1.683	1.302	1.433	1.512
random forest	1.576	1.557	1.488	1.311	1.397	0.947	1.043	1.132
ridge	1.338	1.350	1.549	1.501	1.696	0.935	1.584	1.551
svm	0.445	0.947	1.080	1.163	1.226	0.341	1.282	1.217
xgb	1.545	1.509	1.476	1.293	1.375	0.942	1.017	1.109

Tabela 8: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *fitted values* + validação cruzada com origem móvel

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	0.873	1.108	1.146	0.984	1.082	0.582	0.909	0.942
lasso	0.788	1.006	1.169	0.948	1.053	0.575	0.842	0.890
lightgbm	1.515	1.632	1.543	1.307	1.347	0.956	1.010	1.126
random forest	1.217	1.462	1.343	1.139	1.179	0.723	0.863	0.961
ridge	0.990	1.127	1.223	1.196	1.317	0.687	1.123	1.143
svm	1.189	1.867	1.882	1.738	1.764	0.889	1.335	1.475
xgb	1.274	1.428	1.341	1.137	1.183	0.856	0.874	0.972
<b>MASE</b>								
elastic net	1.170	1.272	1.423	1.224	1.389	0.799	1.282	1.273
lasso	1.051	1.149	1.448	1.165	1.339	0.788	1.189	1.198
lightgbm	2.064	1.918	1.892	1.619	1.692	1.352	1.393	1.489
random forest	1.598	1.657	1.578	1.368	1.438	0.988	1.112	1.202
ridge	1.320	1.326	1.508	1.489	1.686	0.930	1.580	1.545
svm	1.737	2.287	2.479	2.292	2.412	1.309	1.991	2.100
xgb	1.661	1.596	1.539	1.351	1.426	1.165	1.075	1.177

Tabela 9: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *reduced fitted values* + validação cruzada aleatória

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	<b>0.090</b>	0.582	0.730	0.819	0.838	0.164	0.730	0.736
lasso	<u>0.132</u>	<u>0.523</u>	0.766	0.757	0.774	0.187	0.681	0.693
lightgbm	1.406	1.588	1.520	1.281	1.323	0.889	0.971	1.091
random forest	1.248	1.409	1.319	1.119	1.167	0.692	0.857	0.949
ridge	<u>0.141</u>	0.635	0.784	0.902	0.922	0.207	0.841	0.829
svm	0.187	0.743	0.767	0.792	0.834	0.295	0.807	0.792
xgb	1.218	1.347	1.253	1.084	1.140	0.708	0.844	0.927
<b>MASE</b>								
elastic net	<b>0.086</b>	0.584	0.834	0.973	1.008	0.208	0.944	0.922
lasso	<u>0.138</u>	<u>0.520</u>	0.883	0.907	0.933	0.216	0.891	0.878
lightgbm	1.879	1.831	1.832	1.580	1.652	1.236	1.388	1.470
random forest	1.636	1.576	1.526	1.333	1.418	0.947	1.065	1.155
ridge	<u>0.159</u>	0.630	0.894	1.047	1.087	0.231	1.073	1.021
svm	0.225	0.764	0.850	0.949	1.022	0.395	1.176	1.083
xgb	1.593	1.491	1.427	1.293	1.380	0.965	1.064	1.137

Tabela 10: Resultados Estban: Acurácia dos métodos de ML de reconciliação, estratégia *reduced fitted values* + validação cruzada com origem móvel

modelo	agregado	mesorregiao	microrregiao	municipio	agencia	verbete	bottom	hierarquia
<b>RMSSE</b>								
elastic net	<u>0.154</u>	0.609	<u>0.682</u>	0.770	0.796	0.189	0.710	0.709
lasso	0.197	<b>0.509</b>	<b>0.665</b>	0.747	0.786	0.217	0.675	0.682
lightgbm	1.577	1.666	1.554	1.265	1.339	0.955	1.018	1.122
random forest	1.273	1.477	1.360	1.157	1.204	0.717	0.879	0.978
ridge	<u>0.142</u>	0.668	0.794	0.916	0.941	0.222	0.861	0.848
svm	1.604	1.755	1.626	1.667	1.655	0.927	1.237	1.378
xgb	1.415	1.660	1.488	1.181	1.228	0.950	0.902	1.015
<b>MASE</b>								
elastic net	<u>0.175</u>	0.619	<u>0.760</u>	0.915	0.953	0.222	0.920	0.889
lasso	0.248	<b>0.519</b>	<b>0.753</b>	0.888	0.940	0.265	0.879	0.859
lightgbm	2.160	1.944	1.862	1.554	1.705	1.360	1.406	1.481
random forest	1.685	1.683	1.610	1.397	1.478	0.991	1.132	1.224
ridge	<u>0.162</u>	0.664	0.895	1.066	1.112	0.259	1.111	1.054
svm	2.316	2.202	2.132	2.162	2.203	1.388	1.821	1.936
xgb	1.884	1.908	1.762	1.424	1.528	1.316	1.135	1.254

Tabela 11: Resultados Estban: Tempo de processamento dos métodos de ML (em horas). Validação cruzada aleatória

	xgb	random forest	elastic net	lasso	ridge	svm	lightgbm
reduced fitted values	19.235	5.483	1.428	0.879	0.993	1.279	3.290
fitted values	21.758	5.521	1.363	0.829	0.924	1.273	3.341
rolling forecast	20.908	5.429	1.345	0.838	0.929	1.285	3.377

Tabela 12: Resultados Estban: Tempo de processamento dos métodos de ML (em horas). Validação cruzada com origem móvel

	xgb	random forest	elastic net	lasso	ridge	svm	lightgbm
reduced fitted values	15.795	3.986	1.226	0.745	0.823	0.631	3.177
fitted values	15.170	4.029	1.206	0.698	0.780	0.629	4.365
rolling forecast	13.134	3.593	1.060	0.665	0.737	0.529	2.356

Para a base de dados Estban, não houve uma combinação de método e estratégia que fosse consistentemente melhor ao longo de todos os níveis de agregação. Portanto, a escolha do método e da estratégia a serem utilizados dependerá do objetivo do pesquisador<sup>12</sup>.

Para os níveis ao topo da hierarquia, os métodos de ML se mostraram a melhor opção para estimação. No nível agregado, o *elastic net* na estratégia *reduced fitted values* + validação cruzada aleatória (Tabela 9) se mostrou a melhor opção para a estimação do agregado, com 91% de ganho de performance sobre o MinT (Tabela 4), em termos de RMSSE, ou seja, o MinT obteve quase o dobro do erro do *elastic net*. Para os níveis de meso e microrregião, o *elastic net* na configuração *Lasso* e na estratégia *reduced fitted values* + validação cruzada com origem móvel obteve as melhores performances, sendo 10% melhor que BU para mesorregião e 6% melhor que o BU para microrregião (Tabela 10). Por outro lado, tanto nos níveis hierárquicos abaixo, quanto no nível agrupado, os métodos de ML não foram capazes de superar os métodos analíticos.

Os resultados se mostraram bastante sensíveis à estratégia utilizada. Na métrica RMSS, nenhum método utilizando as estratégias *rolling forecast* e *fitted values* foi capaz de superar o MinT em qualquer nível de agregação, enquanto na estratégia *reduced fitted values* os métodos de ML mostraram ganhos de performance nas três configurações do *elastic net* em ao menos um nível de agregação.

Em geral, as medidas RMSSE e MASE se mostraram bastante correlacionadas, com os métodos que obtiveram melhor performance em uma métrica também obtendo melhor performance na outra. A exceção foi para o método *lasso* na estratégia *rolling forecast*, que obteve performance melhor que o MinT, em termos de MASE, para o nível agregado, sendo o único resultado positivo para a estratégia *rolling forecast*.

#### 4. CONCLUSÃO

Neste estudo de caso, foram apresentados experimentos de reconciliação ótima para séries temporais hierárquicas e agrupadas, utilizando métodos analíticos e de ML com o objetivo de obter coerência e ganhos de acurácia nas previsões de saldos de empréstimos e financiamentos do Banco do Estado do Espírito Santo. Pesquisas anteriores já haviam mostrado que a reconciliação ótima pode trazer ganhos de acurácia, e que métodos de ML podem ser competitivos em relação aos métodos analíticos.

Este trabalho trouxe, além dos métodos de RF e XGB já trabalhados em Spiliotis et al. (2021), o método de regressão regularizada *elastic net*, também em suas configurações *Lasso* e *ridge*, e o SVM, além de avaliar outra implementação de *gradient boosting*, o LGBM. Paralelamente, este trabalho propôs duas estratégias alternativas para aquisição do conjunto de treinamento dos modelos de ML e também avaliou a estratégia de validação cruzada com origem móvel para a tarefa de combinação ótima.

Os resultados obtidos para a base de dados Estban mostraram, primeiramente, que não houve uma combinação de método e estratégia que obtivesse melhor performance de maneira consistente ao longo de todos os níveis hierárquicos. Dessa forma, a escolha do método e da estratégia a serem utilizados dependerá do objetivo do pesquisador. Para os níveis ao topo da hierarquia, a combinação correta de método e estratégia

<sup>12</sup>Se o objetivo é a elaboração de *guidance*, por exemplo, o pesquisador deve preferir o método e estratégia que geram as previsões mais precisas para o nível agregado. Já para elaboração de metas individuais, os níveis individuais ou regionais podem ser preferíveis.

de estimação (*elastic net* + *reduced fitted values*) gerou 91% de ganho de performance no nível mais agregado, o que imputaria a instituição financeira maior precisão para tomada de decisão e planejamento estratégico, além de sinalizar maior confiança nas estimativas comunicadas ao mercado e aos investidores.

Por outro lado, para os níveis inferiores na estrutura hierárquica (municípios e agências), os métodos analíticos se mostraram a melhor escolha. Isto sugere que, com o objetivo de elaboração de metas individuais — seja para as agências ou superintendências regionais —, os métodos analíticos ainda são preferíveis, enquanto para microrregiões, mesorregiões e total, os métodos de ML demonstram maior acurácia.

Os resultados também mostram que o resultado da reconciliação ótima é sensível à estratégia de aquisição do conjunto de treinamento dos modelos de ML. Apenas na estratégia *reduced fitted values*, proposta neste trabalho, que os ganhos de performance foram observados, enquanto nas estratégias *rolling forecast* e *fitted values* os métodos de ML não foram capazes de superar os métodos analíticos. Em relação às estratégias de reamostragem, a validação cruzada com origem móvel se mostrou eficiente para otimização de hiperparâmetros na tarefa de combinação ótima, tendo gerado os modelos mais precisos para os níveis de meso e microrregião. Contrariamente aos resultados de Spiliotis et al. (2021), as implementações de ML baseados em árvore de decisão (XGB, RF e LGBM) não foram capazes de superar os métodos analíticos em nenhum nível de agregação.

## Referências

- Athanasopoulos, G., Ahmed, R.A., Hyndman, R.J., 2009. Hierarchical forecasts for Australian domestic tourism. *International Journal of Forecasting* 25, 146–166. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207008000691>, doi:10.1016/j.ijforecast.2008.07.004.
- Athanasopoulos, G., Gamakumara, P., Panagiotelis, A., Hyndman, R.J., Affan, M., 2020. Hierarchical Forecasting, in: Fuleky, P. (Ed.), *Macroeconomic Forecasting in the Era of Big Data: Theory and Practice*. Springer International Publishing, Cham, pp. 689–719. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-31150-6\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-030-31150-6_21), doi:10.1007/978-3-030-31150-6\_21.
- Banco do Estado do Espírito Santo, 2022. Demonstrações Financeiras. Demonstrativo do resultado do exercício 2022. Banco do Estado do Espírito Santo. Vitória. URL: [https://www.banestes.com.br/ri/arquivos/informacoes/demoFinanceiras/2022\\_2S\\_demoFinanceiras.pdf](https://www.banestes.com.br/ri/arquivos/informacoes/demoFinanceiras/2022_2S_demoFinanceiras.pdf).
- Beccalli, E., Bozzolan, S., Menini, A., Molyneux, P., 2015. Earnings management, forecast guidance and the banking crisis. *The European Journal of Finance* 21, 242–268. URL: <https://doi.org/10.1080/1351847X.2013.809548>, doi:10.1080/1351847X.2013.809548.
- Bisaglia, L., Di Fonzo, T., Girolimetto, D., 2020. Fully reconciled GDP forecasts from Income and Expenditure sides. URL: <http://arxiv.org/abs/2004.03864>, doi:10.48550/arXiv.2004.03864. arXiv:2004.03864 [stat].
- Bischl, B., Binder, M., Lang, M., Pielok, T., Richter, J., Coors, S., Thomas, J., Ullmann, T., Becker, M., Boulesteix, A.L., Deng, D., Lindauer, M., 2021. Hyperparameter Optimization: Foundations, Algorithms, Best Practices and Open Challenges. URL: <http://arxiv.org/abs/2107.05847>, doi:10.48550/arXiv.2107.05847. arXiv:2107.05847 [cs, stat].
- Brasil, 1986. Lei nº 7.492, de 16 de junho de 1986. URL: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/17492.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/17492.htm).
- Capistrán, C., Constandse, C., Ramos-Francia, M., 2010. Multi-horizon inflation forecasts using disaggregated data. *Economic Modelling* 27, 666–677. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264999310000076>, doi:10.1016/j.econmod.2010.01.006.
- Chen, T., He, T., Benesty, M., Khotilovich, V., Tang, Y., Cho, H., Chen, K., Mitchell, R., Cano, I., Zhou, T., Li, M., Xie, J., Lin, M., Geng, Y., Li, Y., Yuan, J., 2024. xgboost: Extreme Gradient Boosting. URL: <https://github.com/dmlc/xgboost>. r package version 1.7.7.1.
- Conselho Monetário Nacional, 1994. Resolução nº 2.099, de 17 de agosto de 1994. URL: [https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/1994/pdf/res\\_2099\\_v1\\_O.pdf](https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/1994/pdf/res_2099_v1_O.pdf).
- Conselho Monetário Nacional, 1999. Resolução nº 2.682, de 21 de dezembro de 1999. URL: [https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/1999/pdf/res\\_2682\\_v2\\_L.pdf](https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/1999/pdf/res_2682_v2_L.pdf).
- Dahis, R., Carabetta, J., Scovino, F., Israel, F., Oliveira, D., 2022. Data Basis (Base Dos Dados): Universalizing Access to High-Quality Data. *SSRN Electronic Journal* URL: <https://www.ssrn.com/abstract=4157813>, doi:10.2139/ssrn.4157813.
- Friedman, J., Hastie, T., Tibshirani, R., Narasimhan, B., Tay, K., Simon, N., Yang, J., 2023. glmnet: Lasso and Elastic-Net Regularized Generalized Linear Models. URL: <https://glmnet.stanford.edu>. r package version 4.1-8.
- Gross, C.W., Sohl, J.E., 1990. Disaggregation methods to expedite product line forecasting. *Journal of Forecasting* 9, 233–254. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/for.3980090304>, doi:10.1002/for.3980090304.
- Hyndman, R., Athanasopoulos, G., 2021. *Forecasting: principles and practice*. 3 ed., OTexts, Melbourne, Austrália. URL: <https://otexts.com/fpp3/>.
- Hyndman, R.J., Ahmed, R.A., Athanasopoulos, G., Shang, H.L., 2011. Optimal combination forecasts for hierarchical time series. *Computational Statistics & Data Analysis* 55, 2579–2589. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167947311000971>, doi:10.1016/j.csda.2011.03.006.

- Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Snyder, R.D., Grose, S., 2002. A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International Journal of Forecasting* 18, 439–454. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207001001108>, doi:10.1016/S0169-2070(01)00110-8.
- Hyndman, R.J., Lee, A.J., Wang, E., 2016. Fast computation of reconciled forecasts for hierarchical and grouped time series. *Computational Statistics & Data Analysis* 97, 16–32. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016794731500290X>, doi:10.1016/j.csda.2015.11.007.
- Lang, M., Bischl, B., Richter, J., Schratz, P., Binder, M., Pfisterer, F., Sonabend, R., Becker, M., 2024. mlr3: Machine Learning in R - Next Generation. URL: <https://mlr3.mlr-org.com>. r package version 0.18.0.
- Lila, M.F., Meira, E., Cyrino Oliveira, F.L., 2022. Forecasting unemployment in Brazil: A robust reconciliation approach using hierarchical data. *Socio-Economic Planning Sciences* 82, 101298. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038012122000830>, doi:10.1016/j.seps.2022.101298.
- Meyer, D., Dimitriadou, E., Hornik, K., Weingessel, A., Leisch, F., 2023. e1071: Misc Functions of the Department of Statistics, Probability Theory Group (Formerly: E1071), TU Wien. URL: <https://CRAN.R-project.org/package=e1071>. r package version 1.7-14.
- O'Hara-Wild, M., Hyndman, R., Wang, E., 2024a. fable: Forecasting Models for Tidy Time Series. URL: <https://fable.tidyverts.org>. r package version 0.3.4.
- O'Hara-Wild, M., Hyndman, R., Wang, E., 2024b. fabletools: Core Tools for Packages in the fable Framework. URL: <https://fabletools.tidyverts.org/>. r package version 0.4.1, <https://github.com/tidyverts/fabletools>.
- Panagiotelis, A., Athanasopoulos, G., Gamakumara, P., Hyndman, R.J., 2021. Forecast reconciliation: A geometric view with new insights on bias correction. *International Journal of Forecasting* 37, 343–359. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207020300911>, doi:10.1016/j.ijforecast.2020.06.004.
- Prayoga, I., Suhartono, S., Rahayu, S., 2017. Top-down forecasting for high dimensional currency circulation data of Bank Indonesia. *International Journal of Advances in Soft Computing and its Applications* 9, 62–74.
- R Core Team, 2024. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. URL: <https://www.R-project.org/>.
- Schneider, L., Richter, J., Becker, M., Lang, M., Bischl, B., Pfisterer, F., Binder, M., Fischer, S., 2024. mlr3mbo: Flexible Bayesian Optimization. URL: <https://mlr3mbo.mlr-org.com>. r package version 0.2.2.
- Shi, Y., Ke, G., Soukhavong, D., Lamb, J., Meng, Q., Finley, T., Wang, T., Chen, W., Ma, W., Ye, Q., Liu, T.Y., Titov, N., Cortes, D., 2024. lightgbm: Light Gradient Boosting Machine. URL: <https://github.com/Microsoft/LightGBM>. r package version 4.3.0.
- Spiliotis, E., Abolghasemi, M., Hyndman, R.J., Petropoulos, F., Assimakopoulos, V., 2021. Hierarchical forecast reconciliation with machine learning. *Applied Soft Computing* 112, 107756. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494621006773>, doi:10.1016/j.asoc.2021.107756.
- Wallander, J., 1999. Budgeting — an unnecessary evil. *Scandinavian Journal of Management* 15, 405–421. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0956522198000323>, doi:10.1016/S0956-5221(98)00032-3.
- Weiss, C., 2018. *Essays in Hierarchical Time Series Forecasting and Forecast Combination* URL: <https://www.repository.cam.ac.uk/handle/1810/274757>.
- Wickramasuriya, S.L., Athanasopoulos, G., Hyndman, R.J., 2019. Optimal Forecast Reconciliation for Hierarchical and Grouped Time Series Through Trace Minimization. *Journal of the American Statistical Association* 114, 804–819. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01621459.2018.1448825>, doi:10.1080/01621459.2018.1448825.
- Wright, M.N., Wager, S., Probst, P., 2023. ranger: A Fast Implementation of Random Forests. URL: <http://imbs-hl.github.io/ranger/>. r package version 0.16.0, <https://github.com/imbs-hl/ranger>.