



## MODELAGEM DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA EM PLANTIOS *Khaya grandifoliola* NA REGIÃO DO TRIÂNGULO MINEIRO, MINAS GERAIS

Larissa Lara Moreira da Silva Freitas<sup>1</sup> (larissalaraengfl@gmail.com), Matheus da Silva Pacheco<sup>1</sup>, Rodrigo Otávio Veiga de Miranda<sup>1</sup>, Lidiomar Soares da Costa<sup>1</sup>, Alvaro Augusto Vieira Soares<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Monte Carmelo, Minas Gerais

**RESUMO:** *Khaya grandifoliola* é a espécie de mogno africano mais cultivada no Brasil e sua importância na silvicultura nacional vem crescendo consistentemente. Dentre as pesquisas fundamentais para o desenvolvimento do manejo de uma espécie florestal, estudos sobre a relação de variáveis dendrométricas e sua modelagem são imprescindíveis para o desenvolvimento de modelos capazes de estimar com precisão variáveis de interesse. Assim, o objetivo deste trabalho foi testar diferentes abordagens de modelagem da altura total de árvores de *Khaya grandifoliola*. Para isso, dados de inventário florestal foram utilizados, realizado em três fazendas de plantios de mogno africano na região do Triângulo Mineiro. Modelos que relacionam a altura total das árvores ao seu diâmetro a 1,30 m do solo (dap) foram ajustados. Estes modelos foram ajustados de duas formas: ajuste de cada modelo para toda a base de dados e ajuste dos modelos por fazenda. As estatísticas de qualidade de ajuste: erro padrão residual percentual ( $S_{yx}$ ), critério de informação de Akaike (AIC) e o coeficiente de correlação de Pearson entre os valores observados e estimados ( $r_{yy}$ ), foram utilizadas para comparar os modelos e as formas de ajuste. Os modelos de Gompertz e logístico apresentaram o melhor desempenho, tanto quando ajustados a todos os dados quanto por fazenda. Dentre as opções avaliadas, as equações desenvolvidas por fazenda resultaram em estimativas mais acuradas.

**PALAVRAS-CHAVE:** hipsometria, modelagem florestal, mogno africano

## INTRODUÇÃO

Mogno africano é o nome popular para o grupo de espécies do gênero *Khaya*, cuja origem é o continente africano. Atualmente, a *Khaya grandifoliola* está entre as espécies madeireiras nobres mais cultivadas no Brasil devido ao alto retorno financeiro (IBF, 2021). Entretanto, a silvicultura e manejo dessa espécie ainda se encontra em sua fase inicial em comparação com espécies tradicionalmente cultivadas no Brasil, como os eucaliptos e *Pinus*.

Desse modo, é importante que se avalie o comportamento dessa espécie em diferentes condições de manejo para que sejam traçadas referências de prescrições silviculturais. Dentre estas avaliações, os estudos sobre a relação de variáveis dendrométricas e sua modelagem são



essenciais para a geração de modelos capazes de estimar com acurácia variáveis de interesse. Baseado nisso, os modelos hipsométricos – usados para estimar as alturas das árvores – são fundamentais. Esses modelos devem ser os mais acurados possível, pois suas estimativas serão usadas para o cômputo do volume das árvores, o qual será a base para a tomada de decisão de prescrições silviculturais e planejamento da produção.

Diante do exposto, o objetivo foi avaliar diferentes abordagens de modelagem da altura de árvores de *Khaya grandifoliola* cultivadas em povoamentos puros.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados para a modelagem da relação hipsométrica são provenientes de um inventário florestal amostral de três fazendas com povoamentos puros de mogno africano (*Khaya grandifoliola*) no Triângulo Mineiro, estado de Minas Gerais. As fazendas foram denominadas como Fazendas A, B e C, com áreas de 279,06 ha, 239,17 ha e 78,34 ha, com idades de aproximadamente 12, 9 e 6 anos, respectivamente.

As circunferências à altura do peito – a 1,30 m do solo (cap) – foram medidas em todas as árvores dentro das unidades amostrais com fita métrica. A cap foi posteriormente convertida em diâmetro à altura do peito (dap), dado pela razão  $cap/\pi$ . Além da cap, as alturas totais (ht) das 15 primeiras árvores foram medidas.

Para a modelagem da relação hipsométrica, quatro modelos foram testados: a) Curtis:  $\ln(y) = \beta_0 + \beta_1(1/dap) + \varepsilon$ ; b) Stoffels:  $\ln(y) = \beta_0 + \beta_1 \ln(dap) + \varepsilon$ ; c) Gompertz:  $y = \beta_0 e^{(-e^{(\beta_1 - \beta_2 dap)})} + \varepsilon$  e d) Logístico:  $y = \beta_0 \left(1 + \beta_1 e^{(-\beta_2 dap)}\right)^{-1} + \varepsilon$ . Para cada modelo, as seguintes alternativas de modelagem foram testadas: i) ajuste dos modelos à base de dados total, ou seja, utilizando os dados de todas as fazendas. ii) ajuste dos modelos por fazenda. Os modelos e alternativas foram avaliados pelas seguintes estatísticas de qualidade de ajuste: erro padrão residual percentual ( $S_{yx}$ ), critério de informação de Akaike (AIC) e o coeficiente de correlação de Pearson entre os valores observados e estimados ( $r_{y\hat{y}}$ ), calculados a partir das seguintes expressões:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}} \times 100 \quad r_{y\hat{y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2}} \quad AIC = -2 \left( \frac{-n}{2} \ln \left( \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n} \right) \right) + 2k$$



Em que  $y_i$  = altura observada;  $\bar{y}$  = média da altura observada;  $\hat{y}_i$  = altura estimada;  $\hat{\bar{y}}$  = média da altura estimada;  $n$  = número de observações;  $p$  = número de coeficientes da equação;  $e = y_i - \hat{y}_i$ ;  $k = p + 1$ . Quanto menor o  $S_{yx}$  e o AIC e maior o  $r_{y\hat{y}}$ , mais preciso e acurado é o modelo.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A média da base de dados total para a altura foi de 15,1 m. Já as fazendas A, B e C apresentaram altura média de 17,8 m, 15,4 m e 8,5 m, respectivamente.

O ajuste dos modelos para toda a base de dados obteve como melhor modelo o logístico, proporcionando o menor  $S_{yx}$ , menor AIC e maior  $r_{y\hat{y}}$ , conforme a Tabela 1. O ajuste do modelo de Gompertz resultou em estatísticas de qualidade ligeiramente inferiores àquele.

Tabela 1. Estatísticas de qualidade de ajuste para modelos hipsométricos avaliados para toda a base de dados de três fazendas de plantios de mogno africano (*Khaya grandifoliola*) no Triângulo Mineiro, Minas Gerais

Modelo	$S_{yx}$	AIC	$r_{y\hat{y}}$
Curtis	18,00	3.014,0	0,83
Stoffels	16,75	2.797,2	0,83
Gompertz	15,43	2.607,3	0,85
Logístico	15,39	2.604,1	0,85

$S_{yx}$  = Erro padrão residual; AIC = Critério de informação de Akaike;  $r_{y\hat{y}}$  = Coeficiente de correlação de Pearson entre os valores observados e estimados.

Ao se realizarem os ajustes dos modelos por fazenda, também se destacaram como melhores modelos – e com estatísticas de qualidade próximas – os modelos de Gompertz e logístico da seguinte forma: o logístico para as fazendas A e C e Gompertz para a fazenda B (Tabela 2).

Tabela 2. Estatísticas de qualidade de ajuste para modelos hipsométricos avaliados para dados de três fazendas de plantios de mogno africano (*Khaya grandifoliola*) no Triângulo Mineiro, Minas Gerais

Modelos	Fazenda A			Fazenda B			Fazenda C		
	$S_{yx}$	AIC	$r_{y\hat{y}}$	$S_{yx}$	AIC	$r_{y\hat{y}}$	$S_{yx}$	AIC	$r_{y\hat{y}}$
Curtis	12,88	1.011,41	0,59	15,43	1.123,01	0,70	25,09	1.961,59	0,74
Stoffels	12,50	974,46	0,61	16,23	1.200,83	0,71	22,88	2.127,87	0,78
Gompertz	12,36	960,607	0,62	15,20	1.107,31	0,71	22,46	2.237,81	0,79
Logístico	12,35	960,531	0,62	15,23	1.109,13	0,70	22,45	2.316,89	0,79



$S_{yx}$  = erro padrão residual percentual; AIC = critério de informação de Akaike;  $r_{\gamma\gamma}$  = coeficiente de correlação de Pearson.

Uma vez estimada altura total para cada fazenda e obtidas suas respectivas estatísticas de qualidade, considerou-se as estimativas do melhor modelo por fazenda e calcularam-se estatísticas globais em comparação ao melhor ajuste - função logística - à base de dados total. Esse procedimento resultou em ligeira melhoria para todas as estatísticas de qualidade:  $S_{yx}$  de 14,85%, AIC de 2.468,9 e  $r_{\gamma\gamma}$  de 0,87.

Essa melhoria resultante do desenvolvimento de equações por fazenda era esperada em função das idades diferentes. Diversos autores demonstraram que a idade das árvores pode ter forte efeito sobre a relação hipsométrica (e.g. SCOLFORO, 1993; MACHADO et al., 1994; CAMPOS e LEITE, 2017). Além do ajuste por fazenda, sugere-se avaliar modelos hipsométricos genéricos e outras técnicas de modelagem como redes neurais artificiais, com a inclusão de outras variáveis preditoras além do dap, como a idade das árvores, área basal, diâmetro médio quadrático, dentre outras variáveis que podem auxiliar na obtenção de estimativas mais acuradas.

## CONCLUSÕES

Os modelos não lineares de Gompertz e logístico apresentaram o melhor desempenho, tanto quando ajustados a todos os dados quanto por fazenda. Dentre as opções avaliadas, o desenvolvimento de equações por fazenda resultou em estimativas mais acuradas.

## REFERÊNCIAS

CAMPOS, J. C. C., LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. Editora UFV; 2017. 636 p.

INSTITUTO BRASILEIRO DE FLORESTAS (IBF). **Mogno Africano**. Londrina, 2021. Disponível em: < <https://www.ibflorestas.org.br/>>. Acesso em: 19 de agosto de 2021.

MACHADO, S. A.; BASSO, S. F.; BEVILACQUA JÚNIOR, V. G. **Teste de modelos matemáticos para o ajuste da relação hipsométrica em diferentes sítios e idades para plantações de *Pinus elliottii* no Estado do Paraná**; 1994, Curitiba. São Paulo: Sociedade Brasileira de Silvicultura, v.2, p.553-556. 1994.

SCOLFORO, J. R. S. **Mensuração florestal 3: relações quantitativas em volume, peso e a relação hipsométrica**. Lavras: ESAL/FAEPE, 1993. 292 p.