

## FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO EM VIGAS ALVEOLARES

### Lateral-torsional buckling resistance for beams with web openings

Caroline Corrêa de Faria (1); Hermes Carvalho (2); Ricardo Hallal Fakury (3)

(1) Engenheira Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

(3) Dr. Prof., Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, Brasil.

E-mail para Correspondência: carolinecf@ufmg.br; (1) Apresentador

**Resumo:** A flambagem lateral com torção (FLT) é um estado-limite de vigas sujeitas ao momento fletor. Ainda não há uma metodologia de cálculo consolidada do momento resistente à FLT ( $M_{Rk}$ ) para as vigas alveolares. Por isso, esse modo de colapso global é investigado neste artigo, que tem por objetivo principal apresentar uma metodologia numérica para a avaliação de  $M_{Rk}$  em vigas alveolares. Inicialmente, foram desenvolvidos modelos de elementos finitos das vigas estudadas experimentalmente por Nseir et al. (2012), Sonck (2014) e Sonck e Belis (2015, 2017). Em seguida, fatores relevantes ao desenvolvimento do modelo foram avaliados: formato e amplitude máxima da imperfeição geométrica inicial, e os efeitos das tensões residuais. Por fim, os resultados do modelo de elementos finitos foram comparados a resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura. O modelo numérico proposto – aplicado a uma gama de geometrias usuais – poderá ser utilizado como ferramenta para a determinação de uma formulação analítica do momento fletor resistente à FLT de vigas alveolares.

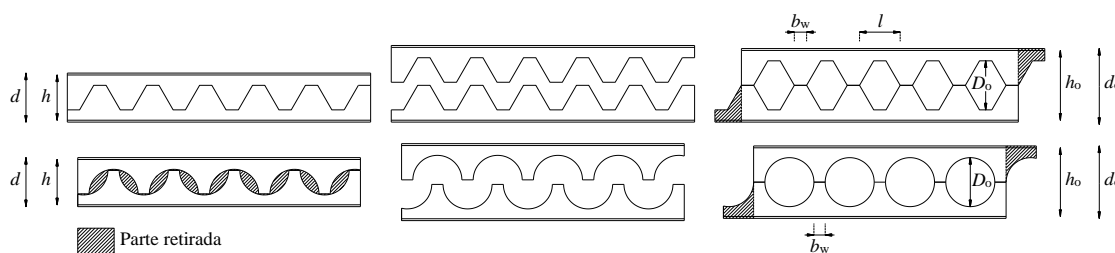
**Palavras-chave:** vigas alveolares; flambagem lateral com torção; método dos elementos finitos.

**Abstract:** Lateral-torsional buckling (LTB) is a limit state for beams subjected to bending moment. There is still no consolidated calculation methodology for LTB resistance ( $M_{Rk}$ ) of beams with web openings. Therefore, this global failure mode was investigated in this paper, which aims to present a numerical methodology for the assessment of  $M_{Rk}$  in beams with web openings. Initially, finite element models of the beams studied experimentally by Nseir et al. (2012), Sonck (2014), and Sonck and Belis (2015, 2017) were developed. Then, relevant factors for the development of the model were evaluated: shape and maximum amplitude of the initial geometrical imperfection, and the effects of residual stresses. Finally, results of the finite element model were compared to numerical and experimental results available in the literature. The proposed numerical model – applied to a range of usual geometries – can be used as a tool for the determination of an analytical formulation for LTB resistance of beams with web openings.

**Keywords:** beams with web openings; lateral-torsional buckling; finite element method.

## 1 INTRODUÇÃO

Vigas alveolares são elementos estruturais com uma sequência de aberturas na alma. Entre as tipologias mais comuns, destacam-se as vigas casteladas, celulares e Angelina™. As vigas alveolares geralmente são fabricadas a partir do corte de um perfil I laminado em duas partes, que são deslocadas e posteriormente soldadas formando uma viga mais alta (Figura 1 – a simbologia utilizada nessa figura e ao longo do artigo encontra-se detalhada na Nomenclatura).



**Figura 1. Fabricação de vigas casteladas e celulares**  
Fonte: (Autores, 2018)

A presença de aberturas na alma facilita a compatibilização de projetos, proporciona leveza, circulação de ar e agrega valor estético às edificações. Além disso, com o ganho de resistência à flexão, a viga alveolar torna-se uma solução competitiva em locais com grandes vãos.

Por outro lado, caso o comprimento destravado ( $L_b$ ) da viga alveolar seja elevado, poderá ocorrer o colapso global por Flambagem Lateral com Torção (FLT).

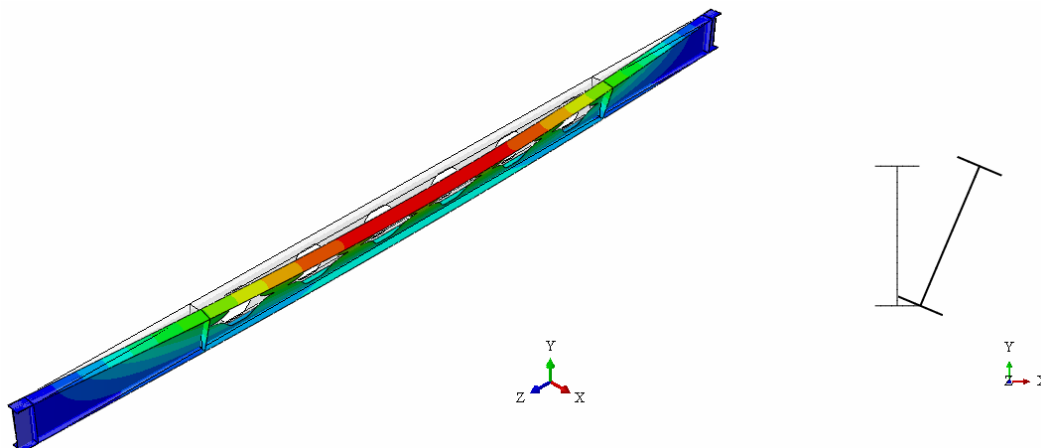
Embora a FLT seja qualitativamente semelhante entre as vigas alveolares e vigas de alma cheia, ainda há certas divergências entre os pesquisadores sobre a definição das propriedades geométricas e dos procedimentos de cálculo do momento resistente à FLT das vigas alveolares ( $M_{Rk}$ ).

Esse modo de falha é analisado neste artigo, cujo objetivo principal é apresentar uma metodologia numérica para a avaliação da FLT em vigas alveolares. O modelo numérico deste trabalho foi desenvolvido em elementos finitos, através do programa comercial ABAQUS® (Hibbitt et al., 1998), e validado por comparação com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura.

Na modelagem ora proposta, são avaliados o formato e a magnitude da imperfeição inicial da viga, e o uso do módulo de elasticidade reduzido do aço para considerar os efeitos deletérios das tensões residuais. A partir do estudo desses parâmetros, é proposta uma metodologia numérica que poderá ser utilizada como ferramenta para a determinação do momento fletor resistente à FLT de vigas alveolares.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A FLT é um estado-limite global de vigas devido à ação do momento fletor. A instabilidade é caracterizada pela saída lateral da parte comprimida do perfil e um giro da seção transversal (Figura 2).



**Figura 2. Flambagem Lateral com Torção em viga Angelina**  
Fonte: (Autores, 2018)

A situação mais crítica para vigas sujeitas à FLT ocorre quando o diagrama de momento fletor apresenta valor constante ao longo do comprimento. Porém, como na maioria dos casos esse diagrama não é constante, normas técnicas como a ABNT NBR 8800:2008 e a ANSI AISC 360:2016 adotam um coeficiente de correção  $C_b$ , definido como o fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme. Para vigas simplesmente apoiadas com vínculos de garfo e dois eixos de simetria, o fator  $C_b$  pode ser calculado conforme a Eq. (1).

$$C_b = \frac{12,5 M_{\text{máx}}}{2,5 M_{\text{máx}} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \leq 3 \quad (1)$$

Onde  $M_{\text{máx}}$ ,  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  são valores em módulo, correspondentes ao momento fletor máximo e aos momentos a  $1/4$ ,  $1/2$ , e  $3/4$  do comprimento destravado, respectivamente.

### 2.1 $M_{\text{cr}}$ e $M_{\text{Rk}}$ para vigas de alma cheia

A expressão do momento crítico elástico ( $M_{\text{cr}}$ ) fornecida pela ABNT NBR 8800:2008 deriva da multiplicação de  $C_b$  pela equação de vigas sob momento fletor constante (Equação 2), proposta por Timoshenko e Gere (2012).

$$M_{\text{cr}} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \quad (2)$$

Onde:

$C_w$ : constante de empenamento

$E$ : módulo de elasticidade longitudinal

$G$ : módulo de elasticidade transversal

$I_y$ : momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de menor inércia

$J$ : constante de torção

Na Figura 3, são mostrados os procedimentos prescritos pela ABNT NBR 8800:2008 para a determinação de  $M_{Rk}$  para vigas de alma cheia não esbelta. A metodologia dessa norma depende da esbeltez da viga, que é função do comprimento destravado e do raio de giração ( $\lambda = L_b/r_y$ ).

1. Cálculo da esbeltez $\lambda = L_b/r_y$	3. $\lambda_r$  $\beta_1 = \frac{0,7f_y W_x}{EJ}$ $C_w = \frac{I_y(d - t_f)^2}{4}$	
2. $\lambda_p$  $\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$\lambda_r = \frac{1,38\sqrt{I_y J}}{r_y \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}}$	
4. Calcular $M_{Rk}$ de acordo com $\lambda$		
a) Se $\lambda \leq \lambda_p$ $M_{Rk} = M_{pl}$ Onde $M_{pl} = Z_x f_y$	b) Se $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ $M_{Rk} = C_b \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq M_{pl}$ $M_r = 0,7f_y W_x$	c) Se $\lambda > \lambda_r$ $M_{Rk} = M_{cr} \leq M_{pl}$

**Figura 3. Resistência à FLT para viga de alma cheia não esbelta**  
**Fonte: (Anexo G da ABNT NBR 8800:2008)**

A norma americana ANSI AISC 360:2016 estabelece expressões para o cálculo de  $M_{cr}$  e  $M_{Rk}$  equivalentes às encontradas no Anexo G da ABNT NBR 8800:2008, para vigas com mesas e almas compactas.

A norma europeia BS EN 1993-1-1:2005 fornece uma expressão da força crítica resistente à FLT. No cálculo de  $M_{Rk}$ , é preciso inicialmente fazer a classificação da seção transversal da viga. A partir dessa classificação, é atribuída uma propriedade  $W_y$  à viga, que pode assumir os valores do módulo plástico ( $Z_x$ ), módulo elástico ( $W_x$ ) ou módulo elástico efetivo. Diferentemente das normas brasileira e americana, a esbeltez é estabelecida como uma relação entre a resistência da seção transversal e o momento crítico ( $\lambda = \sqrt{W_y f_y / M_{cr}}$ ). A norma europeia considera ainda um fator de imperfeição para cada curva de flambagem ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  ou  $d$ ), que depende da relação  $d/b_f$  e do tipo de fabricação da viga. Finalmente, calcula-se  $M_{Rk} = \chi_{LT} W_y f_y$ , onde  $\chi_{LT}$  é o fator de redução devido aos efeitos da FLT, que engloba a imperfeição e a esbeltez da viga, e  $f_y$  é a resistência do aço ao escoamento.

## 2.2 $M_{cr}$ e $M_{Rk}$ para vigas alveolares

Abreu et al. (2010) e Bezerra et al. (2013) utilizaram o método dos elementos finitos para estudar vigas celulares e casteladas, respectivamente, sujeitas à FLT. Em seus modelos numéricos, os autores consideraram tensões residuais apenas nas mesas. Os autores propõem uma metodologia de cálculo semelhante à presente na ABNT NBR 8800:2008, mas com as seguintes alterações:

- O cálculo de  $M_{Rk}$  é definido de acordo com os comprimentos destravados correspondentes aos parâmetros de esbeltez da ABNT NBR 8800:2008. O comprimento correspondente à plastificação é igual à esbeltez correspondente à plastificação multiplicada pelo raio de giração ( $L_p = \lambda_p r_y$ ). Por outro lado, o comprimento referente ao início do escoamento é um valor ajustado, igual a 1,2 vezes o valor fornecido pela ABNT NBR 8800:2008, isto é,  $L_{r,cor} = 1,2 L_r = 1,2 \lambda_r r_y$ . Devido a esse ajuste, o momento fletor referente ao início do escoamento ( $M_r$ ) também deve ser ajustado, e pode ser obtido substituindo-se  $L_b$  por  $L_{r,cor}$  na fórmula do momento crítico (Equação 2);

- As propriedades geométricas da seção transversal são calculadas no centro da abertura;

- O momento de plastificação considerado é igual a  $0,9 Z_x f_y$ .

Nseir et al. (2012) e Boissonnade et al. (2014) conduziram ensaios experimentais em duas vigas celulares e uma Angelina™ (as vigas HEA 340, IPE 330 e Angelina™ da Tabela 1), e Sonck e Belis (2015, 2017) realizaram seis ensaios experimentais, sendo três vigas casteladas e três vigas celulares (vigas CS1 e CS2, respectivamente, da Tabela 1). Sonck e Belis (2015, 2017) não conseguiram determinar a força última das vigas mais longas (CS1L6 e CS2L6), possivelmente devido às dificuldades impostas pela elevada esbeltez dessas vigas (nesses casos  $L/d_o = 28$ ).

**Tabela 1. Propriedades das vigas de Nseir et al. (2012), Sonck (2014) e Sonck e Belis (2015, 2017)**

Viga	Tipo de abertura	$d_o$ (m)	$b_f$ (m)	$t_f$ (m)	$t_w$ (m)	$D_o$ (m)	$l$ (m)	$b_w$ (m)	$n$	$L$ (m)	Valores experimentais			
											$E_{alma}$ (MPa)	$f_{yalma}$ (MPa)	$E_{mesa}$ (MPa)	$f_{ymesa}$ (MPa)
HEA 340	Celular	0,47	0,2974	0,016	0,01035	0,345	-	0,17	10	7,5	212100	480	212100	480
IPE 330	Celular	0,46	0,16155	0,01075	0,00775	0,345	-	0,05	17	11	173400	373	173400	373
Angelina	Angelina	0,52	0,1605	0,0119	0,0081	0,38	0,9	0,2	6	11	156100	286	156100	286
CS1L3	Castelada	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1189	0,1362	0,0738	15	3,15	179500	332	210000	351
CS1L4	Castelada	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1189	0,1362	0,0738	19	3,99	195600	320	206700	345
CS1L6	Castelada	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1189	0,1362	0,0738	29	6,09	179500	332	210000	351
CS2L3	Celular	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1428	-	0,0672	15	3,15	187100	329	199300	342
CS2L4	Celular	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1428	-	0,0672	19	3,99	197700	339	202000	350
CS2L6	Celular	0,22	0,0831	0,0073	0,0055	0,1428	-	0,0672	29	6,09	187100	329	199300	342



Além dos ensaios experimentais, Nseir et al. (2012) e Boissonnade et al. (2014) desenvolveram modelos numéricos sem a consideração direta do efeito das tensões residuais. Boissonnade et al. (2014) sugerem que esses efeitos sejam incluídos pela majoração da imperfeição global inicial. A metodologia de cálculo de  $M_{Rk}$  proposta por esses autores baseia-se nas diretrizes da norma BS EN 1993-1-1:2005, porém, com a adoção de uma única curva de flambagem ( $c$ ). Os autores também recomendam que as propriedades geométricas sejam calculadas no centro da abertura.

Sonck e Belis (2015, 2017) utilizaram os resultados experimentais para a validação do modelo numérico proposto. Esses autores foram os primeiros a propor modelos de distribuição de tensões residuais para vigas celulares e casteladas, implementados nas análises numéricas. Embora tenham sido precursores, esses modelos podem não ser representativos, pois as vigas celulares foram construídas de forma atípica através do corte dos cantos de vigas casteladas. Portanto, ainda são necessários mais estudos para avaliar como a forma de construção da viga alveolar, espessuras, dimensões da seção transversal e o tipo de abertura afetam a distribuição das tensões residuais. Sonck e Belis (2015, 2017) propuseram uma metodologia de cálculo de  $M_{Rk}$  similar à de Nseir et al. (2012) e Boissonnade et al. (2014), mas com um ajuste no valor da constante de torção ( $J$ ). Os autores substituem as aberturas por retângulos equivalentes, e calculam  $J$  como uma média entre as seções cheias e com aberturas.

Teixeira et al. (2016) e Teixeira (2017) desenvolveram modelos de elementos finitos para a avaliação numérica dos ensaios de Nseir et al. (2012) e Sonck e Belis (2015, 2017). Esses autores não implementaram as tensões residuais diretamente em seus modelos, mas sugerem o uso de um módulo de elasticidade reduzido do aço.

### 3 METODOLOGIA

Neste trabalho, o modo de colapso por FLT será analisado numericamente por meio do programa de elementos finitos ABAQUS® (Hibbitt et al., 1998). O modelo numérico será validado por comparação com os resultados experimentais de Nseir et al. (2012), e de Sonck e Belis (2015, 2017), além dos resultados numéricos de Teixeira (2017).

Os seguintes fatores serão avaliados ao longo do desenvolvimento do modelo: o uso do módulo de elasticidade reduzido do aço para compensação dos efeitos deletérios das tensões residuais – como proposto por Teixeira et al. (2016) –, formato e magnitude máxima da imperfeição inicial.

#### 3.1 Generalidades do modelo numérico

As vigas serão representadas numericamente em seu plano médio (Figura 4) com elementos finitos de casca do tipo S4, com seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações). Após a realização de testes de convergência, foi escolhido um tamanho médio dos elementos ( $s$ ) de acordo com as dimensões da mesa ( $b_f$ ), largura do montante ( $b_w$ ) e a distância  $h$  entre os centros das mesas (Equação 3). Para se otimizar o espaço de

armazenamento dos arquivos gerados pelo ABAQUS® (Hibbitt et al., 1998) e o tempo de processamento das análises, optou-se ainda por adotar  $s$  maior ou igual a 10 mm.

$$s = \text{mínimo} \left( \frac{b_f}{12}, \frac{b_w}{4}, \frac{h}{24} \right) \geq 10 \text{ mm} \quad (3)$$

Três tipos de análise foram conduzidos: flambagem (*Buckle*), análise preliminar para gerar configurações deformadas que possam ser utilizadas como imperfeições geométricas iniciais, e análise não linear (*Riks*).

As análises de flambagem elástica, com condições de contorno semelhantes aos ensaios, foram utilizadas na determinação do  $M_{cr}$ . Os modos de flambagem das vigas de Sonck e Belis (2015, 2017) também foram obtidos dessa maneira, porém, no caso das vigas de Nseir et al. (2012), os apoios laterais nos pontos de aplicação das forças foram retirados para que a deformada da FLT ocorresse ao longo de todo o comprimento.

O momento resistente foi obtido a partir de análises não lineares. Nessa etapa a plasticidade do material foi considerada, e as imperfeições geométricas foram incluídas por meio da importação da configuração deformada.

O modelo de material adotado possui comportamento elastoplástico com inclinação suave, igual a  $\text{tg}^{-1}(E/10000)$ , conforme recomendações da norma BS EN 1993-1-5:2006.

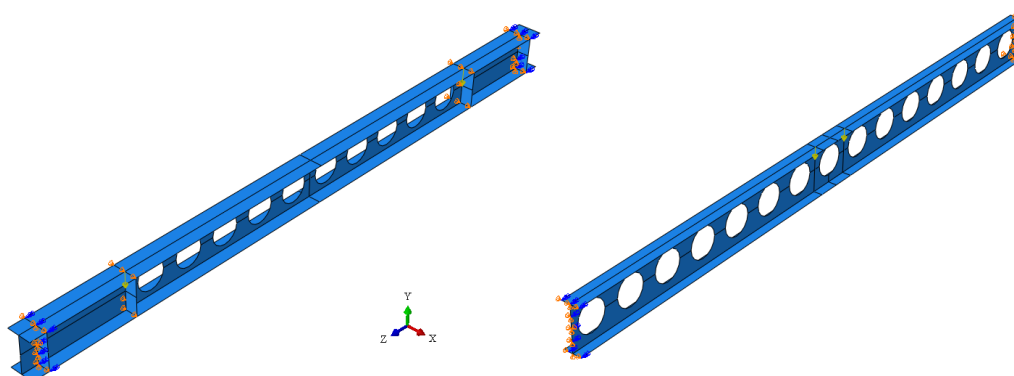


Figura 4. Modelos de análise não linear das vigas HEA 340 ( $L = 7,5$  m) e CS2L3 ( $L = 3,15$  m)  
Fonte: (Autores, 2018)

### 3.2 Estudo do módulo de elasticidade

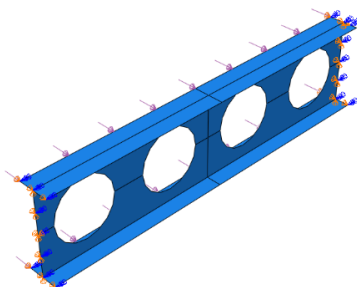
Neste trabalho, o efeito das tensões residuais não é simulado diretamente através da imposição de gradientes de tensões, mas é avaliado por meio da redução do módulo de elasticidade no domínio elástico. Para isso, serão investigados os valores do módulo de elasticidade medidos por Nseir et al. (2012) e Sonck (2014) e 80%, 90% e 100% do valor fornecido pela ABNT NBR 8800:2008 ( $E = 200$  GPa).

### 3.3 Formato e amplitude da imperfeição inicial

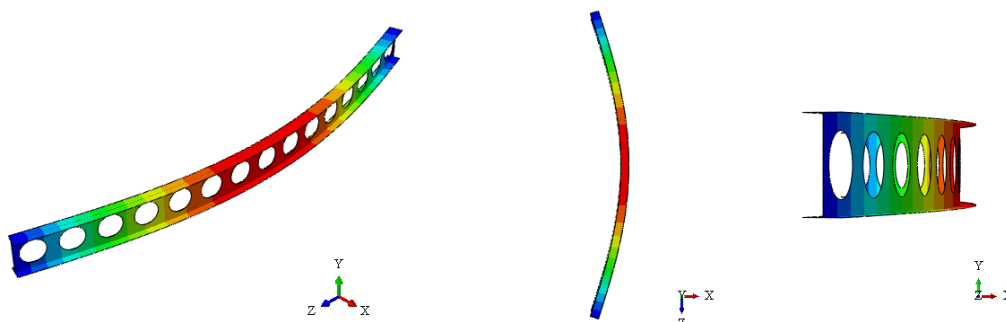
Imperfeições locais não foram incluídas no modelo numérico, pois não se espera que essas provoquem alterações significativas no comportamento de vigas sujeitas ao colapso

global por FLT. Por isso, apenas dois formatos de imperfeição inicial global foram avaliados: o modo de flambagem correspondente à FLT (Figura 2), e o modo de flexão lateral (FL) em torno do eixo de menor inércia (Figura 6).

A deformada correspondente à FL foi obtida aplicando-se forças distribuídas nas mesas superiores e inferiores das vigas, como mostrado na Figura 5. A partir desse processo, obtém-se uma configuração deformada que pode ser descrita matematicamente por um polinômio de quarto grau (Figura 6).



**Figura 5. Condições de contorno para a obtenção da configuração deformada da flexão lateral**  
Fonte: (Autores, 2018)



**Figura 6. Flexão lateral em torno do eixo de menor inércia (FL)**  
Fonte: (Autores, 2018)

Para verificar qual amplitude máxima da imperfeição inicial melhor descreve o comportamento dos ensaios experimentais de referência, foram avaliados os seguintes valores:  $L/1000$ ,  $L/750$  e  $L/500$  (onde  $L$  representa o comprimento total da viga).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Avaliação do módulo de elasticidade

Curvas representativas da força aplicada *versus* deslocamento vertical – da mesa inferior da seção central – são mostradas na Figura 7.

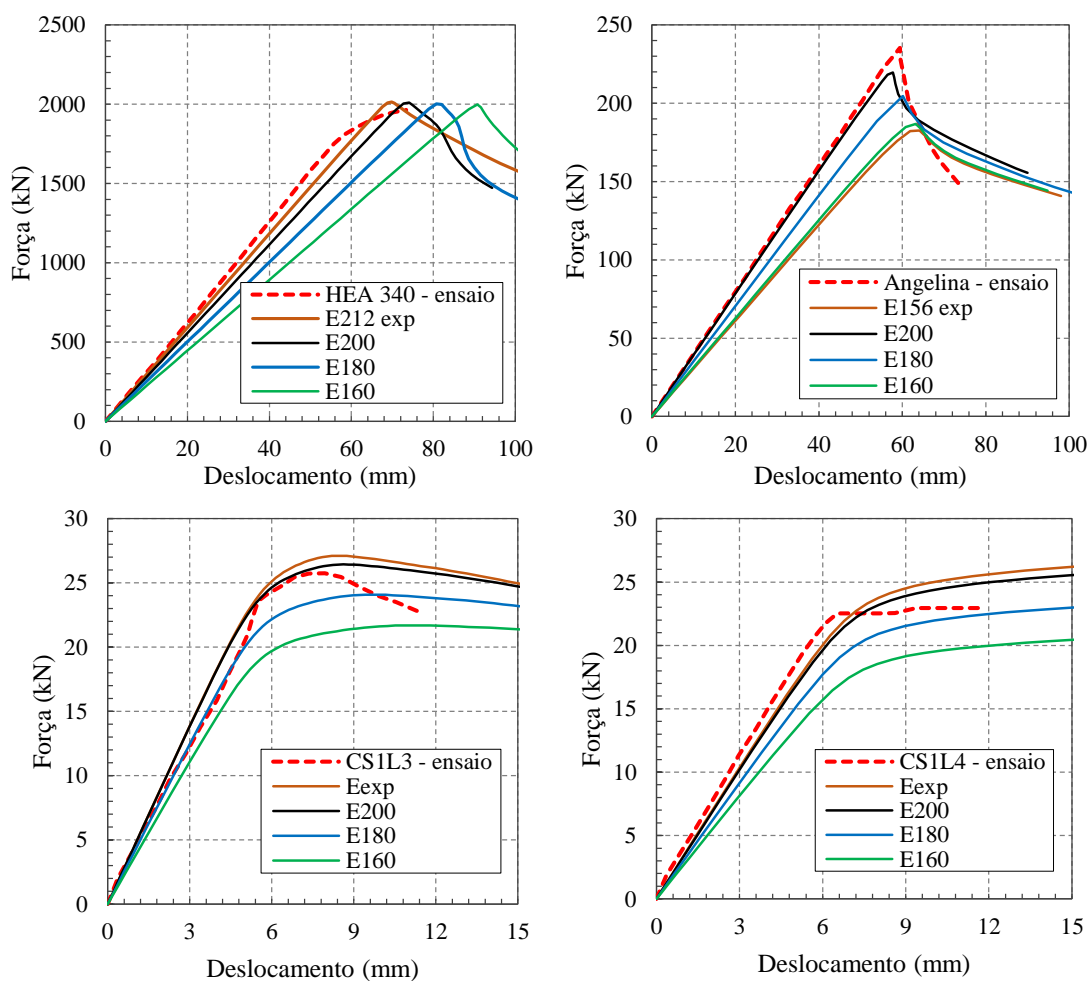
A redução do módulo de elasticidade provocou uma queda na força última em todas as situações, com exceção da viga HEA 340 (Figura 7). Nesse caso, o colapso pode estar associado à plastificação, pois o momento numérico atingido (1095,2 kN.m) é próximo do momento de plastificação da viga (1127,4 kN.m).



A alteração do módulo de elasticidade não alterou o modo de colapso das vigas alveolares. Porém, os ensaios das vigas HEA 340 e IPE 330 (Nseir et al., 2012) foram melhor representados ao se utilizar os módulos de elasticidade obtidos experimentalmente. Isso não ocorre para a viga Angelina™ porque o valor experimental ( $E = 156$  GPa) parece ser inconsistente.

No caso das vigas mais curtas estudadas por Sonck e Belis (2015, 2017) – CS1L3 e CS2L3 –, o uso do módulo de elasticidade igual a 180 GPa aproxima a rigidez inicial da curva força *versus* deslocamento obtida numericamente com a curva experimental. Porém, essa melhoria não é observada nas vigas mais longas, uma vez que essas já são mais flexíveis devido ao maior comprimento. Portanto, embora sejam obtidos valores menores de força última, a adoção de módulos de elasticidade menores do que 200 GPa pode descaracterizar a rigidez inicial e o comportamento das vigas com vãos longos.

Em geral, os ensaios foram bem representados com o uso dos valores do módulo de elasticidade medidos experimentalmente ou com  $E$  igual a 200 GPa.

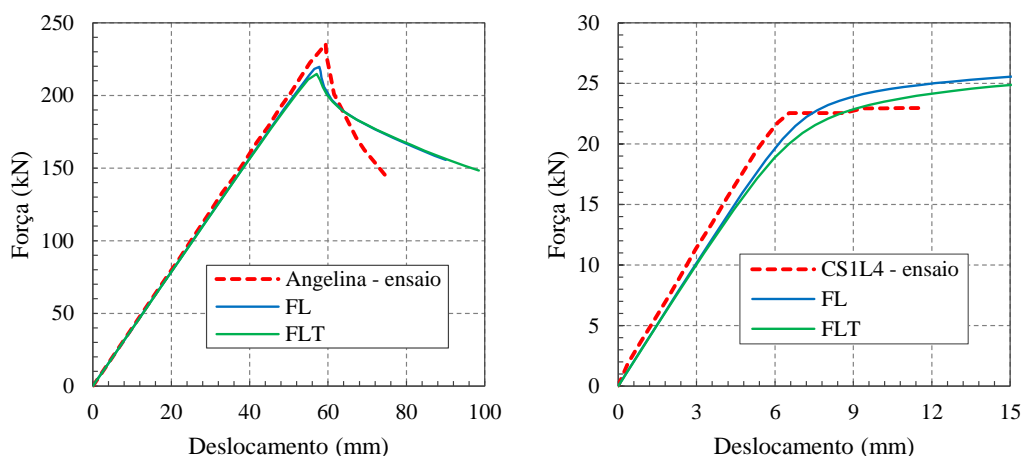


**Figura 7. Impacto do módulo de elasticidade na resistência última das vigas**  
Fonte: (Autores, 2018)

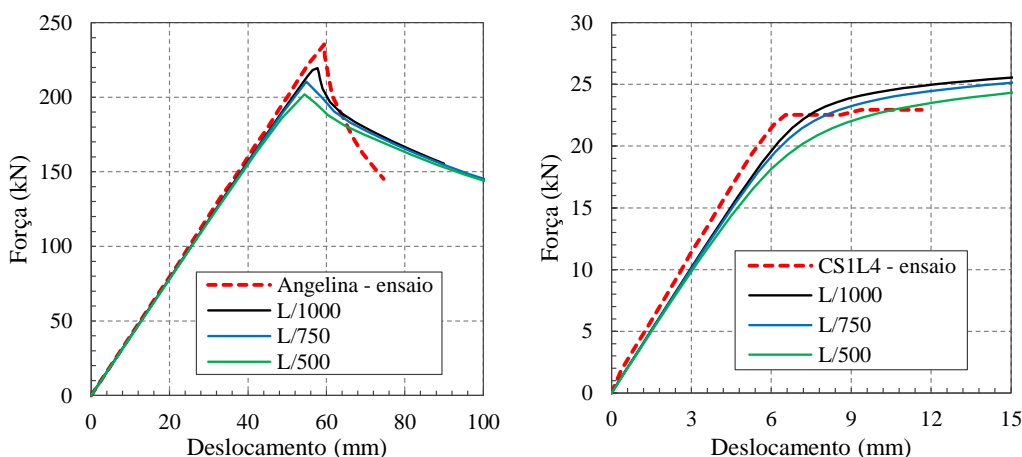
## 4.2 Avaliação do formato e magnitude da imperfeição inicial

A imperfeição inicial do tipo FLT foi mais eficaz do que a imperfeição de FL para a simulação do colapso por FLT nas vigas alveolares (Figura 8). Porém, o uso da flexão lateral não induz alterações significativas no comportamento ou força última das vigas. Nesse aspecto, a deformada correspondente à FL torna-se mais promissora do que modo de imperfeição da FLT, pois ao passo que este nem sempre é o primeiro modo de flambagem, a deformada correspondente à FL pode ser facilmente obtida e implementada em rotinas de programação para a realização de análises paramétricas.

A magnitude da imperfeição inicial não gerou tantos impactos no comportamento das vigas alveolares (Figura 9). Em geral, a imperfeição inicial do tipo FL com magnitude máxima  $L/1000$  conduziu a bons resultados.



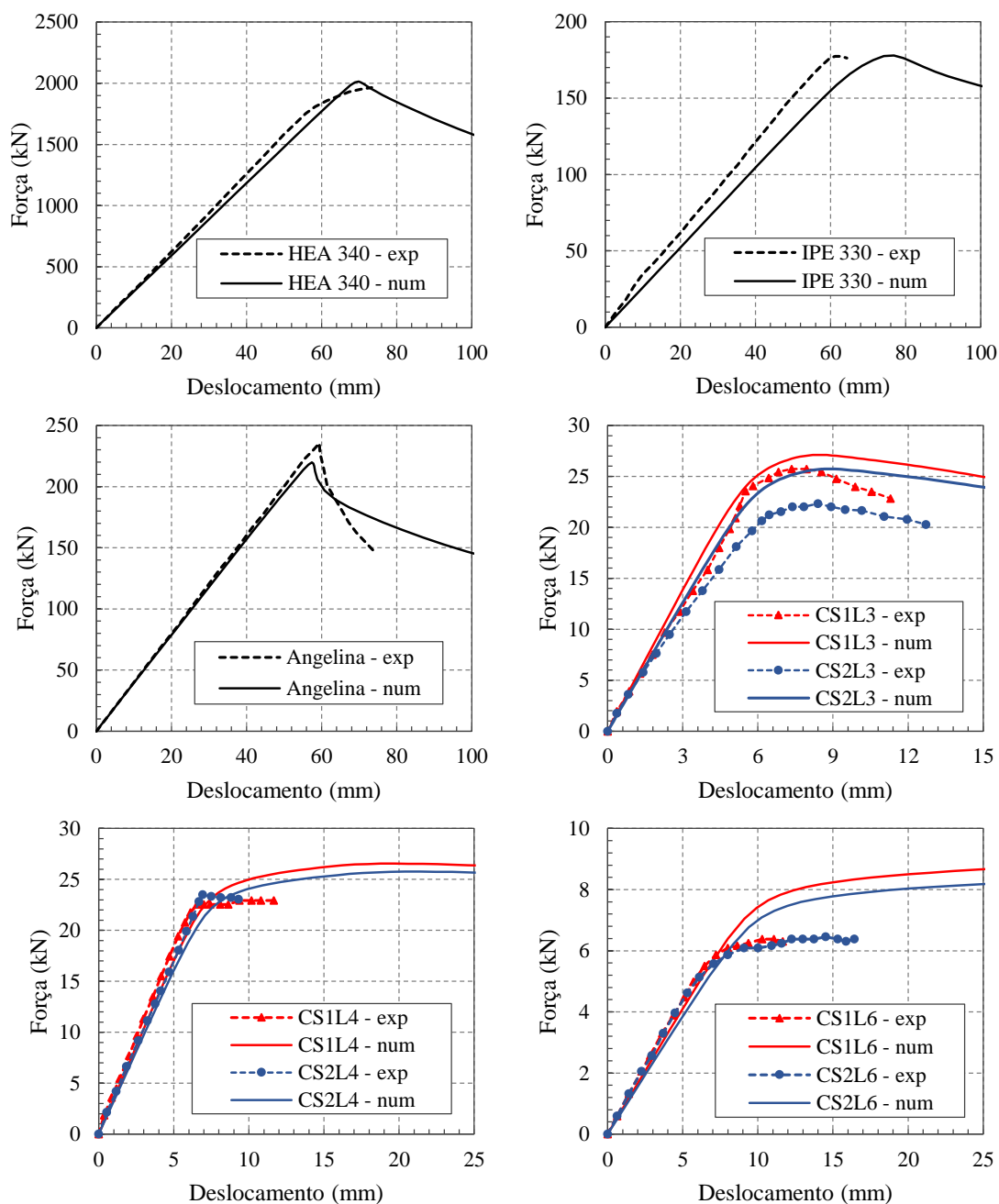
**Figura 8. Impacto do formato da imperfeição inicial na resistência última das vigas**  
 Fonte: (Autores, 2018)



**Figura 9. Impacto da magnitude da imperfeição inicial na resistência última das vigas**  
 Fonte: (Autores, 2018)

### 4.3 Resultados obtidos através do modelo proposto

Na Figura 10 são mostrados os resultados experimentais e os obtidos através do modelo numérico proposto neste trabalho, considerando os fatores discutidos anteriormente: módulo de elasticidade experimental, imperfeição inicial geométrica correspondente à flexão lateral e com magnitude máxima igual a  $L/1000$ .



**Figura 10. Comparação entre os resultados do modelo proposto com os resultados experimentais**  
 Fonte: (Autores, 2018)

Na Tabela 2 são expostos: os resultados experimentais da força última encontrados por Nseir et al. (2012) e Sonck (2014); as forças resistentes calculadas através das formulações analíticas de Abreu et al. (2010) e Bezerra et al. (2013), Nseir et al. (2012) e Sonck e Belis (2015, 2017); além da comparação entre os resultados numéricos deste trabalho (ABAQUS) com os resultados numéricos de Sonck (2014) e Teixeira (2017).

**Tabela 2. Resultados obtidos neste trabalho e resultados dos autores de referência**

Viga	$F_u$ - experimental (kN)	$F_u$ - analítico (kN)			Valores numéricos			
		Abreu e Bezerra	Nseir	Sonck	$F_{cr-Sonck}$ (kN)	$F_{u-Teixeira}$ (kN)	$F_{cr-Abaqus}$ (kN)	$F_{u-Abaqus}$ (kN)
HEA 340	1977,0	1521,1	1175,6	1179,1	6397,0	1993,0	6523,6	1991,3
IPE 330	176,9	78,7	62,8	63,8	233,8	170,9	193,6	177,8
Angelina	235,1	110,3	81,5	-	282,7	-	261,0	219,7
CS1L3	25,9	32,1	23,2	23,8	28,3	28,0	28,5	27,0
CS1L4	23,1	32,0	24,5	25,2	26,3	27,1	26,4	26,4
CS1L6	6,4*	9,6	7,9	8,2	8,6	9,4	8,7	8,7
CS2L3	22,3	30,0	21,7	22,2	27,8	27,5	26,9	25,7
CS2L4	23,6	30,7	23,6	24,3	25,9	26,7	25,5	25,5
CS2L6	6,4*	8,9	7,3	7,6	8,5	9,2	8,2	8,2

\*Esses valores não representam a força última das vigas

Ao se analisar os resultados experimentais e analíticos, algumas observações podem ser feitas:

- A metodologia de cálculo fornecida por Abreu et al. (2010) e Bezerra et al. (2013) resulta em valores maiores de força última do que as demais formulações;
- A força última calculada é extremamente subestimada no caso das vigas de Nseir et al. (2012) – HEA 340, IPE 330 e Angelina<sup>TM</sup> – porque a rigidez fornecida pela região entre os apoios das extremidades e os apoios laterais (Figura 4) não foi considerada nos cálculos. No caso das vigas CS1 (casteladas) e CS2 (celulares) estudadas por Sonck (2014), essa discrepância é menor porque as aberturas estão distribuídas ao longo de todo o comprimento da viga, e não há apoios laterais nos pontos de aplicação das forças.

O modelo numérico desenvolvido representou satisfatoriamente o comportamento e a força última das vigas estudadas por Nseir et al. (2012), como pode ser observado na Figura 10 e na Tabela 2.

Por outro lado, a concordância do modelo desenvolvido com os resultados de Sonck e Belis (2015, 2017) foi prejudicada por uma série de fatores:

- A elevada esbelteza das vigas dificultou a realização dos ensaios experimentais de Sonck e Belis (2015, 2017), uma vez que os valores de força última não foram atingidos para as vigas CS1L6 e CS2L6;
- Como as vigas casteladas (CS1) têm alturas menores da abertura, é de se esperar que os valores de força última das vigas CS1 sejam ligeiramente maiores do que as vigas celulares (CS2) – que possuem o mesmo comprimento e número de aberturas. Entretanto,



ao se analisar a Figura 10, nota-se que os resultados experimentais do par de vigas CS1L3 e CS2L3 parecem inconsistentes com os demais pares, cujos resultados experimentais são próximos;

- A fabricação atípica das vigas celulares pode ter ampliado as imperfeições geométricas e modificado a distribuição das tensões residuais nessas vigas, que não foram diretamente consideradas neste trabalho.

Embora existam algumas incertezas quanto aos efeitos das tensões residuais e imperfeições geométricas reais dos ensaios, nota-se que o modelo proposto neste trabalho consegue representar o comportamento geral das nove vigas alveolares estudadas por Nseir et al. (2012) e Sonck e Belis (2015, 2017), e destaca-se por sua facilidade de implementação.

O modelo de elementos finitos desenvolvido também apresenta consonância com os modelos numéricos de Sonck (2014) e Teixeira (2017).

Os valores de força crítica obtidos através do modelo desenvolvido possuem boa concordância com os valores encontrados por Sonck (2014). As ligeiras diferenças observadas podem ser explicadas pelos módulos de elasticidade considerados. Em suas análises numéricas, Sonck (2014) adotou  $E = 205$  GPa, enquanto que neste trabalho foram utilizados os valores obtidos experimentalmente (Tabela 1), com exceção da viga Angelina™, onde foi considerado  $E = 200$  GPa.

O modelo numérico desenvolvido também forneceu resultados de força última próximos aos de Teixeira (2017). Entretanto, deve-se ressaltar que, neste trabalho, considerou-se que a força última deve ser limitada pela força crítica. Por esse motivo, os resultados entre esses modelos para as vigas CS1L6 e CS2L6 se distanciam (Tabela 2).

Em seu modelo numérico, Teixeira (2017) implementou um conjunto de imperfeições geométricas: flexões em torno dos eixos de menor e maior inércia, flexão da alma e desalinhamento do montante. Já neste trabalho, apenas o modo de imperfeição global da FL foi adotado. Como os resultados dos dois modelos foram próximos, foi possível verificar que a adoção de apenas o modo de imperfeição global da FL é suficiente para determinar a força última das vigas sujeitas à FLT.

## 5 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, fatores relevantes ao desenvolvimento de um modelo numérico para a avaliação da FLT em vigas alveolares foram discutidos. Além disso, também foram evidenciadas fragilidades dos modelos analíticos existentes para o cálculo da força última das vigas alveolares.

Diante da comparação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos dos autores de referência com os resultados do modelo desenvolvido, notou-se que o comportamento das vigas alveolares é melhor representado ao se adotar: o módulo de elasticidade experimental ou o valor prescrito pela ABNT NBR 8800:2008, e a



imperfeição geométrica com o formato da flexão lateral e magnitude máxima igual a  $L/1000$ .

O modelo numérico desenvolvido nesta pesquisa – ao ser aplicado a uma gama de geometrias usuais – poderá ser utilizado como ferramenta para a determinação de uma formulação analítica do momento fletor resistente à FLT de vigas alveolares.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Universidade Federal de Minas Gerais, pelos recursos e apoio que tornaram esta pesquisa possível.

## NOMENCLATURA

$b_f$	Largura da mesa
$b_w$	Largura mínima do montante
$d$	Altura total da seção transversal
$f_y$	Resistência do aço ao escoamento
$h$	Distância entre os centros das mesas
$l$	Largura máxima da abertura na direção longitudinal da viga castelada
$n$	Número de aberturas
$r_y$	Raio de giração em torno do eixo de menor inércia
$t_f$	Espessura da mesa
$t_w$	Espessura da alma
$C_b$	Fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme
$C_w$	Constante de empenamento
$D_0$	Diâmetro da abertura da viga celular ou altura da viga castelada
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal
$G$	Módulo de elasticidade transversal
$I_y$	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo de menor inércia
$J$	Constante de torção
$L_b$	Comprimento destravado
$M_{cr}$	Momento crítico elástico
$M_{pl}$	Momento de plastificação
$M_r$	Momento fletor correspondente ao início do escoamento
$M_{Rk}$	Momento fletor resistente à flambagem lateral com torção
$W$	Módulo de resistência elástico
$W_y$	Módulo de resistência (EN 1993-1-1:2005)
$Z$	Módulo de resistência plástico
$\lambda$	Esbeltez
$\lambda_p$	Esbeltez correspondente à plastificação
$\lambda_r$	Esbeltez correspondente ao início do escoamento



## REFERÊNCIAS

- Abreu, L. M. P., Fakury, R. H., & SILVA, A. L. R. de C., 2010. Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares. *Mecânica Computacional*, vol. 29, pp. 7255-7271.
- American Institute of Steel Construction, 2016. *Specification for structural steel buildings (ANSI/AISC 360-16)*. Chicago.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008. *NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro.
- Bezerra, E. M. et al., 2013. Momento Fletor Resistente de Vigas Casteladas de Aço à Flambagem Lateral com Torção. *Revista da Estrutura de Aço (CBCA)*, vol. 2, n. 2, pp. 95-114.
- Boissonnade, N. et al., 2014. Design of cellular beams against lateral-torsional buckling. *Structures and Buildings*, vol. 167, n. SB7, pp. 436-444.
- British Standards Institution, 2005. *Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings, BS EN 1993-1-1:2005*. Brussels.
- British Standards Institution, 2006. *Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1.5: General rules – Plated structural elements, BS EN 1993-1-5:2006*. Brussels.
- H.K.S, 1998. *ABAQUS/Standard – User’s manual*. Hibbitt, Karlsson. & Sorensen, Inc.
- Nseir, J. et al., 2012. Lateral-torsional buckling of cellular steel beams. *Proceedings of the Annual Stability Conference*. Structural Stability Research Council, Grapevine, Texas.
- Sonck, D., 2014. *Global buckling of castellated and cellular steel beams and columns*. (PhD dissertation) Ghent University.
- Sonck, D., & Belis, J., 2015. Lateral-torsional buckling resistance of cellular beams. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 105, pp. 119-128.
- Sonck, D., & Belis, J., 2017. Lateral-torsional buckling resistance of castellated beams. *Journal of Structural Engineering*, vol. 143, n. 3.
- Teixeira, F. B., 2017. *Análise numérica de vigas alveolares*. Dissertação (Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Teixeira, F. B., Caldas, R. B., & Fakury, R. H., 2016. Método simplificado para considerar os efeitos das tensões residuais na análise numérica de vigas alveolares. *XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC*, Brasília, DF.
- Timoshenko, S. P., & Gere, J. M., 2012. *Theory of Elastic Stability*. New York: Dover Publications, second edition, Inc.