



AS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA UFERSA ¹

Elivanio Carneiro do Nascimento Junior ²

José Ronaldo Souza Nunes ³

Denílson Gabriel Freitas de Carvalho ⁴

Josenildo Ferreira Galdino ⁵

RESUMO

A utilização de metodologias complementares de ensino e aprendizagem, voltadas principalmente às disciplinas que demandam de um certo grau de abstração para o seu correto entendimento e compreensão, a exemplo do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), torna-se um fator norteador para uma melhor absorção dos conhecimentos adquiridos na literatura. Com base nessas perspectivas, o presente estudo teve como objetivo identificar as principais contribuições do Software GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem nas disciplinas de CDI na Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA). A pesquisa foi realizada na comunidade das ciências exatas da referida instituição de ensino superior (IES) através de formulário eletrônico pela plataforma do Google Forms. A mesma consistiu em um questionário composto por nove questões, em que seis delas buscavam a diferença com e sem o uso do GeoGebra nas resoluções de questões específicas do CDI, e as três últimas tinha uma caráter qualitativo, em que se averiguava as vantagens e desvantagens da utilização do software, contendo também as possíveis contribuições ou não, nesse contexto, foi observado que o GeoGebra trouxe contribuição como ferramenta para o auxílio do ensino e aprendizagem do CDI na referida IES, e as mais importantes entre elas foi o auxílio da visualização do esboço dos gráficos e na identificação de erros cometidos durante a resolução manual das questões.

Palavras-chave: GeoGebra. Cálculo Diferencial e Integral. Contribuição. ensino e aprendizagem.

¹ Apoio: Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA;

² Graduando do Curso de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, elivanio.junior@alunos.ufersa.edu.br;

³ Graduando do Curso de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, jose.nunes58243@alunos.ufersa.edu.br;

⁴ Graduando do Curso de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, denilson.carvalho@alunos.ufersa.com.br;

⁵ Professor orientador: Doutor, Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA, josenildo.galdino@ufersa.edu.br.



INTRODUÇÃO

As dificuldades encontradas nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) ofertadas nos cursos de ciências exatas, ocasionam várias discussões no que concerne às metodologias de ensino empregadas. É natural que o corpo docente tenha uma maior preocupação acerca da maneira como as informações são repassadas, priorizando a utilização de ferramentas didático-pedagógicas que propiciem uma melhor compreensão do conteúdo ministrado. Deste modo, o CDI possui na sua estruturação um mecanismo complicado e discutível de ensino-aprendizagem na UFRSA.

Em razão das dificuldades de expressar graficamente e/ou algebricamente os problemas matemáticos em razão do seu grande nível de abstração, uma considerável parcela dos discentes não compreendem de forma satisfatória os conteúdos ministrados. À vista disso, temos altos índices de insucesso, e, por vezes, evasões estudantis associadas, tornando-se o CDI, um dos principais responsáveis por esse quadro.

Em apoio a essas perspectivas, para Machado (2008) a aprendizagem do CDI pode ser influenciada por alguns fatores como, por exemplo, o cognitivo, nos quais os discentes não possuem compreensão suficiente para entender o grau de complexibilidade do conteúdo, a didática não apropriada, em que o aprendizado é, por vez, dificultado pela metodologia de ensino, e um outro fator é de natureza epistemológica. Vale salientar que os fatores são diversificados e não podemos atribuir esse obstáculo aos docentes ou discentes.

Os softwares matemáticos, a exemplo do GeoGebra, são ferramentas que auxiliam na formação de conceitos e aplicações referentes ao cálculo, acarretando o surgimento de mecanismos de aprendizagem que viabilizam um conhecimento mais independente e autônomo. Conforme aponta (SILVA; PENTEADO, 2009), esses softwares permitem que os usuários realizem averiguação de propriedades geométricas e algébricas que dificilmente se observa no papel. Diante disso, estudos (CURY, 2006; FERREIRA & BRUMATTI, 2009; SILVA & FERREIRA, 2009) direcionam uma alternativa para o ensino de cálculo, em especial no caminho da utilização de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem. Assim, os softwares matemáticos minimizam as dificuldades identificadas nas disciplinas de cálculo, beneficiando o ensino e a aprendizagem na universidade.



Dado o exposto, este projeto investiga as contribuições do software GeoGebra na amenização das dificuldades enfrentadas no processo de ensino-aprendizagem de CDI na Universidade Federal Rural do Semi – Árido (UFERSA).

Para isso, foi realizado um levantamento com a comunidade das ciências exatas da UFERSA, com o propósito de analisar as diferenças na resolução de problemas fundamentais do CDI com o auxílio do GeoGebra, e sem o auxílio do mesmo, para assim verificar se a utilização do software é vantajosa ou não, e chegar nessas contribuições, se porventura existirem.

Por meio dos resultados, o considerável impacto deste software na instituição, possibilita uma melhor estruturação no ensino e aprendizagem do CDI. Em que se pode elencar as contribuições mais importantes da ferramenta.

METODOLOGIA

Este estudo possui natureza qualitativa. Assim como ressaltam Bogdan & Biklen (2003), o método qualitativo se caracteriza pelos dados serem descritivos, sendo registrados em um contato entre o pesquisador e a área estudada, enaltecendo mais o processo do que o resultado, e se preocupando em representar o panorama dos envolvidos. Ademais, conforme (OLIVEIRA, 2011, P.25) a análise dos dados segue o processo intuitivo, onde os pesquisadores não buscam evidências que comprovam as hipóteses estabelecidas antes de iniciar a pesquisa.

Para alcançar os objetivos desejados, a metodologia utilizada foi fundamentada bibliograficamente por artigos acadêmicos e livros. Após isso, um questionário foi aplicado via plataforma Google Forms, direcionado à comunidade de ciências exatas da UFERSA que já tem conhecimento das disciplinas de CDI, e que já tenham ou não utilizado o GeoGebra nas resoluções de exercícios.

No formulário, foi proposta a resolução de seis questões envolvendo assuntos do CDI, especificamente a equação da reta tangente a uma curva, a área entre curvas e as curvas de nível, as quais os discentes devem solucionar primeiramente três delas manualmente, sem o auxílio do GeoGebra, e depois essas mesmas três questões utilizando o software. Além do mais, outras três questões pediam para que os entrevistados descrevessem as suas experiências relacionadas às vantagens ou desvantagens com a utilização do software nessas resoluções, e



que indicassem as possíveis contribuições e a mais importante entre elas, e se não houve contribuição da ferramenta.

Na referida pesquisa foi sugerida uma revisão rápida dos conteúdos abordados nas questões. Essa revisão foi construída e disponibilizada pelos autores e podia ser acessada por meio de links disponíveis no próprio questionário. Ademais, a fim de que os entrevistados tenham o conhecimento necessário da implementação da ferramenta nos problemas propostos, foram também inseridos vídeos de autoria própria mostrando a utilização do GeoGebra no desenvolvimento dos exercícios.

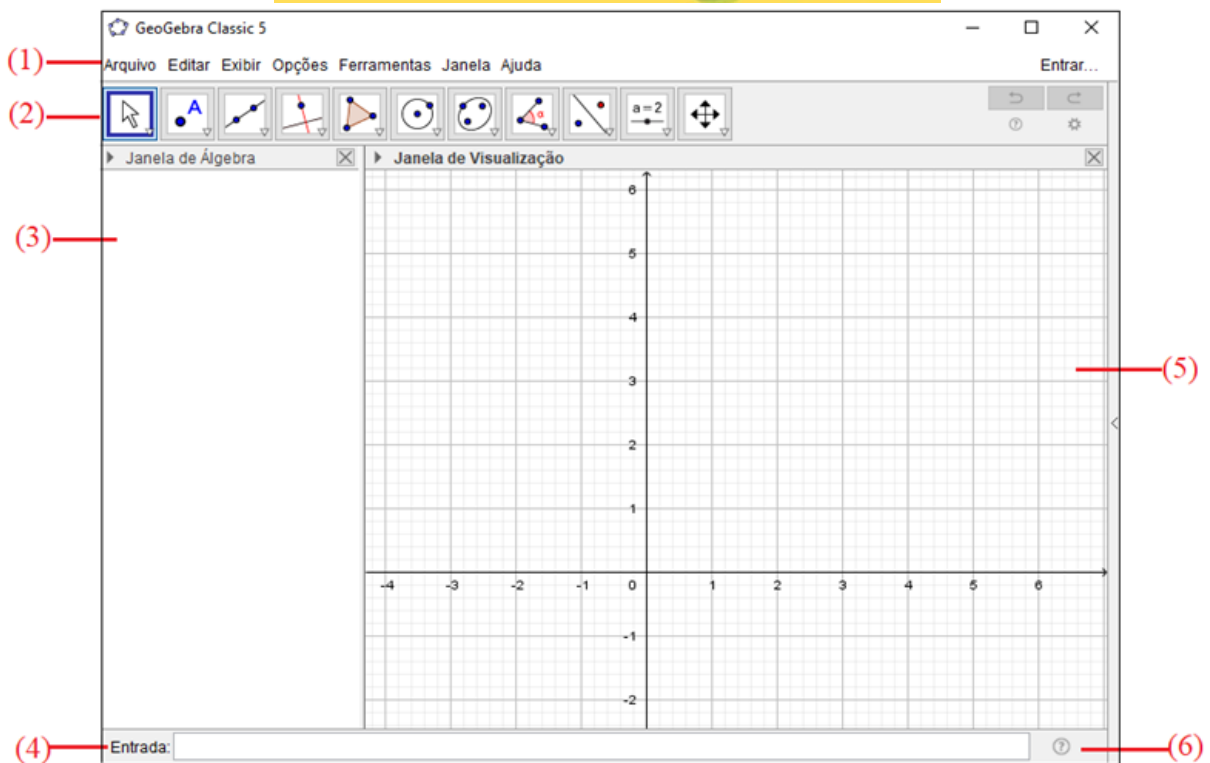
DESENVOLVIMENTO

GEOGEBRA

Segundo Cometti (COMETTI, 2016), o GeoGebra é um software gratuito que foi criado em 2001, por Markus Hohenwarter, na Universität Salzburg - Áustria, com a finalidade de melhorar o ensino e aprendizagem de matemática. Por ser um software livre, o GeoGebra permite que seus usuários realizem mudanças nos códigos fontes com o intuito de atualizar ou implantar novas ferramentas.

Na sua área de interação, o software contém artifícios de geometria, álgebra e cálculo. Conforme a Figura 1 abaixo, essa área possui: (1) barra de menu com a funcionalidade de gerir configurações gerais e salvamento de arquivos em (.ggb); (2) barra de ferramentas com funcionalidades que permitem construir, figuras geométricas, segmentos, medir os objetos, etc; (3) janela de álgebra, no qual são mostradas as coordenadas, equações e algumas propriedades de objetos feitos; (4) entradas de comandos; (5) listagem de comandos previstos; (6) janela de visualização, na qual é permitido visualizar os objetos graficamente que é possível ser desenhados utilizando o mouse, os ícones ou digitando no comando entrada.

Figura 1 – Área de interação do GeoGebra Classic 5



Fonte: Autoria Própria (2022)

A entrada dos comandos do GeoGebra é simples e a sua área de interação é bem intuitiva, possuindo opções de alteração do zoom, movimentação de pontos, ajuste de janela, realização de animações que melhora a compreensão do usuário entre outros. As funcionalidades do software podem ser acessadas tanto na barra de ferramentas quanto no campo de entrada. Na barra de ferramentas existem 11 janelas com suas respectivas utilidades, sendo essas evidenciadas por um ícone e um nome. Ao deslocar o ponteiro do mouse sobre uma janela selecionada, uma breve descrição da utilidade da ferramenta é apresentada, dessa forma, fica evidente que o GeoGebra é autoexplicativo.

Vale salientar que, na janela de visualização com o auxílio do botão direito do mouse, é possível adicionar ou retirar malhas e eixos coordenados, além do ajuste do formato da malha. Além dos mais, é permitido dentro da janela de visualização, alterar a distância entre números, as cores de eixos coordenados e de qualquer objeto construído nessa janela. Após a implementação dos comandos, a visualização dos comandos é mostrada ao clicar no botão ENTER do teclado. A janela algébrica possui diversas funções, entre elas, a visualização de dados dos objetos algébricos, e editar as características dos objetos com o auxílio do botão direito do mouse.

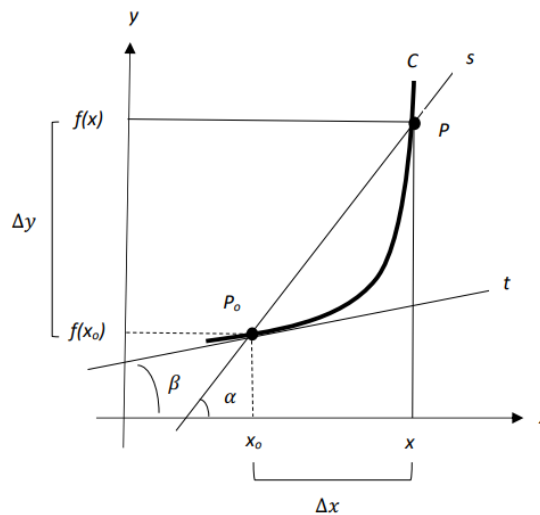
DERIVADAS

A derivada da função $y = f(x)$ em um ponto $P_0(x_0, f(x_0))$, denotada por $f'(x_0)$ é definida por:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

A derivada de uma função f em um ponto $P_0(x_0, f(x_0))$ é igual ao coeficiente angular (ou inclinação) da reta tangente ao gráfico de f nesse ponto P_0 (observar Figura 2).

Figura 2 - Interpretação geométrica da derivada



Fonte: (HALLAL et al, 2020, p.236)

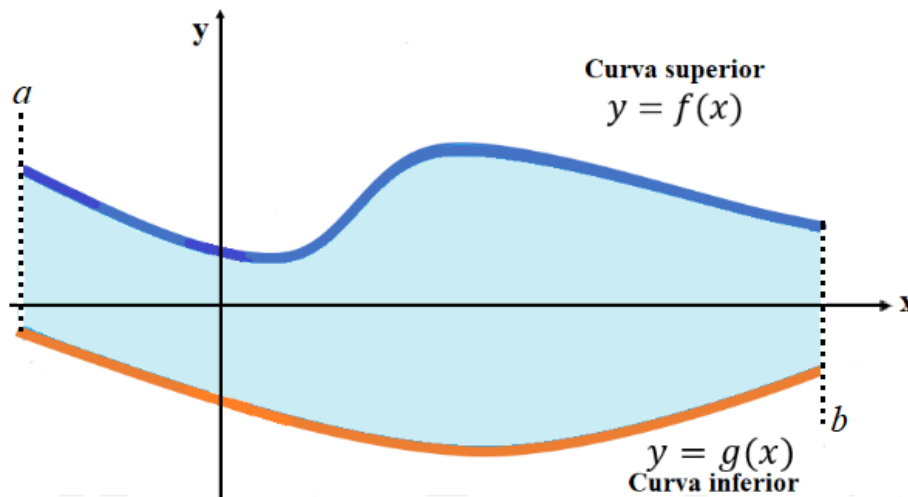
Assim, dado uma função $f(x)$ e um ponto $P_0(x_0, f(x_0))$, a equação da reta tangente a $f(x)$ neste ponto será: $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$, onde $f'(x_0)$ é a derivada da primeira de $f(x)$ em (x_0, y_0) .

ÁREA ENTRE CURVAS

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções contínuas com $f(x) \geq g(x)$ ao longo do intervalo $[a, b]$, então a área da região entre as curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$ de a até b (observar a Figura 3) é a integral

de $(f(x) - g(x))$ desde a até b , ou seja, a área entre curvas é definida como $A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.

Figura 3 - A região entre as curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$ e as retas $x = a$ e $x = b$



Fonte: Autoria Própria (2022)

Na aplicação da definição, é conveniente esboçar as curvas, pois assim é revelado qual delas é a curva superior $f(x)$, e qual é a inferior $g(x)$. além disso, ajudará a encontrar os limites de integração, caso eles ainda não sejam conhecidos. Para determinar esses limites, possivelmente seja necessário achar a intersecção entre as curvas, e isso pode envolver a solução da equação $f(x) = g(x)$ para valores de x . depois, é só realizar a integração de $f - g$ para descobrir a área entre as interseções.

CURVAS DE NÍVEL

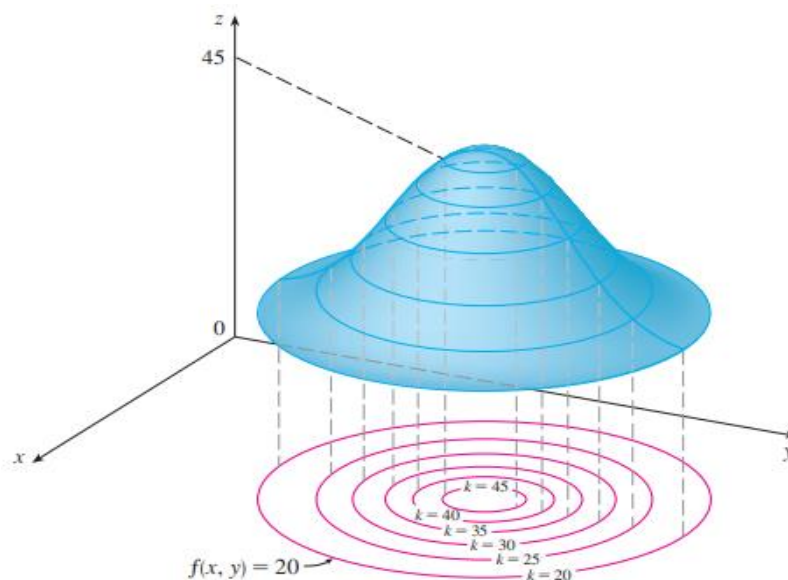
É sabido que podemos visualizar as funções utilizando dois métodos diferentes, o diagrama de flechas e os gráficos. Um terceiro método, vindo da cartografia, é um mapa de contorno, onde os pontos de elevação constantes são ligados para formar curvas de nível ou curvas de contorno.

Assim sendo, as curvas de nível de uma função f de duas variáveis são aquelas com equação $f(x, y) = k$, em que k é uma constante na imagem de f .

A curva de nível $f(x, y) = k$ é o conjunto de todos os pontos do domínio de f onde o valor de f é k , ou seja, ela mostra onde o gráfico de f tem altura k .

Na Figura 4 podemos visualizar a relação entre as curvas de nível e os cortes horizontais. As curvas de nível $f(x, y) = k$ são apenas cortes do gráfico de f no plano horizontal $z = k$ projetados sobre o plano xy . Deste modo, ao traçar as curvas de nível da função e visualizá-las elevadas para a superfície na altura indicada, poderá imaginar o gráfico da função colocando as duas informações juntas. Quando as curvas de nível estiverem mais próximas umas das outras a superfície será mais inclinada. Já se as curvas de nível estão distantes umas das outras, a superfície será um pouco mais achatada.

Figura 4 - Relação entre as curvas de nível e os cortes horizontais



Fonte: (STEWART, 2013, p.796)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados coletados com o questionário. Após a realização da pesquisa, pode-se constatar com as 6 primeiras questões aplicadas, a diferenciação entre a resolução dos exercícios com o uso do Software GeoGebra e sem, ou seja, manualmente. Em razão disso, foi possível averiguar o que os entrevistados julgavam a respeito do uso da ferramenta, especificamente as vantagens ou desvantagens dessa utilização. Onde os resultados em termos percentuais para tal julgamento pode ser visualizados através da tabela 1.



Tabela 1 - Resultados obtidos para vantagens e desvantagens do uso do GeoGebra

Perguntas	Sim	Não
A implementação dos exercícios no GeoGebra é fácil?	96%	4%
O GeoGebra provoca uma melhor compreensão dos assuntos se comparado quando feito à mão?	97%	3%
Com o GeoGebra ficou mais fácil resolver as questões?	93%	7%
É mais prático resolver os exercícios com o GeoGebra?	100%	0%

Fonte: Autoria própria (2022)

Observando a Tabela 1, pode-se notar que 96% dos entrevistados consideram a implementação dos exercícios no software como fácil. Além disso, nota-se que a maioria dos entrevistados (97%) acredita que o programa facilita a compreensão dos assuntos; 93% acharam que a resolução das questões também é facilitada pela ferramenta; e todos concordaram que o aplicativo apresenta praticidade para resolução dos exercícios. Assim, é notório que o GeoGebra apresenta algumas vantagens na resolução dos exercícios.

Quando questionados se o GeoGebra apresenta ou não alguma contribuição para o ensino de CDI, todos os entrevistados responderam de forma positiva e assinalaram pelo menos uma das possíveis contribuições elencadas na pergunta. A porcentagem de participantes que concordaram com cada uma delas está descrita na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados das possíveis contribuições do GeoGebra

Alternativas	Taxa
Proporciona um auxílio significativo ao esboçar os gráficos das curvas de nível que custaria muito tempo para esboçar manualmente.	81,3%
Proporciona a possibilidade de simulação ao resolver exercícios do Cálculo Diferencial e Integral.	65,6%
Proporciona a verificação de resoluções feitas manualmente.	62,5%
Proporciona o entendimento dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.	65,6%
Proporciona uma ajuda significativa na identificação de erros cometidos durante as resoluções feitas manualmente.	84,4%
O uso do Geogebra é essencial nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral para um melhor rendimento.	65,6%
Não houve contribuições.	0,0%

Fonte: Autoria própria (2022)



Mediante os resultados da pergunta anterior, é questionado a seguir qual a contribuição mais importante dentre as elencadas, ou se não houve. Esses resultados estão descritos na Tabela 3, no formato de porcentagem.

Tabela 3 - Resultado do questionamento quais as contribuições mais importantes ou se não houve.

Alternativas	Taxa
Auxilia na visualização e esboço de gráficos.	65,6%
Verifique as resoluções feitas manualmente.	28,1%
Permite a compreensão dos conceitos.	28,1%
A utilização do GeoGebra é essencial nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.	43,8%
Simula a resolução dos exercícios.	25,0%
Auxilia significativamente na identificação de erros nas resoluções feitas manualmente.	53,1%
Fortalece o ensino e aprendizagem.	40,6%
Não houve contribuição.	0,0%

Fonte: Autoria própria (2022)

Como mostrado na Tabela 3, as duas contribuições consideradas mais importantes para a maioria dos participantes da pesquisa foram: o auxílio na visualização e esboço de gráficos, 65,5% de indicações, e o auxílio na identificação de erros cometidos durante a resolução manual das questões, 53,10%.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com ênfase nos resultados obtidos, é perceptível que o software é bastante vantajoso quando utilizado no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, uma vez que norteia o desenvolvimento dos exercícios, amenizando assim as dificuldades encontradas. Ademais, observou-se que as principais contribuições do software é a de auxiliar no esboço de gráficos e na identificação de erros que são cometidos quando os exercícios são resolvidos de forma manual.

Com base nessas conclusões, pode-se inferir que o software Geogebra, deveria ser mais disseminado na comunidade acadêmica, como forma de auxiliar e contribuir significativamente para o ensino e aprendizado do CDI, haja vista, que se trata de uma ferramenta a qual possui



inúmeras vantagens e ainda, encontra-se gratuitamente para download. Outrossim, no condizente ao ramo da pesquisa, os autores sugerem futuras investigações na área abordada, uma vez que se refere a um tema pouco explorado cientificamente.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, Lara Martins. Uso do software GeoGebra na exploração de problemas da história da matemática: Possibilidades para demonstrações em cálculo infinitesimal com tecnologias. **XXIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, São Paulo, 2019.
- BOGDAN, R. S.; BIKEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. 12.ed. Porto: Porto, 2003.
- COMETTI, M. A. **Discutindo o Ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: Contribuições do GeoGebra 3D para a Aprendizagem**. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba – PR, nov. 2016.
- CURY, H. N. (2006). Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. **III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, Anais**. Águas de Lindóia: SBEM, CDROM.
- FERREIRA, D. H. L.; Brumatti, R. N. M. (2009). Um olhar voltado para alunos com dificuldades em Matemática num curso de Engenharia Elétrica. **Anais do VI Congresso Iberoamericano de Educación Matemática**. Puerto Montt, Chile, P. 949-955.
- HALLAL, Renato et al. O Ensino de matemática e o software GeoGebra: Apresentando potencialidades dessa relação como recurso para o ensino de derivada. **Revista Espacios**, Paraná, v. 41, 2020 - ISSN 0798-1015.
- HELLMANN, Liliane et al. GeoGebra no ensino de cálculo diferencial e integral I. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Medianeira, v. 2, n.14, p. 31-46, jul./dez. 2016.
- LEITE, Nyanne Maria Gonçalves et al. A utilização do GeoGebra no ensino do cálculo de várias variáveis. **EPBEM**, Paraíba, 2018.



LOPES, Thiago Beirigo; SANTOS, Leniedson Guedes dos. O uso do GeoGebra como ferramenta auxiliar para estudo da reta tangente a um gráfico. **CINTED-UFRGS**, Rio Grande do Sul, v. 14, n.2, 2016.

MACHADO, S. (org). **Teoria das Situações Didáticas**. São Paulo: EDUC (Série Trilhas) (p.77-113), 2008.

OLIVEIRA, Maxwell Ferreira de. Metodologia Científica: Um manual para a realização de pesquisas em Administração. **Manual**, Goiás, 2011. 72 p.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto de; GONÇALVES, William Vieira; PIASSON, Diego. O uso do GeoGebra para o ensino de cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações. **Revista Thema**, Mato Grosso, v. 15, n.2, p. 466-484, 2018.

REIS, Frederico da Silva; COMETTI, Márcio Antônio; SANTOS, Edson Crisostomo dos. Contribuições do GeoGebra 3d para a aprendizagem de integrais múltiplas no cálculo de várias variáveis. **REnCiMa**, v. 10, n.2, p. 15-29, 2019.

SILVA, G. H.G.; PENTEADO, M.G. O trabalho com Geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. In: **Anais...I simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia - SINTEC**. Ponta Grossa: I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2009, v. 1, 2009.

SILVA, J. I. G.; Ferreira, D. H. L. (2009). O uso de tecnologias na disciplina de cálculo diferencial e integral I. **Anais do XIV Encontro de Iniciação Científica da PUC Campinas**.

STEWART, James. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. v. 2.

THOMAS, George B. **Cálculo**. 11. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 1.