

ÁREA TEMÁTICA: FINANÇAS

A TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ E A DIVERSIFICAÇÃO DE INVESTIMENTOS EM CENÁRIOS DE RISCO: UMA REVISÃO INTEGRATIVA DA LITERATURA

RESUMO: Esta revisão integrativa da literatura teve como objetivo principal analisar como a Teoria de Markowitz tem sido abordada em estudos científicos relacionados à diversificação de investimentos em diferentes cenários de risco. A Teoria Moderna do Portfólio, proposta por Harry Markowitz, é reconhecida como uma das principais estratégias para a gestão eficiente do risco em carteiras financeiras, fundamentada no princípio da diversificação. Ela busca maximizar o retorno esperado para um determinado nível de risco ou minimizar o risco para um retorno esperado, através da correlação entre ativos. A pesquisa foi conduzida na base de dados Web of Science e Scopus, focando em artigos publicados em periódicos revisados por pares entre 2021 e 2024. O contexto para esta revisão é a crescente complexidade e volatilidade dos mercados financeiros contemporâneos, que exigem novas interpretações e aplicações dessa teoria clássica. A justificativa para o estudo reside no fato de que, embora a diversificação seja importante para mitigação de riscos, a realidade atual de cenários incertos influenciados por fatores macroeconômicos, políticos e comportamentais demanda adaptações e reinterpretções da teoria original de Markowitz. A análise dos resultados permitiu identificar as principais abordagens teóricas e metodológicas utilizadas, os diferentes tipos de risco considerados, e as tendências, lacunas e oportunidades para futuras pesquisas. Os achados reforçam a relevância contínua da Teoria de Markowitz. O estudo buscou consolidar o conhecimento existente e fornecer uma visão abrangente que auxilie investidores, gestores e acadêmicos na compreensão das melhores práticas e tendências em diversificação de investimentos sob diferentes perfis de risco.

Palavras-chave: portfólio de otimização; Markowitz; diversificação; risco.

1 INTRODUÇÃO

A teoria moderna de portfólio, proposta por Harry Markowitz na década de 1950, transformou significativamente a forma como investidores e gestores analisam a relação entre risco e retorno na composição de portfólios de investimentos. Fundamentada no princípio da diversificação, essa teoria busca maximizar o retorno esperado para um determinado nível de risco, ou minimizar o risco para um retorno esperado, através da correlação entre ativos.

No entanto, o ambiente financeiro contemporâneo é caracterizado pela crescente utilização de mecanismos de alavancagem financeira, que consistem na ampliação dos recursos disponíveis para investimento por meio de capital de terceiros. Embora a alavancagem permita potencializar ganhos, ela também amplia os riscos, o que suscita questionamentos sobre os limites e a aplicabilidade dos modelos tradicionais de diversificação, como o proposto por Markowitz, quando confrontados com estratégias de alavancagem.

Observa-se na literatura uma diversidade de abordagens que tentam integrar os conceitos de diversificação e alavancagem. Entretanto, essa integração nem

sempre é explícita ou consolidada, indicando a existência de lacunas teóricas e práticas sobre como a Teoria de Portfólio responde às demandas impostas pelo uso da alavancagem.

Embora a Teoria de Portfólio de Markowitz seja amplamente utilizada para orientar a diversificação de investimentos visando otimizar a relação risco-retorno, sua aplicação prática muitas vezes desconsidera variáveis externas, como o impacto da alavancagem financeira sobre a composição eficiente dos portfólios. A literatura apresenta dispersão quanto aos limites, riscos e benefícios da integração entre diversificação e alavancagem.

Apesar da ampla aceitação da Teoria de Markowitz como base para a diversificação de investimentos, observa-se uma crescente complexidade nos cenários de risco enfrentados pelos investidores nos mercados financeiros contemporâneos. Diante disso, surge a seguinte questão de pesquisa: "Como a literatura científica tem abordado a aplicação da Teoria de Markowitz no processo de diversificação de investimentos em diferentes cenários de risco?"

O objetivo Geral: desta pesquisa é analisar, por meio de uma revisão integrativa da literatura, como a Teoria de Markowitz tem sido aplicada e discutida em estudos relacionados à diversificação de investimentos em cenários de risco.

Sendo assim seguem seus objetivos Específicos: (i) Identificar os principais conceitos, modelos e abordagens teóricas associados à Teoria de Markowitz no contexto da diversificação de investimentos. (ii) Mapear as metodologias de pesquisa mais utilizadas nos estudos que exploram a relação entre diversificação de investimentos e risco. (iii) Classificar as principais variáveis e indicadores empregados para mensurar risco e diversificação nos trabalhos analisados. (iv) Analisar a evolução temporal e geográfica das publicações sobre o tema, identificando tendências, lacunas e oportunidades para futuras pesquisas (v) Sintetizar as principais evidências empíricas encontradas na literatura acerca da eficácia da diversificação de investimentos em cenários de risco.

A justificativa para esta pesquisa se dá pelo fato de que a diversificação de investimentos é reconhecida como uma das principais estratégias para a mitigação de riscos em carteiras financeiras, tendo como marco teórico a Teoria Moderna do Portfólio, desenvolvida por Harry (Markowitz, 1952). Essa teoria estabelece que os investidores podem otimizar o equilíbrio entre risco e retorno ao distribuir seus recursos entre diferentes ativos, com base na análise de variância e covariância dos retornos.

Entretanto, o ambiente financeiro contemporâneo caracteriza-se por cenários de risco cada vez mais voláteis e incertos, influenciados por fatores macroeconômicos, políticos e comportamentais. Essa nova realidade tem exigido adaptações e reinterpretações da teoria original de Markowitz, levando ao surgimento de novos modelos, metodologias de análise e estratégias de diversificação.

Diante desse contexto, a realização de uma revisão integrativa torna-se relevante para consolidar o conhecimento existente, identificar lacunas na literatura e direcionar futuras pesquisas. Além disso, ao mapear como a Teoria de Markowitz tem sido aplicada, reinterpretada e discutida frente aos desafios contemporâneos de risco, este estudo contribui tanto para o avanço teórico quanto para a prática de gestão de investimentos.

Por fim, a presente pesquisa busca fornecer uma visão abrangente e sistematizada, que auxilie investidores, gestores de carteiras, acadêmicos e demais interessados na compreensão das melhores práticas e das tendências emergentes relacionadas à diversificação de investimentos sob diferentes perfis de risco.

O artigo de (Wei, 2022) "The Application of Markowitz Model Based Series of Companies' Stock" explora a construção de carteiras de investimento eficientes utilizando o Modelo de Markowitz. A pesquisa analisa o desempenho de dez ações selecionadas ao longo de 20 anos, considerando dados diários de retorno total, e agrupa os investidores em três tipos com base em suas restrições de posição ou arbitrárias. O estudo compara os portfólios permissíveis sob diferentes restrições, descobrindo que a Regulamentação T da FINRA tem pouca influência, mas as restrições arbitrárias podem reduzir o retorno em 26%. Por fim, o artigo oferece recomendações de investimento que auxiliam os investidores a escolher a melhor carteira alinhada à sua tolerância a risco e expectativas de retorno.

Este artigo está estruturado em cinco seções, além desta introdução. Na segunda seção, apresenta-se a fundamentação teórica sobre a Teoria de Portfólio de Markowitz e o risco em investimentos. A terceira seção descreve os procedimentos metodológicos adotados. Na quarta seção, discutem-se os resultados encontrados na revisão integrativa. Por fim, a quinta seção traz as considerações finais, apontando as contribuições, limitações e sugestões para futuras pesquisas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As Preposições de Markowitz, (1952) destacam a relevância da diversificação, um conceito que, até aquele momento, era questionado pelos principais estudiosos da área. Por meio de sua análise, Markowitz evidenciou que a combinação adequada de ativos permitiria alcançar alocações mais eficientes de recursos, proporcionando uma melhor relação entre o retorno esperado e o risco assumido.

2.1 Aspectos teóricos sobre a teoria de Portfólio de Markowitz

A Teoria do Portfólio, com ênfase no Modelo de Markowitz, tem como propósito simplificar a complexidade dos cálculos envolvidos na seleção de investimentos, sintetizando-os em um único indicador capaz de apontar a combinação mais eficiente de ativos. Essa combinação busca atender às preferências do investidor em termos de risco e retorno esperados. Harry Markowitz apresentou esse modelo em seu artigo seminal "*Portfolio Selection*", publicado na revista *The Journal of Finance* (vol. 7, n. 1, pp. 77-91), em março de 1952. Anos mais tarde, em 1999, Markowitz recebeu o Prêmio Nobel de Economia em reconhecimento à sua contribuição para os estudos sobre diversificação de risco (Silva; Mattar; Da Rosa; De Oliveira, 2020).

A atual concepção financeira sobre o risco é, em grande parte, resultado do trabalho de (Markowitz, 1952) que desenvolveu um modelo matemático para formalizar o conhecido ditado popular: "Não coloque todos os ovos em uma mesma cesta."

Ainda segundo Markowitz, (1952) a sua teoria tem como objetivo geral o gerenciamento de carteiras de investimentos, através do portfólio eficiente que maximizam o retorno esperado. O retorno de um Portfólio é dado com a seguinte expressão:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_g R_g \quad [1]$$

Onde:

R_p = taxa de retorno de um portfólio em um período

R_g = taxa de retorno do ativo g no período

w_g = peso do ativo g no portfólio

G= número de ativos no portfólio.

O retorno para um portfólio, com ativos arriscados, segue a seguinte expressão:

$$E (R_i) = p_1 r_1 + p_2 r_2 + \dots + p_n R_n$$

Onde: R_n = taxa de retorno possível do ativo i

p_n = probabilidade da taxa de retorno n ocorrer para o ativo i

N = número de possíveis ocorrências da taxa de retorno.

O objetivo da diversificação é maximizar os retornos e minimizar os riscos, investindo em diferentes ativos que reagiriam de forma diferente aos mesmos eventos. Por exemplo, notícias negativas relacionadas à crise da dívida europeia geralmente fazem com que o mercado de ações caia significativamente. Ao mesmo tempo, as mesmas notícias tiveram um impacto positivo geral no preço de certas commodities, como o ouro. Consequentemente, é importante que as estratégias de diversificação de portfólio não incluam apenas diferentes ações dentro do mesmo setor e fora desse setor, mas que também incluam diferentes classes de ativos, por exemplo, títulos e commodities (Mangram, 2013).

2.2 Risco de investimento

Em seu artigo “*Defining Risk*”, (Holton, 2004) então define de forma clara o que é risco. Neste artigo, o autor não está interessado em nenhum aspecto ou categoria de risco, pois, busca uma definição geral. Para tanto, o mesmo considera algumas situações que envolvem risco:

- comercialização de gás natural,
- lançar um novo negócio,
- aventuras militares,
- pedir um aumento salarial,
- paraquedismo, e
- romance.

Sendo assim, (Holton, 2004) ainda ressalta que qualquer definição geral deve abranger tudo isso. As situações podem parecer díspares, mas compartilham certos elementos comuns. Primeiro, as pessoas se importam com os resultados. Se alguém tem interesse pessoal no que acontece, essa pessoa fica exposta. Segundo, as pessoas não sabem o que vai acontecer.

Em cada situação, o resultado é incerto. Parece que o risco envolve dois componentes essenciais:

- exposição e
- incerteza.

Risco, então, é a exposição a uma proposição da qual não se tem certeza.

O risco total de uma carteira, também conhecido como risco global, pode ser dividido em duas partes: o risco sistêmico e o risco não sistêmico. O risco sistêmico está associado a fatores externos, como condições macroeconômicas, políticas e sociais, que afetam todas as empresas de maneira geral. Já o risco não sistêmico é específico de cada ativo e, no caso das ações, está relacionado às particularidades do negócio e ao mercado em que a empresa atua. A diversificação de ativos permite mitigar o risco não sistêmico, tornando o risco sistêmico o principal fator relevante na análise do risco de uma carteira, uma vez que este não pode ser eliminado por meio da diversificação (Markowitz, 1952).

Segundo Bernstein (1997), o objetivo de Markowitz foi aplicar o conceito de risco na construção de carteiras voltadas para investidores que buscam maximizar o retorno esperado, tratando a variância do retorno como um fator indesejado. O modelo demonstra que, embora o retorno de uma carteira diversificada corresponda à média ponderada dos retornos dos ativos que a compõem, sua volatilidade tende a ser menor do que a média das volatilidades individuais desses ativos.

3. METODOLOGIA

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa, exploratória, de natureza teórico-bibliográfica, de natureza exploratória e descritiva, desenvolvida por meio de uma revisão integrativa da literatura, que visa mapear, analisar e sintetizar as produções científicas acerca da aplicação da Teoria de Portfólio de Markowitz no contexto da diversificação de investimentos em cenários de risco.

"A revisão integrativa permite a síntese do conhecimento disponível sobre um determinado tema, de forma abrangente e sistemática, integrando resultados de estudos teóricos e empíricos com o objetivo de aprofundar a compreensão de um fenômeno." (Whittemore; Knafl, 2005).

Os critérios de inclusão foram artigos acadêmicos com abordagem em Teoria de Markowitz, diversificação de carteiras e riscos. Os critérios de exclusão, foram trabalhos fora do escopo temáticos, documentos sem rigor científico ou com foco empírico sem análise teórica relevante

Houve limitação também quanto as palavras chaves: Portfolio Optimization, Markowitz e Diversification e Risk. ("*Investment Diversification*" OR "*Diversification of Investments*" OR "*Markowitz*") ("*Risk*" OR "*Return*" OR "*Risk-Return*" OR "*Mean-Variance*")

Os critérios de inclusão estabelecidos por meio da string de pesquisa resultaram na identificação de 2 artigos na base *Web of Science* e 57 artigos na base *Scopus*. O recorte temporal adotado foi o período de 2021 a 2024, com a seleção restrita a artigos de acesso aberto, redigidos em inglês e com disponibilidade de texto completo. Além disso, os estudos tiveram como premissa a abordagem de forma clara e concisa sobre a diversificação de carteiras ou portfólios de investimentos baseados na teoria de Markowitz.

Foram excluídos da amostra os artigos duplicados, publicações que não objetivaram diretamente do tema central, estudos fora do escopo da Teoria. Após a execução da estratégia de busca, os artigos passaram por uma etapa de triagem inicial, que envolveu a leitura sistemática de títulos e resumos.

A análise qualitativa foi realizada por meio de um fichamento estruturado, baseado na leitura detalhada dos resumos, introduções, resultados e conclusões dos artigos selecionados. Os estudos considerados potencialmente relevantes foram então submetidos a uma avaliação criteriosa de elegibilidade, de forma a garantir a adequação ao foco da pesquisa.

Os artigos finais foram organizados no software EndNote, e, dada a sequência, as informações extraídas foram transferidas para uma planilha em Excel, contendo os seguintes campos: autor, ano de publicação, objetivo do estudo, metodologia aplicada, vieses cognitivos identificados e principais conclusões de cada pesquisa.

A síntese dos resultados da busca sistemática está apresentada na Figura 1, a qual ilustra detalhadamente o processo de inclusão e exclusão dos artigos, evidenciando a estrutura adotada para a composição do portfólio de análise.

Conforme apresentado na Figura 1, a busca realizada nas duas bases de dados resultou na identificação inicial de 59 artigos. No entanto, durante o processo de triagem, foram excluídos 3 artigos que estavam sem títulos, 1 artigo sobre mineração de dados computacionais que não é foco da análise pretendida, mais 14 artigos que estavam fora do contexto, 5 artigos que tratavam da diversificação de investimentos em criptomoedas que também não se trata do foco da pesquisa, 4 artigos sobre riscos envolvendo ESG (*Environmental, Social Governance*), outros 6 artigos que tratavam de riscos de outras formas e 1 artigo que tratava da diversificação de investimentos em ambiente familiar.

Tabela 1 - Critérios de inclusão e exclusão

 Scopus	Pesquisados	57 Artigos
Web of Science™	Pesquisados	2 Artigos
Total de artigos incluídos		59 Artigos
Artigos sem títulos (excluídos)		3
Artigos sobre mineração de dados (excluídos)		1
Artigos fora do contexto (excluídos)		14
Artigos sobre criptomoedas (excluídos)		6
Artigos sobre risco envolvendo ESG (excluídos)		4
Artigos sobre outros tipos de risco (excluídos)		6
Artigos sobre investimento familiar (excluídos)		1
Total de artigos para análise		24 Artigos

Fonte: Elaboração própria.

A investigação dos dados foi conduzida de forma qualitativa e categorial, permitindo a identificação dos principais vieses cognitivos explorados na literatura, bem como sua frequência de ocorrência, efeitos sobre as decisões dos investidores e as principais recomendações práticas e teóricas sugeridas pelos autores. A sistematização das evidências empíricas e teóricas possibilitou não apenas uma visão consolidada do estado atual do conhecimento sobre o tema, mas também a identificação de lacunas relevantes e direcionamentos para futuras pesquisas no campo da finança comportamental.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O Quadro 1 sintetiza a análise dos 24 artigos selecionados, organizados conforme as proposições previamente apresentadas. A avaliação dos estudos foi realizada por meio de uma categorização sistemática dos dados, possibilitando uma

leitura comparativa e estruturada. As categorias adotadas para essa análise abrangem: autor(es), ano de publicação, título do artigo, objetivos da pesquisa, metodologia aplicada e principais resultados obtidos. Essa abordagem tem como objetivo oferecer uma visão abrangente do estado da arte sobre o tema: A Teoria de Markowitz e a Diversificação de Investimentos em Cenários de Risco, facilitando a identificação de padrões, lacunas teóricas e contribuições significativas para o avanço do campo de estudo.

Quadro 1 - Mapeamento e levantamento do dados dos artigos pesquisados.

Nº	Autor/Ano	Título	Objetivos	Metodologia	Resultados
1	(Bessler; taushanov; wolff, 2021)	Optimal asset allocation strategies for international equity portfolios: A comparison of country versus industry optimization	Comparar as estratégias de alocação ótima de ativos em portfólios de ações internacionais, avaliando especificamente as diferenças e impactos entre a otimização baseada em distribuição geográfica (países) versus setores da indústria.	Estudo empírico quantitativo com abordagem experimental em finanças, focado na análise de desempenho de portfólios internacionais.	As estratégias de alocação de ativos baseadas em setores (indústrias) superaram consistentemente as estratégias baseadas em países, tanto em termos de retorno ajustado ao risco quanto de estabilidade de desempenho ao longo do tempo.
2	(Mesly, 2021)	Buy now and pay (Dearly) later: Unraveling consumer financial spinning	Propor um novo framework conceitual denominado "consumer financial spinning" que descreve como consumidores acumulam níveis insustentáveis de dívida, perdendo o alinhamento com suas prioridades financeiras e planos de riqueza.	Quantitativa, com aplicação de modelagem estatística e análises empíricas baseadas em dados de consumidores.	O comportamento de endividamento excessivo dos consumidores ("Consumer Financial Spinning") é fortemente influenciado por três fatores interligados: excesso de confiança (overconfidence), racionalidade limitada e autoengano financeiro.
3	(Chaweewanchon; chaysiri, 2022)	Markowitz Mean-Variance Portfolio Optimization with Predictive Stock Selection Using Machine Learning	Busca aperfeiçoar a construção de portfólios, utilizando modelos preditivos baseados em machine learning para selecionar previamente as melhores ações. Os autores aplicam a tradicional otimização de portfólio de média-variância de Markowitz.	Quantitativa, experimental e aplicada, com foco em simulação computacional e análise empírica de dados de mercado financeiro.	A combinação da otimização clássica de portfólio de Markowitz com técnicas de aprendizado de máquina para seleção preditiva de ações melhora significativamente o desempenho da carteira em termos de retorno ajustado ao risco.

4	(Mba; ababio; agyei, 2022)	Markowitz Mean-Variance Portfolio Selection and Optimization under a Behavioral Spectacle: New Empirical Evidence	Investigar como fatores comportamentais influenciam o processo de seleção e otimização de portfólios usando o modelo clássico de Markowitz.	Análise quantitativa. Incorporação de variáveis comportamental. Análise empírica e estatística econométrica.	A incorporação de fatores comportamentais no modelo de seleção e otimização de portfólios de Markowitz revela que os vieses comportamentais dos investidores afetam significativamente as decisões de alocação de ativos e o desempenho do portfólio.
5	(Mir; azizyan; massah bavani; gohari, 2022)	A framework for drought adaption under deep uncertainties: Application of Portfolio theory (Markowitz 2.0).	Desenvolver um modelo para a adaptação à seca que incorpora a teoria moderna de portfólios, uma versão aprimorada do modelo de Markowitz (Markowitz 2.0), para lidar com incertezas profundas associadas a eventos climáticos extremos.	Análise quantitativa, Simulações e otimização. Desenvolvimento de um modelo teórico aplicado.	A aplicação da versão avançada da teoria de portfólio (Markowitz 2.0) permite identificar estratégias de adaptação à seca mais eficientes e resilientes diante das incertezas profundas relacionadas ao clima.
6	(Moghadam; mansouri; sheykhizadeh, 2022)	Markowitz-Based Cardinality Constrained Portfolio Selection Using Asexual Reproduction Optimization (ARO)	Propor novo método de otimização baseado em um algoritmo inspirado na (Asexual Reproduction Optimization - ARO) para resolver o problema de seleção de portfólios que respeitam restrições de cardinalidade, dentro do modelo clássico de Markowitz.	Análise quantitativa dos resultados. Formulação do problema de seleção de portfólio com restrição de cardinalidade	O algoritmo Asexual Reproduction Optimization (ARO) demonstrou ser eficiente e eficaz para resolver o problema de seleção de portfólios com restrição de cardinalidade dentro do modelo de Markowitz.
7	(Shahbeyk, 2022)	Robustness in Mean-Variance Portfolio Optimization	Investigar e aprimorar a robustez do modelo clássico de otimização de portfólio de média-variância, tornando-o mais resistente a incertezas e variações nos parâmetros de entrada (como estimativas de retornos esperados e matrizes de covariância).	Avaliação quantitativa. Testes computacionais e simulações. Análise teórica e modelagem matemática.	Os modelos de otimização robusta de portfólio demonstram uma performance superior em termos de estabilidade e resiliência frente a incertezas nas estimativas de retorno e risco, quando comparados ao modelo clássico de Markowitz.

8	(Wang; liu; he, 2022)	Does diversification promote systemic risk?	Investigar a relação entre a diversificação de portfólios e o risco sistêmico no mercado financeiro.	Quantitativa. Métricas de risco sistêmico. Simulações computacionais. Modelagem teórica e análise econômica.	Embora a diversificação tradicionalmente reduza o risco individual dos investidores, em certos contextos ela pode inadvertidamente aumentar o risco sistêmico do mercado financeiro.
9	(Wang; liu; he, 2022)	Optimizing insurers' investment portfolios: incorporating alternative investments	Desenvolver um modelo ou framework para otimizar os portfólios de investimento de seguradoras, incorporando ativos alternativos além dos investimentos tradicionais.	Modelagem quantitativa de portfólio. Aplicação de técnicas de otimização. Simulações e testes de robustez.	A inclusão de ativos alternativos nos portfólios das seguradoras melhora significativamente o desempenho dos investimentos, proporcionando um melhor equilíbrio entre risco e retorno.
10	(Mei; zhu; chen, 2023)	Mean-variance portfolio selection with estimation risk and transaction costs	Desenvolver um modelo de seleção de portfólio baseado na teoria média-variância que incorpora explicitamente os riscos associados à estimação dos parâmetros (retornos e covariâncias) e os custos de transação.	Quantitativa. Modelagem matemática avançada. Formulação do problema como otimização robusta ou estocástica. Testes computacionais empíricos e simulações	O modelo proposto, ao considerar explicitamente o risco de estimação e os custos de transação, gera portfólios mais robustos e realistas, que apresentam melhor desempenho em termos de retorno ajustado ao risco.
11	(Mohammadi; mohammadi; makui; shahanaghi, 2023)	Markowitz Revisited: Addressing Ambiguity as an Important Parameter in Portfolio Optimization	Revisar e aprimorar o modelo clássico de otimização de portfólio de Markowitz incorporando a ambiguidade (incerteza não probabilística) como um parâmetro essencial na tomada de decisão.	Quantitativa. Reformulação do modelo clássico de Markowitz. Desenvolvimento de um modelo matemático robusto. Simulações computacionais e análise empírica.	a incorporação da ambiguidade no modelo de otimização de portfólio melhora significativamente a robustez e a resiliência das carteiras construídas.
12	(Qi; liu; zhang; zhang, 2023)	Robust Markowitz: Comprehensively Maximizing Sharpe Ratio By Parametric-Quadratic Programming	Desenvolver uma abordagem robusta para o modelo clássico de Markowitz que maximize de forma abrangente o índice de Sharpe dos portfólios.	Quantitativa. Desenvolvimento do modelo matemático robusto. Aplicação de programação quadrática paramétrica. Implementação computacional. Simulações.	A abordagem robusta baseada em programação quadrática paramétrica consegue maximizar o índice de Sharpe de maneira mais eficiente e estável do que os métodos tradicionais.
13	(Uberti, 2023)	A theoretical generalization of the Markowitz model incorporating skewness and kurtosis	Ampliar o modelo clássico de Markowitz de otimização de portfólio, incorporando medidas de assimetria (skewness) e outras.	Quantitativa. Estatísticas de skewness (assimetria) e kurtosis (curtose). Formulação matemática avançada. simulações.	A inclusão da assimetria (skewness) e da curtose (kurtosis) no modelo de otimização de portfólio proporciona uma avaliação mais completa e realista do risco.

14	(Alhalaseh; al shawawreh, 2024)	Enhancing Portfolio Optimization: A Comparative Analysis Of The Mean-Variance Markowitz Model And Risk-Parity Contribution Strategies	Realizar uma análise comparativa entre o modelo clássico de otimização de portfólio de Markowitz (baseado em média-variância) e as estratégias de contribuição de paridade de risco (Risk-Parity).	Quantitativa. Métricas de avaliação de desempenho. Retorno médio, risco (desvio-padrão), índice de Sharpe, drawdown. Simulações e comparações.	A estratégia de Risk-Parity apresentou desempenho superior ao modelo tradicional de Média-Variância de Markowitz, especialmente em termos de redução de risco e estabilidade dos retornos ao longo do tempo.
15	(Baur, 2024)	Diversification Is Not a Free Lunch	Questionar a visão tradicional de que a diversificação de portfólio sempre traz benefícios sem custos adicionais, como sugere a teoria clássica.	Qualitativa. Revisão crítica da literatura. Exemplos empíricos e evidências históricas. Discussão de trade-offs.	A diversificação de portfólio, apesar de ser amplamente recomendada, não garante automaticamente redução de risco nem melhoria de desempenho, especialmente em condições de mercado adversas.
16	(Chentoufi; aniss, 2024)	Analysis of sources of risk in socially responsible investment: The Moroccan case	Identificar e analisar as principais fontes de risco associadas aos investimentos socialmente responsáveis (SRI) no contexto do mercado financeiro marroquino.	Quantitativa. Análise Estatística de Risco. Regressão e modelos econométricos de risco, risco sistemático, risco específico e risco social/ambiental. Comparação entre Portfólios SRI e Convencionais	Os investimentos socialmente responsáveis (SRI) no Marrocos apresentam um perfil de risco distinto em comparação aos investimentos tradicionais, com maior exposição a riscos específicos.
17	(Dimand; walter, 2024)	An Overlooked Step In The History Of Portfolio Theory: Dickson Leavens Between Cowles And Markowitz	Revisitar a revisão histórica de Dickson Leavens no desenvolvimento da teoria moderna de portfólio, seu trabalho como um elo importante entre as pesquisas da Cowles Commission e a formulação clássica de Markowitz.	Pesquisa bibliográfica e documental. Revisão crítica da literatura histórica.	O reconhecimento da importância histórica das contribuições de Dickson Leavens como um elo fundamental entre os estudos da Cowles Commission e o desenvolvimento da teoria moderna de portfólio de Markowitz.
18	(Hediger; näf, 2024)	Combining the MGHyp distribution with nonlinear shrinkage in modeling financial asset returns	Desenvolver e avaliar um modelo estatístico aprimorado para representar os retornos de ativos financeiros.	Quantitativa. Modelagem estatística avançada. Estimação de matriz de covariância. Avaliação do desempenho do modelo.	A combinação da distribuição MGHyp com técnicas de shrinkage não linear melhora significativamente a precisão na modelagem dos retornos financeiros.

19	(Husnain; ali; munir; jreisat, 2024)	On shrinkage covariance estimators: how inefficient is 1/N strategy of covariance estimation for portfolio selection in foreign exchange market?	Avaliar a eficiência da estratégia simples de alocação igualitária (1/N) em comparação com estimadores de covariância baseados em shrinkage na seleção de portfólios no mercado de câmbio (forex).	Quantitativa. Comparação de estratégias de alocação. Modelagem de portfólio. Métricas de desempenho.	A estratégia 1/N, apesar de sua simplicidade, apresenta desempenho significativamente inferior em termos de eficiência de portfólio quando comparada a métodos que utilizam estimadores de covariância baseados em shrinkage.
20	(Mallieswari; palanisamy; senthilmathan; gurunurthy <i>et al.</i> , 2024)	A Stochastic Method for Optimizing Portfolios Using a Combined Monte Carlo and Markowitz Model: Approach on Python	Desenvolver e apresentar uma metodologia estocástica que combina a simulação de Monte Carlo com o modelo clássico de otimização de portfólio de Markowitz, implementada em Python.	Quantitativa. Simulação de Monte Carlo. Aplicação do Modelo de Markowitz. Análise comparativa e computacional.	A metodologia que combina simulação de Monte Carlo com o modelo de Markowitz, implementada em Python, proporciona uma otimização de portfólio mais robusta e realista, ao capturar melhor a incerteza dos retornos dos ativos.
21	(Mueller; mueller, 2024)	Investable Real Estate Allocations in a Mixed Asset Portfolio; Both Long Term and During Different Cycles	Analisar o papel e o impacto da alocação em ativos imobiliários investíveis dentro de portfólios diversificados de múltiplos ativos, tanto em horizontes de longo prazo quanto ao longo de diferentes ciclos econômicos.	Quantitativa. Construção de portfólios mistos. Métricas de risco-retorno. Simulações e testes de robustez	A inclusão de ativos imobiliários investíveis em portfólios diversificados melhora significativamente o equilíbrio entre risco e retorno, especialmente no longo prazo.
22	(Petukhina; klochkov; hädle; zhivotovskiy, 2024)	Robustifying Markowitz	Desenvolver abordagens para tornar o modelo clássico de otimização de portfólio de Markowitz mais robusto frente a incertezas e erros de estimação, na estimativa dos parâmetros de retorno esperado e matriz de covariância.	Quantitativa. Desenvolvimento de métodos robustos. Implementação computacional e estatística.	As abordagens robustas propostas reduzem significativamente a sensibilidade do modelo de Markowitz a erros de estimação nos parâmetros de retorno e covariância, resultando em portfólios mais estáveis e confiáveis.
23	(Sexauer; siegel, 2024)	Harry Markowitz and the Philosopher's Stone	Explorar o impacto histórico, e prático das contribuições de Markowitz à teoria de portfólio, destacando como revolucionou a gestão de investimentos e a otimização de carteiras.	Revisão bibliográfica. Análise conceitual e teórica.	A proposta de uma abordagem bayesiana para estimar os parâmetros de entrada do modelo de otimização de portfólio de Markowitz (MVO), especificamente os retornos esperados e os riscos (volatilidades e covariâncias).

24	(Silva; de andrade; da silva; de melo <i>et al.</i> , 2024)	Portfolio optimization based on the pre-selection of stocks by the Support Vector Machine model	Analisar o desempenho de um portfólio de investimentos utilizando o modelo de Markowitz, que maximiza a razão de Sharpe a partir de um conjunto de ativos pré-selecionados por meio de um modelo de Máquinas de Vetores de Suporte (SVM), utilizando indicadores fundamentais no mercado de ações brasileiro.	Quantitativa. Seleção de ativos via SVM. Otimização de portfólio com o modelo de Markowitz. Comparação com estratégias de referência.	A estratégia que combina a pré-seleção de ações usando o modelo SVM com a otimização de portfólio de Markowitz supera as estratégias de referência, como o índice de mercado e a alocação igualitária (1/N), em termos de: Maior retorno ajustado ao risco (razão de Sharpe); Melhor recuperação após períodos de <i>drawdown</i> ; Seleção eficiente de ativos com base em indicadores fundamentais.
----	---	---	---	---	---

Fonte: Elaboração própria.

4.1 Análise dos resultados

A análise dos estudos revela uma evolução contínua na teoria de otimização de portfólios, com o modelo de média-variância de Markowitz permanecendo central, porém constantemente aprimorado. Um dos principais focos é aumentar a robustez do modelo frente a incertezas e erros de estimação, por meio da inclusão de ambiguidade não probabilística, medidas de assimetria e curtose, além de abordagens robustas como a programação quadrática paramétrica e estimativas bayesianas dos parâmetros de entrada.

A pesquisa também destaca a integração do modelo com tecnologias avançadas, como machine learning (SVM), simulação de Monte Carlo e algoritmos evolutivos como o ARO, que aumentam a precisão e desempenho das carteiras. Técnicas estatísticas sofisticadas, como o uso da distribuição MGHyp e shrinkage não linear, contribuem para uma modelagem mais fiel dos retornos financeiros.

Adicionalmente, observou-se a relevância dos fatores comportamentais, que afetam significativamente as decisões de alocação de ativos, especialmente em contextos de excesso de confiança e racionalidade limitada. A diversificação, embora tradicionalmente recomendada, mostrou-se ineficaz em alguns cenários, podendo inclusive amplificar riscos sistêmicos, sobretudo quando adotada por meio de estratégias simplistas como a alocação 1/N.

Quanto à alocação de ativos, estratégias baseadas em setores superaram aquelas baseadas em países, e a inclusão de ativos alternativos, como imobiliários e investimentos socialmente responsáveis, melhora o equilíbrio risco-retorno. A estratégia de Risk-Parity também se mostrou mais eficiente que o modelo clássico de Markowitz.

Por fim, é destacada a possibilidade de aplicação da teoria aprimorada de portfólios (Markowitz 2.0) em domínios além do financeiro, como a formulação de estratégias de adaptação a eventos climáticos extremos. Em síntese, a literatura atual aponta para um modelo de otimização mais realista, multidimensional e tecnologicamente integrado, refletindo a complexidade crescente dos mercados financeiros e das decisões de investimento.

5. CONCLUSÃO E CONTRIBUIÇÕES

Os estudos analisados confirmam que, embora o modelo de média-variância de Markowitz continue sendo a base teórica da otimização de portfólios, há um movimento crescente de aprimoramento para torná-lo mais robusto frente às incertezas do mundo real. As pesquisas recentes incorporam estratégias para lidar com erros de estimação, custos de transação e medidas de risco além da variância, como skewness e kurtosis, utilizando abordagens robustas como programação quadrática paramétrica e simulações de Monte Carlo.

A integração com tecnologias emergentes, especialmente o aprendizado de máquina (como SVM) e algoritmos evolutivos (como ARO), tem aumentado a eficácia preditiva e a performance ajustada ao risco das carteiras, superando abordagens tradicionais. Além disso, fatores comportamentais passaram a ser incorporados ao modelo, revelando o impacto de vieses como excesso de confiança e racionalidade limitada nas decisões de alocação. Observa-se também que, embora a diversificação seja amplamente recomendada, nem sempre ela resulta em menor risco, podendo inclusive contribuir para o aumento do risco sistêmico.

No campo prático, estratégias como a alocação por setor, inclusão de ativos alternativos e aplicação do modelo Risk-Parity têm se mostrado superiores ao modelo clássico em termos de estabilidade e retorno ajustado ao risco. Ainda, o modelo de Markowitz vem sendo adaptado a novas finalidades, como estratégias de resiliência a eventos climáticos extremos.

Por fim, sugere-se que futuras pesquisas explorem o desempenho da diversificação em mercados emergentes, onde os retornos são mais voláteis e os pressupostos clássicos da teoria moderna podem não se sustentar. Em síntese, a evolução do modelo de Markowitz evidencia uma tendência clara de integração entre teoria, tecnologia e realismo comportamental, projetando um novo paradigma para a gestão de portfólios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALHALASEH, R. H.; AL SHAWAWREH, F. K. ENHANCING PORTFOLIO OPTIMIZATION: A Comparative Analysis Of The Mean-Variance Markowitz Model And Risk-Parity Contribution Strategies. **Corporate and Business Strategy Review**, 5, n. 3, p. 124-136, 2024. Article.

BAUR, D. G. Diversification Is Not a Free Lunch. **Journal of Risk and Financial Management**, 17, n. 6, 2024. Article.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses: a fascinante história do risco**. Gulf Professional Publishing, 1997. 8535202102.

BESSLER, W.; TAUSHANOV, G.; WOLFF, D. Optimal asset allocation strategies for international equity portfolios: A comparison of country versus industry optimization.

Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 72, 2021. Article.

CHAWEEWANCHON, A.; CHAYSIRI, R. Markowitz Mean-Variance Portfolio Optimization with Predictive Stock Selection Using Machine Learning. **International Journal of Financial Studies**, 10, n. 3, 2022. Article.

CHENTOUFI, M. A.; ANISS, A. A. Analysis of sources of risk in socially responsible investment: The Moroccan case. **International Journal of Applied Economics, Finance and Accounting**, 18, n. 1, p. 107-119, 2024. Article.

DIMAND, R. W.; WALTER, C. An Overlooked Step In The History Of Portfolio Theory: Dickson Leavens Between Cowles And Markowitz. **History of Economic Ideas**, 32, n. 1, p. 179-195, 2024. Article.

HEDIGER, S.; NÄF, J. Combining the MGHyp distribution with nonlinear shrinkage in modeling financial asset returns. **Journal of Empirical Finance**, 77, 2024. Article.

HOLTON, G. A. Defining risk. **Financial analysts journal**, 60, n. 6, p. 19-25, 2004.

HUSNAIN, M.; ALI, S.; MUNIR, Q.; JREISAT, A. On shrinkage covariance estimators: how inefficient is 1/N strategy of covariance estimation for portfolio selection in foreign exchange market? **Cogent Economics and Finance**, 12, n. 1, 2024. Article.

MALLIESWARI, R.; PALANISAMY, V.; SENTHILNATHAN, A. T.; GURUMURTHY, S. *et al.* A Stochastic Method for Optimizing Portfolios Using a Combined Monte Carlo and Markowitz Model: Approach on Python. **ECONOMICS - Innovative and Economics Research Journal**, 12, n. 2, p. 113-127, 2024. Article.

MANGRAM, M. E. A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. **Global journal of business research**, 7, n. 1, p. 59-70, 2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of finance**, 7, p. 77-91, 1952.

MBA, J. C.; ABABIO, K. A.; AGYEI, S. K. Markowitz Mean-Variance Portfolio Selection and Optimization under a Behavioral Spectacle: New Empirical Evidence. **International Journal of Financial Studies**, 10, n. 2, 2022. Article.

MEI, X.; ZHU, H.; CHEN, C. Mean-variance portfolio selection with estimation risk and transaction costs. **Applied Economics**, 55, n. 13, p. 1436-1453, 2023. Article.

MESLY, O. Buy now and pay (Dearly) later: Unraveling consumer financial spinning. **International Journal of Financial Studies**, 9, n. 4, 2021. Article.

MIR, R.; AZIZYAN, G.; MASSAH BAVANI, A. R.; GOHARI, A. A framework for drought adaption under deep uncertainties: Application of Portfolio theory (Markowitz 2.0). **Journal of Cleaner Production**, 369, 2022. Article.

MOGHADAM, M. R. S.; MANSOURI, T.; SHEYKHIZADEH, M. Markowitz-Based Cardinality Constrained Portfolio Selection Using Asexual Reproduction Optimization (ARO). **Iranian journal of Management Studies**, 15, n. 3, p. 531-548, 2022. Article.

MOHAMMADI, S. E.; MOHAMMADI, E.; MAKUI, A.; SHAHANAGHI, K. Markowitz Revisited: Addressing Ambiguity as an Important Parameter in Portfolio Optimization. **International Journal of Industrial Engineering and Production Research**, 34, n. 4, 2023. Article.

MUELLER, G. R.; MUELLER, A. G. Investable Real Estate Allocations in a Mixed Asset Portfolio; Both Long Term and During Different Cycles. **Journal of Real Estate Portfolio Management**, 30, n. 2, p. 91-102, 2024. Article.

PETUKHINA, A.; KLOCHKOV, Y.; HÄRDLE, W. K.; ZHIVOTOVSKIY, N. Robustifying Markowitz. **Journal of Econometrics**, 239, n. 2, 2024. Article.

QI, Y.; LIU, T.; ZHANG, S.; ZHANG, Y. Robust Markowitz: Comprehensively Maximizing Sharpe Ratio By Parametric-Quadratic Programming. **Journal of Industrial and Management Optimization**, 19, n. 2, p. 1426-1446, 2023. Article.

SEXAUER, S. C.; SIEGEL, L. B. Harry Markowitz and the Philosopher's Stone. **Financial Analysts Journal**, 80, n. 1, p. 1-11, 2024. Article.

SHAHBEYK, S. Robustness in Mean-Variance Portfolio Optimization. **Journal of Mathematics and Modeling in Finance**, 2, n. 2, p. 195-204, 2022. Article.

SILVA, M. C.; MATTAR, B. M.; DA ROSA, M.; DE OLIVEIRA, E. F. Diversificação do risco de um portfólio de ativos modelo de Markowitz. **Redeca, Revista Eletrônica do Departamento de Ciências Contábeis & Departamento de Atuária e Métodos Quantitativos**, 7, n. 2, p. 19-34, 2020.

SILVA, N. F.; DE ANDRADE, L. P.; DA SILVA, W. S.; DE MELO, M. K. *et al.* Portfolio optimization based on the pre-selection of stocks by the Support Vector Machine model. **Finance Research Letters**, 61, 2024. Article.

UBERTI, P. A theoretical generalization of the Markowitz model incorporating skewness and kurtosis. **Quantitative Finance**, 23, n. 5, p. 877-886, 2023. Article.

WANG, C.; LIU, X.; HE, J. Does diversification promote systemic risk? **North American Journal of Economics and Finance**, 61, 2022. Article.

WEI, K., 2022, **The Application of Markowitz Model Based Series of Companies' Stock**. Atlantis Press. 334-340.

WHITTEMORE, R.; KNAFL, K. The integrative review: updated methodology. **Journal of advanced nursing**, 52, n. 5, p. 546-553, 2005.