

Valor Justo de *Carried Interest* de Fundos de Investimento

Marcus da Costa Moraes

Rio de Janeiro

2023

SUMÁRIO

A remuneração dos gestores de fundos de investimento consiste geralmente em parcelas fixa e variável em função do desempenho do fundo. Essa parcela variável é chamada de *carried interest* ou *carry*.

O *carry* é calculado por regras que privilegiam um retorno financeiro mínimo para os cotistas e o excedente é repartido entre cotistas e ao gestor.

Demonstra-se que o resultado financeiro do *carry* assemelha-se ao resultado de opções de compra sobre ativos de risco. Em alguns casos especiais, é possível calcular o valor justo do *carry* pelo modelo de Black, Scholes e Merton. Nos casos complexos, o modelo BSM pode indicar o comportamento aproximado do valor do *carry* em função dos parâmetros de cálculo.

O presente trabalho descreve esse comportamento e as formas adequadas de analisá-lo. O entendimento do comportamento do *carry* tem utilidade para os cotistas, que podem avaliar e calibrar o grau de estímulo aos gestores contido no *carry*; para os gestores, que podem planejar o valor do *carry* e sua distribuição entre sócios e colaboradores; e para os contabilistas e tributaristas, que têm base mais sólida para discussão de contabilização e tributação do *carry*.

Agradeço a colaboração de Susana Furquim Xavier Couto com comentários e sugestões.

PALAVRAS-CHAVE: VALOR JUSTO, CARRIED INTEREST, FUNDOS DE INVESTIMENTO

INTRODUÇÃO

Os fundos de investimento de *private equity*, fundos multimercado, *hedge funds* e fundos de *venture capital* captam recursos de terceiros – cotistas ou *limited partners* – para aplicar em ativos de risco (empresas, derivativos, câmbio, juros, etc.). São geridos por empresas especializadas – gestores, *managers* ou *general partners* – que, por sua vez, são conduzidas por profissionais dedicados (sócios, diretores, principais, analistas, etc.).

Os gestores são responsáveis pela instalação, pelo funcionamento e pela dissolução dos fundos, incluindo todas as atividades principais (captação, aplicação e recuperação dos recursos financeiros dos cotistas) e acessórias (registro legal e contábil, movimentação financeira, etc.). No Brasil [1], há uma distinção entre gestores de recursos e administradores fiduciários, responsáveis pelas atividades de aplicação de recursos e pelas demais atividades, respectivamente. No presente trabalho, essa distinção não será considerada.

Como prática quase universal, os gestores de fundos são remunerados com honorários fixos (taxa de administração, *management fee* e semelhantes) e com honorários que variam com o desempenho financeiro dos investimentos do fundo (taxa de *performance*, *performance fee* e

carried interest ou *carry*) [2] [3] [4] [5] [6]. Tais honorários são pagos com os recursos do fundo.

A taxa de administração serve para cobrir as despesas em que o gestor incorre para realizar seu trabalho – parcela fixa do custo de mão de obra, despesas de localização, comunicação, controle, serviços profissionais de terceiro e outras. Essa parcela também cobre os dispêndios em que o fundo incorre – despesas de registro e controle nos órgãos oficiais e despesas de transações com os ativos investidos, entre outras. A parcela fixa pode ser paga a cada mês, por trimestre, por semestre ou por ano.

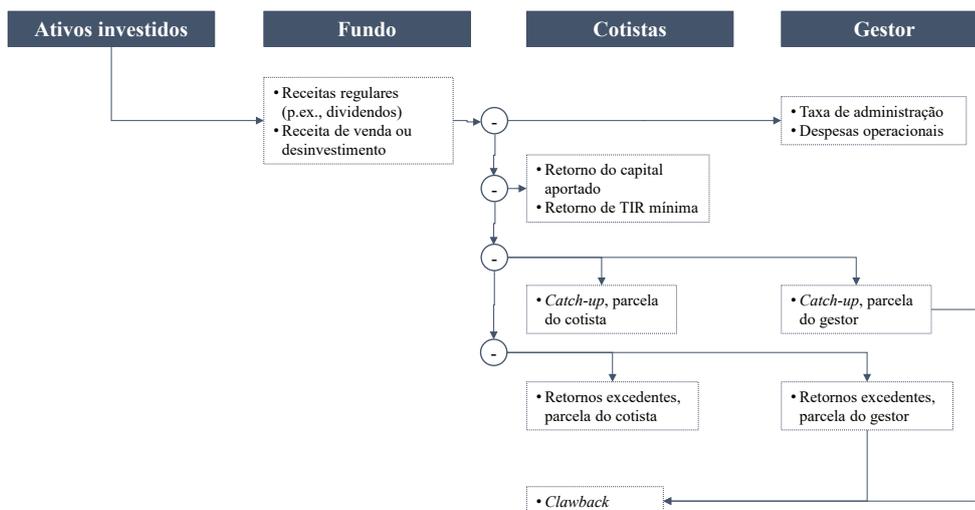
A taxa de administração é, em geral, um percentual do capital comprometido e/ou aportado pelos cotistas no fundo. A maior parte das fontes consultadas indica um percentual entre 0,5% e 5% ao ano calculado *pro rata temporis*. Portanto, caso o capital seja comprometido ou aportado em um espaço de tempo relativamente longo, o valor absoluto da remuneração fixa pode variar significativamente durante a vida do fundo. Essa variação, porém, não reflete o desempenho do fundo, mas tão somente o cronograma de compromissos ou aportes, e deixa de ter qualquer incerteza relevante uma vez conhecido esse cronograma.

A parcela variável da remuneração dos gestores segue, em geral, um escalonamento (*waterfall*) da distribuição das receitas do fundo:

- Em uma primeira etapa, o escalonamento prioriza o retorno aos cotistas do capital aportado por eles mais uma taxa interna de retorno – TIR mínima (*hurdle rate*); somente após os cotistas receberem o capital aportado mais a TIR mínima é que os gestores passam a receber sua remuneração variável. Em geral, a TIR mínima situa-se na faixa de 5% a 10% ao ano, e, no Brasil, costuma-se acrescentar correção por taxa de inflação ou de juros de mercado.
- Uma vez que os cotistas receberam o capital aportado mais a TIR mínima, os gestores dividem os retornos excedentes em proporções que variam entre 10% e 50%, sendo o percentual mais frequente de 20%.
- Dado que os cotistas têm prioridade para receber retornos mínimos (representados pela TIR), a remuneração dos gestores pode demorar muito tempo ou nunca alcançar a divisão proposta para os retornos excedentes. Por isso, em muitos casos, após a distribuição ultrapassar a primeira etapa do escalonamento, há uma etapa intermediária em que se prioriza a distribuição das receitas do fundo para o gestor, para que ele possa alcançar ou alcançar mais rapidamente o percentual-alvo dos retornos excedentes indicados no parágrafo anterior. Essa etapa intermediária adota o nome em inglês de *catch-up*, indicando sua função de possibilitar o alcance da meta final de distribuição de retornos excedentes para o gestor. A velocidade de alcance da meta depende do percentual distribuído prioritariamente para o gestor na fase de *catch-up*: se 100%, o alcance é mais rápido, mas há fundos em que esse percentual pode ser menor, entre 50% e 90%.
- Por fim, é comum que os fundos distribuam seus resultados ao longo de vários anos; por isso, diversos deles possuem cláusulas para proteger os cotistas de distribuição excessiva para o gestor ao final da vida do fundo. Conhecidas como cláusulas *clawback* em inglês, elas preveem que o gestor deve devolver aos cotistas, ao encerramento do fundo, qualquer remuneração que exceda o devido de acordo com as regras do escalonamento.

A figura a seguir resume o escalonamento de distribuição de receitas descrito nos parágrafos anteriores.

Figura 1 – Escalonamento de distribuição de retornos



A parcela fixa da remuneração cumpre o papel de impedir perdas econômicas para o gestor. A parcela variável é a principal remuneração, isto é, a que gera mais valor econômico-financeiro para o gestor, portanto, é a que produz o maior incentivo à sua produtividade em termos de viabilizar retornos expressivos para o capital empregado pelos cotistas.

Enquanto as taxas de administração giram em torno de algumas poucas dezenas ou centenas de milhões de dólares norte-americanos ou reais, o valor do *carried interest* pode alcançar cifras de bilhões de dólares norte-americanos ou reais, e elas vêm aumentando ao longo dos anos por conta do crescimento da quantidade e do montante investido nos fundos de *private equity* e de *venture capital*.

Paralelamente, os profissionais que trabalham para os gestores de fundos também recebem remuneração em parcelas fixa e variável [7] [8] [9] em proporções que dependem do nível hierárquico e outras variáveis. A parcela variável de remuneração dos profissionais pode ser financiada pela taxa de administração, mas os maiores montantes vêm da distribuição de partes do *carry* entre a firma e os profissionais. Essa distribuição, por sua vez, assume diferentes formas, por exemplo, a cada investimento feito pelo fundo (“*deal-by-deal*”) ou sobre os resultados globais do fundo (“*whole-of-fund*”); pode ser pago em dinheiro, em cotas do próprio fundo ou de fundos-espelhos, ou ainda em cotas virtuais ou em opções sobre cotas ou em direitos de subscrição de cotas.

Pelo seu vulto e crescimento, o pagamento de *carried interest* vem recebendo atenção do público e dos legisladores. Em especial, nos Estados Unidos da América tem ocorrido debates a respeito do regime de taxação, em que o *carried interest* é considerado ganho de capital e recebeu tratamento favorável [9]. Naquele país, a fim de incentivar o empreendedorismo e a inovação, as alíquotas de imposto de renda tendem a ser menores para receitas oriundas de ganho de capital na comparação com receitas de atividade ordinária de prestação de serviços e o *carried interest* [11]. Desde a década de 2000, várias propostas de elevação de alíquota têm sido propostas [12], com reforço na Administração Biden [13].

MODELAGEM

A modelagem do retorno (*payoff*) do *carried interest* parte dos passos do escalonamento descrito na Figura 1 e descreve esse escalonamento em termos matemáticos.

Para facilitar a modelagem do problema, partimos de um caso mais simples com as seguintes condições:

- Todos os aportes dos cotistas e todo o investimento do fundo em ativos são feitos uma única vez e na mesma data, representando a principal saída de caixa do fundo.
- O fundo desinveste de todos os ativos uma única vez e em uma única data representando a principal entrada de caixa do fundo.
- Todas as despesas do fundo são cobertas por outras receitas (por exemplo: dividendos regulares). Deste modo, os aportes de capital dos cotistas são convertidos integralmente em investimentos em ativos do fundo e não há necessidade de aportes adicionais para cobrir despesas correntes ou taxas de administração. Igualmente, as despesas absorvem totalmente essas outras receitas e não há sobras a distribuir aos cotista – é nulo o efeito de dividendos ou outra remuneração sobre a avaliação do fundo ou do *carry*. Portanto, os únicos fluxos de caixa relevantes são o do investimento inicial e o do desinvestimento final do fundo.
- Em consequência das condições anteriores, não existe possibilidade ou necessidade de acionar cláusula de *clawback*.

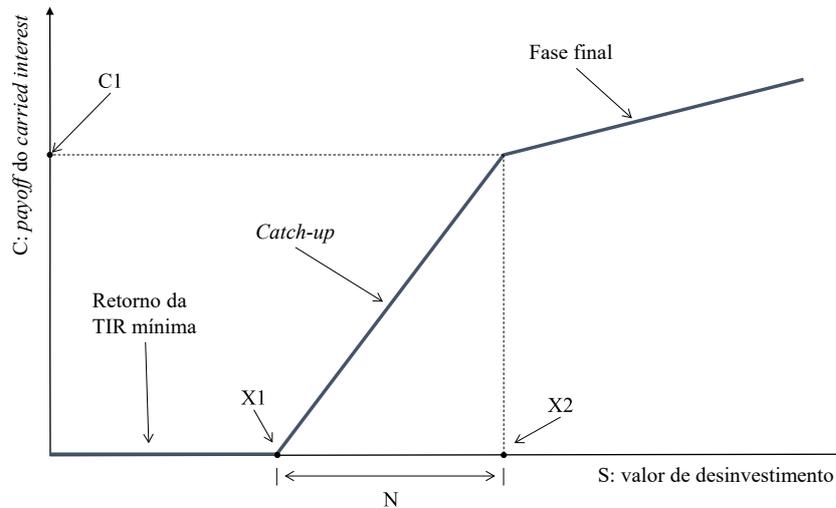
Nesta configuração simplificada, os parâmetros necessários para calcularmos o valor do *carried interest* são os seguintes:

- K aporte dos cotistas e investimento do fundo em ativos nas datas do aporte e do investimento iniciais.
- S valor de desinvestimento dos ativos do fundo na data de desinvestimento.
- T vida do fundo, isto é, tempo entre o início do fundo e o desinvestimento de seus ativos.
- i TIR mínima sobre o capital aportado a ser obtida pelos cotistas antes que haja distribuição financeira para o gestor.
- g percentual de participação-alvo do gestor nos retornos excedentes do fundo; a parcela dos cotistas é (1-g).
- p percentual de participação do gestor na fase *catch-up*; a parcela dos cotistas é (1-p).
- C valor do *carried interest* na data de desinvestimento dos ativos do fundo.

Mais adiante comentaremos o efeito de retirar algumas dessas condições e generalizar um pouco mais o modelo.

A figura a seguir resume o comportamento do valor do *carried interest* na data do desinvestimento final dos ativos do fundo com função do valor de desinvestimento.

Figura 2 – Payoff do *carried interest*



Na primeira etapa do escalonamento de distribuição, o fluxo financeiro vai prioritariamente para os cotistas até que estes recebam o capital aportado mais a TIR mínima, o que está representado na figura anterior pelo ponto $X1 = K \cdot e^{iT}$ (capitalização contínua). Nessa fase, o valor do *carried interest* é zero.

Na segunda etapa de distribuição (*catch-up*), o gestor passa a receber um percentual “p” dos retornos excedentes do fundo até que ele alcance o percentual-alvo “g” do total dos retornos excedentes distribuídos. Em termos absolutos, o limite de recebimento do gestor nessa etapa é o valor indicado pelo ponto $C1 = N \cdot p$ na figura anterior, em que:

- $N = R \cdot g / (p - g)$ representa o retorno excedente necessário para o que o gestor receba o percentual-alvo “g”. Note-se que para que N seja positivo, “p” deve ser maior que “g”.
- $R = K \cdot (e^{iT} - 1)$ representa o retorno excedente necessário para que os cotistas recebam a TIR mínima “i”.

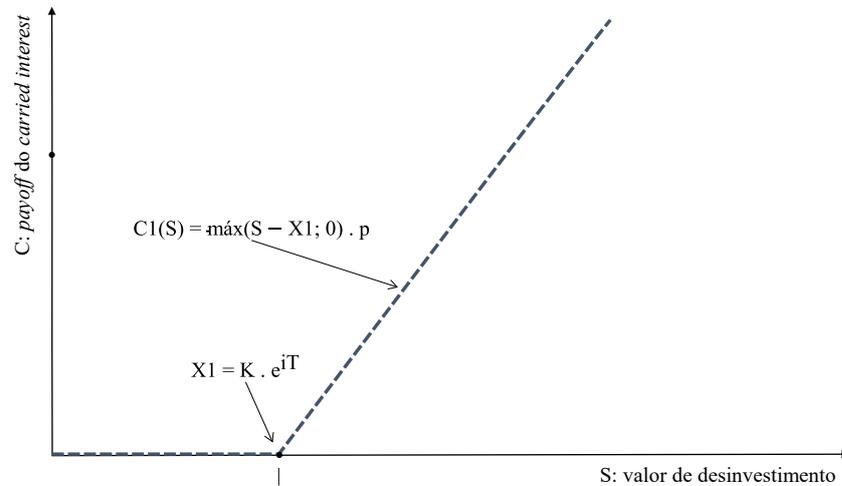
Ou seja, quando o valor de desinvestimento dos ativos supera a barreira $X1$ (o retorno mínimo preferencial para os cotistas), o gestor passa a receber um percentual “p” de *catch-up* sobre o excedente da barreira $X1$. O valor do *carry* é $C(S) = \max(S - X1; 0) \cdot p$. No limite superior dessa etapa, o valor do *carry* é $C1 = N \cdot p$; para alcançar esse limite superior, o valor dos ativos no desinvestimento deve ser igual ao ponto $X2 = K + N$. Portanto, a equação que representa o *carry* nessa etapa é $C(S) = \min(N; \max(S - X1; 0)) \cdot p$.

Na terceira e última etapa, o valor do *carried interest* passa a ser, mais trivialmente, o percentual-alvo “g” sobre o excedente da etapa anterior mais o limite superior daquela mesma etapa, $C(S) = \max(S - X2; 0) \cdot g + N \cdot p$.

Pelo formato das curvas da Figura 2 e pela forma das funções $C(S)$ fica bastante evidente a semelhança com o *payoff* de opções de compra tradicionais. O que iremos demonstrar a seguir é que é possível decompor o comportamento do valor do *carried interest* descrito naquela figura e naquelas equações em opções de compra tradicionais simples.

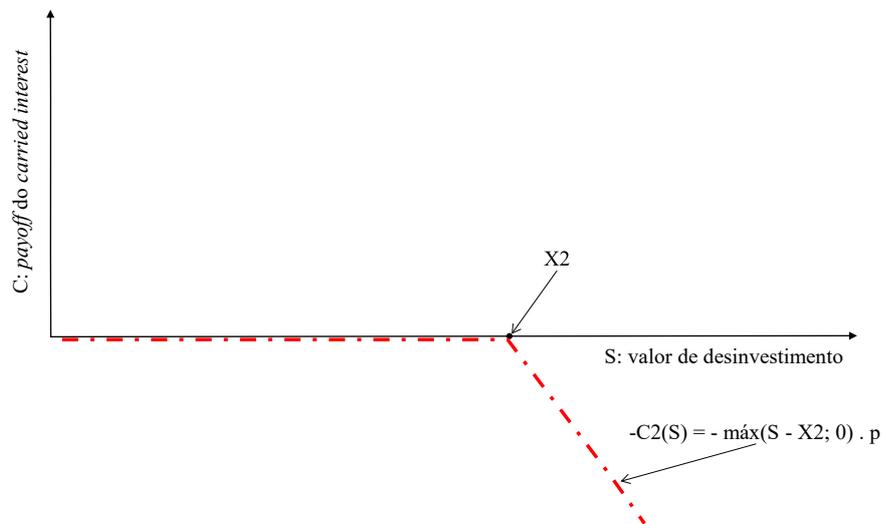
As duas primeiras seções da curva da Figura 2 correspondem ao *payoff* da compra de uma opção de compra com preço de exercício $X1$. Note-se, porém, que o resultado financeiro (*payoff*) é multiplicado pelo fator “p”. Isso é equivalente a considerar que o gestor do fundo compra uma opção de compra de “p” unidades do fundo nesse primeiro componente do *carried interest* e seu resultado é representado pela função $C1(S)$ na figura a seguir.

Figura 3 – Componente 1: compra de “p” opções de compra com preço de exercício X1



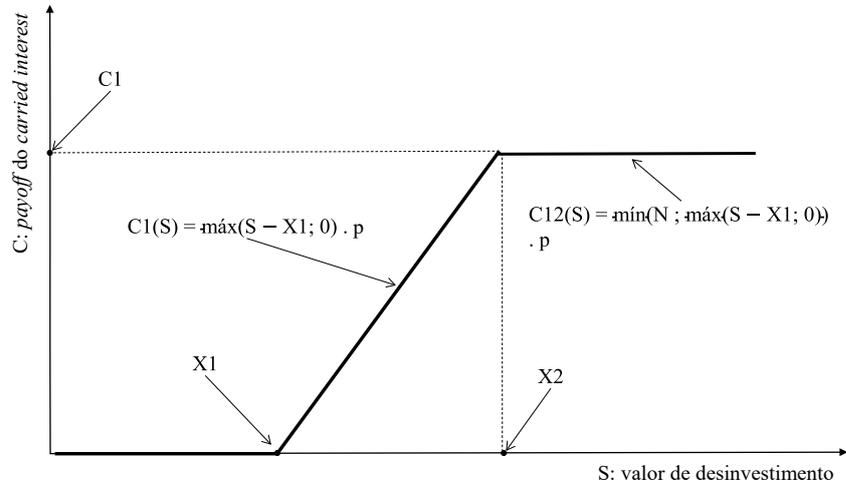
O segundo componente corresponde à venda de “p” unidades de uma opção de compra sobre os ativos do fundo com preço de exercício igual a $X2$. O *payoff* dessa venda é representado por $-C2(S) = -\max(S - X2; 0) \cdot p$.

Figura 4 – Componente 2: venda de “p” opções de compra com preço de exercício X2



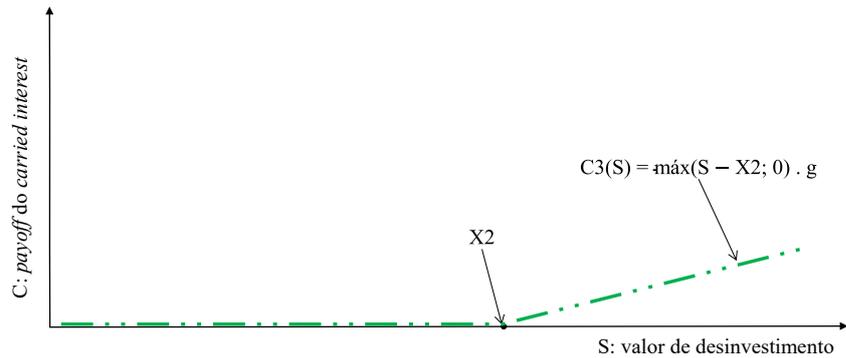
A curva de *payoff* resultante, $C12(S)$, acompanha o componente 1 até que o valor dos ativos do fundo atinja $X2$, quando os ganhos com o componente 1 são anulados pelas perdas com o componente 2 – o *payoff* torna-se constante e igual a $N \cdot p$.

Figura 5 – Resultado conjunto dos componentes 1 e 2



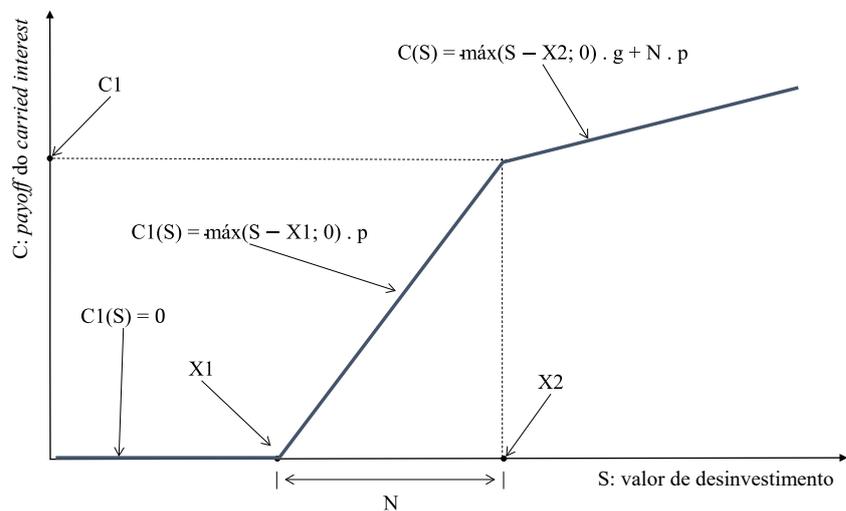
O último componente a ser acrescentado é a compra de “g” unidades de uma opção de compra sobre os ativos do fundo com preço de exercício $X2$. O *payoff* desse componente é $C3(S) = \max(S - X2; 0) \cdot g$.

Figura 6 – Componente 3: compra de opção de compra com preço de exercício $X2$



O resultado desse componente, ao ser somado aos componentes anteriores, dá à equação do valor do *carried interest* a forma final, $C(S)$.

Figura 7 – Resultado conjunto dos componentes 1, 2 e 3



Portanto, o *payoff* final do *carried interest* é a soma dos três componentes indicados anteriormente, e o seu valor justo pode ser calculado pela soma dos valores justos dos componentes. Nesse caso, podem ser aplicadas as equações do modelo BSM [14] para opções de compra tipo europeia sem distribuição de dividendos.

De acordo com o comportamento conhecido do modelo BSM, é de se esperar que o componente $C1(S)$ tenha maior peso no valor global do *carry*, pois tem preço de exercício $X1$ inferior ao dos demais componentes, sendo o parâmetro “ p ” igual ao do componente $C2(S)$ e, nos casos práticos, maior que o parâmetro “ g ” do componente $C3(S)$. Por conta também desses parâmetros, espera-se que o valor absoluto do componente $C2(S)$ seja superior ao valor absoluto do componente $C3(S)$.

Nos casos mais concretos, as simplificações listadas anteriormente não são confirmadas, pois:

- os aportes dos cotistas e o investimento do fundo em ativos são feitos ao longo de um período de tempo que pode estender-se por meses ou anos;
- o fundo desinveste de seus ativos ao longo de meses ou anos;
- parte ou todas as despesas do fundo são cobertas por aportes dos cotistas, de modo que uma parte do capital não é convertida em investimentos em ativos do fundo; e
- o fundo recebe receitas e distribui resultados parciais ao longo do tempo para os cotistas e para o gestor, por vezes antes que o ciclo completo de investimento e desinvestimento se complete; logo, existe a possibilidade de acionar-se a cláusula de *clawback*.

Nesses casos mais complexos, métodos numéricos devem ser aplicados para o cálculo do valor justo do *carried interest*, por exemplo, simulação de Monte Carlo. Não obstante, os resultados finais devem apresentar forma substancialmente semelhante aos das figuras anteriores do modelo simplificado, como será visto na próxima seção.

É interessante notar que, conforme se combinam pares dos três componentes do *carry*, as combinações assemelham-se a algumas outras opções ou estratégias de opções conhecidas. Por exemplo:

- Ao combinarmos os componentes $C1(S)$ e $C2(S)$, obtém-se um *bull call spread* para compra de “ p ” opções de compra com preço de exercício $X1$ e venda de “ p ” opções de venda do mesmo ativo ao preço de exercício $X2$.
- Ao combinar os componentes $C2(S)$ e $C3(S)$, e considerando-se que o parâmetro “ p ” de *catch-up* é maior que o parâmetro “ g ” de participação-alvo do gestor nos retornos excedentes, forma-se o *payoff* de venda de uma opção de compra para uma quantidade de $(p - g)$ com preço de exercício igual a $X2$.

ANÁLISE

Para facilitar o entendimento do modelo, analisaremos dois exemplos numéricos. Inicialmente demonstraremos o comportamento e a avaliação de um exemplo numérico do modelo simplificado da seção anterior e, na sequência, faremos o mesmo exercício para um exemplo mais complexo. Dessa forma, poderemos verificar quais são as semelhanças entre os dois comportamentos e como as mudanças nos parâmetros afetam os resultados nos dois casos.

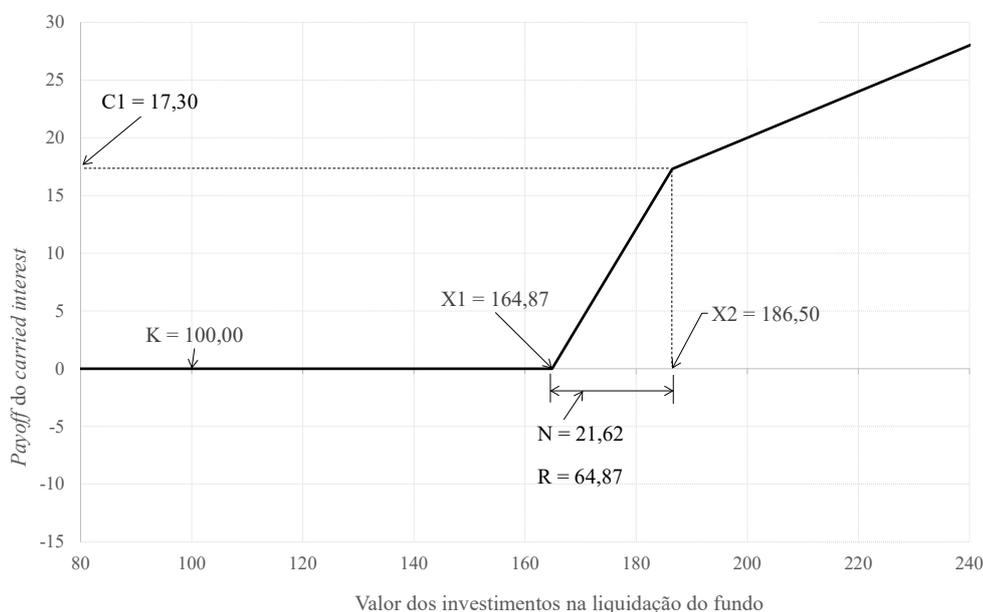
Para o modelo simplificado, serão considerados os seguintes parâmetros:

Tabela 1 – Parâmetros de *carried interest* para um exemplo simplificado

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Investimento = valor inicial do ativo - ano 0	$K = S_0$	\$	100
Retorno preferencial	i	% a.a. sobre investimento	10%
Vida do investimento	T	anos	5
Participação-alvo do gestor	g	% distribuição	20%
Distribuição para gestor no <i>catch-up</i>	p	% distribuição	80%
Taxa de juros sem risco	r	% a.a.	5%
Volatilidade dos retornos	s	% a.a.	30%

O gráfico a seguir resume o comportamento do *payoff* do *carried interest* e de seus três componentes para esses parâmetros.

Gráfico 1 – *Payoff* do *carried interest* para exemplo simplificado



Aplicando-se as equações do modelo BSM, encontramos os seguintes valores para o *carried interest* e seus componentes:

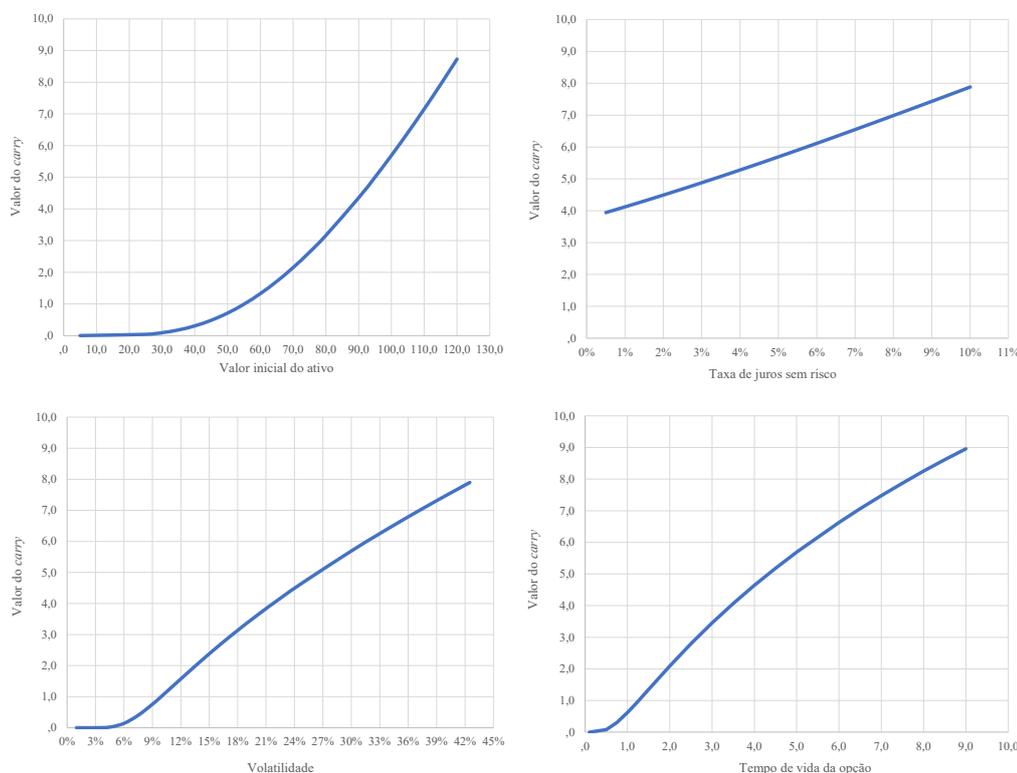
Tabela 2 – Valor do *carried interest* e seus componentes pelo modelo BSM

Parâmetros	Componente			Carry
	1	2	3	
	Comprar	Vender	Comprar	
S_0	100,00	100,00	100,00	
X_1, X_2	164,87	186,50	186,50	
r	0,05	0,05	0,05	
s	0,30	0,30	0,30	
T	5,00	5,00	5,00	
d_1	(0,0373)	(0,2210)	(0,2210)	
d_2	(0,7081)	(0,8918)	(0,8918)	
$N(d_1)$	0,4851	0,4126	0,4126	
$N(d_2)$	0,2394	0,1862	0,1862	
C	17,77	14,20	14,20	
Quantidade de opções	0,80	- 0,80	0,20	
Total	14,21	(11,36)	2,84	5,69

O exemplo numérico ilustra a comparação entre a contribuição relativa dos três componentes que fizemos na seção anterior: em valor absoluto, o primeiro componente tem maior peso que os demais componentes, e o segundo componente tem maior peso que o terceiro.

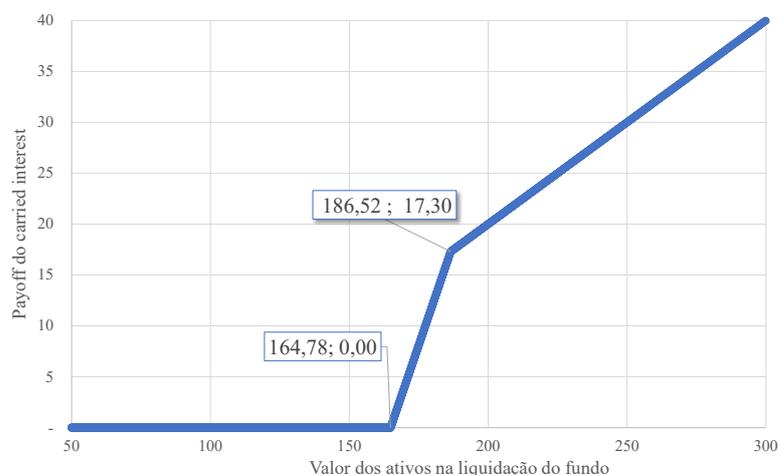
Os gráficos a seguir ilustram o comportamento do valor do *carry* em nosso exemplo para variações nos principais parâmetros do valor do *carry*: valor inicial do ativo, taxa de juros sem risco, volatilidade do retorno do ativo e vida do fundo. Nesses gráficos vê-se que o valor do *carry* se comporta tal qual uma opção de compra comum do modelo BSM em relação aos principais parâmetros, isto é, ele cresce estritamente com o aumento do valor inicial do ativo-base, da taxa de juros, da volatilidade e do tempo de vida.

Gráfico 2 – Sensibilidade do valor do *carry* aos parâmetros principais



Para verificar a acurácia do cálculo do valor do *carried interest* pelo modelo BSM, refizemos o trabalho utilizando a simulação de Monte Carlo sobre as regras do *waterfall*. Para isso, desenvolvemos um algoritmo em Microsoft Excel que reproduz o escalonamento de distribuição da Figura 1 e aplica a simulação de Monte Carlo. O algoritmo projeta os valores futuros dos ativos investidos pelo processo geométrico browniano com amostra de 10.000 pontos. O gráfico a seguir traça os pontos dessa amostra em termos de valor do *carried interest* contra o valor dos ativos na liquidação do fundo. Note-se que a forma do gráfico é materialmente idêntica à do Gráfico 1, e os pontos de inflexão de ambos os gráficos são também materialmente próximos.

Gráfico 3 – Valor do *carried interest* calculado por simulação de Monte Carlo



A tabela a seguir apresenta o resumo dos resultados da simulação e sua comparação com o modelo BSM.

Tabela 3 – Comparação do cálculo do valor do *carried interest* por métodos alternativos

	Componente			Carry
	1	2	3	Total
Monte Carlo	14,27	(11,42)	2,85	5,71
BSM	14,21	(11,36)	2,84	5,69
Diferença	(0,05)	0,05	(0,01)	(0,01)
Diferença	-0,37%	-0,46%	-0,46%	-0,24%

Em um segundo exemplo, desdobramos o aporte de capital dos cotistas em duas parcelas iguais¹, uma no início da vida do fundo ($t = 0$) e a outra no final do seu primeiro ano de vida ($t = 1$). Todos os demais parâmetros são iguais aos da Tabela 1, isto é, supõe-se que o fundo desinveste a totalidade do portfólio no último ano. A distribuição do capital em parcelas iguais foi feita apenas para simplificar o exemplo. Poderíamos ter assumido parcelas de aporte de capital diferentes, sem que isso modificasse a forma de cálculo.

Nesse caso, também podemos desdobrar a análise de decomposição do *carried interest* para cada parcela de contribuição de capital dos cotistas. Por simplicidade, assumimos que os valores futuros de cada parcela seguem o mesmo processo geométrico browniano com correlação próxima de 1. Essa premissa é razoável para os fundos com portfólios concentrados em setores de negócio semelhantes e correlacionados – por exemplo, fundos especializados em agronegócio ou infraestrutura energética – ou fundos cujos portfólios são amplamente diversificados e seus aportes ao longo do tempo mantêm um perfil de diversificação relativamente uniforme. Nesses casos, mantém-se a hipótese subjacente no modelo BSM de volatilidade constante ao longo do período de avaliação.

Sob essas suposições, cada aporte de capital dos cotistas no fundo desdobra-se nas três opções de compra que compõem o exemplo simplificado, totalizando seis componentes, as quais podem ser avaliadas separadamente, levando em conta a diferença de um ano nas vidas das opções correspondentes a cada aporte. A próxima tabela resume os parâmetros de entrada.

¹ A distribuição do capital em parcelas iguais foi feita apenas para simplificar o exemplo. Poderíamos ter assumido parcelas de aporte de capital diferentes, sem que isso modificasse a forma de cálculo.

Tabela 4 – Parâmetros de *carried interest* para contribuição de capital em duas parcelas

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Investimento = valor inicial do ativo - ano 0	K0 = S0	\$	50
Investimento = valor inicial do ativo - ano 1	K1 = S1	\$	50
Retorno preferencial	i	% a.a. sobre investimento	10%
Vida do investimento ano 0	T	anos	5
Vida do investimento ano 1	T	anos	4
Participação-alvo do gestor	g	% distribuição	20%
Distribuição para gestor no <i>catch-up</i>	p	% distribuição	80%
Taxa de juros sem risco	r	% a.a.	5%
Volatilidade dos retornos	s	% a.a.	30%

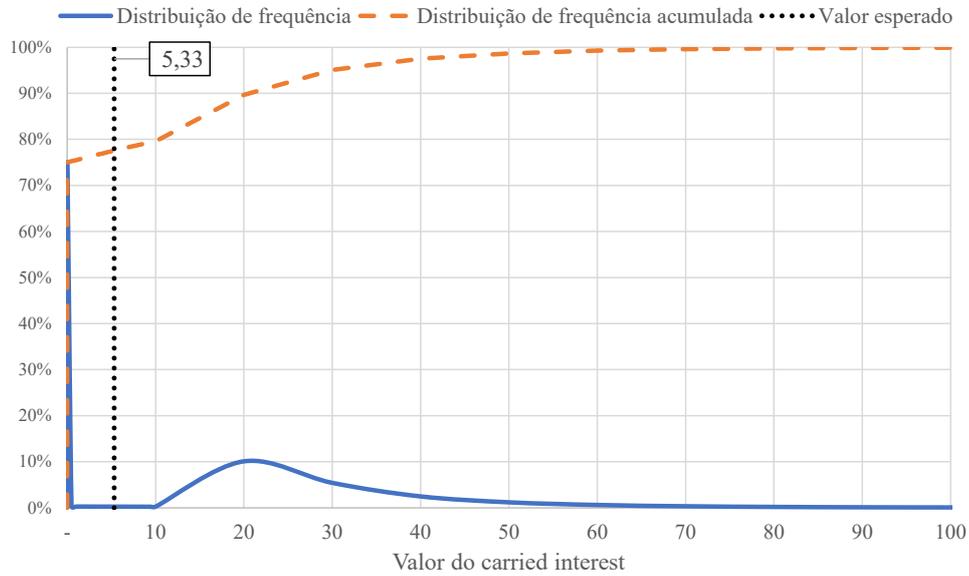
Aplicamos as equações do modelo BSM em cada parcela de contribuição de capital e calculamos o valor das respectivas três componentes, conforme a próxima tabela.

Tabela 5 – Valor do *carried interest* para contribuição de capital em duas parcelas

Parâmetros	Contribuição de capital do ano 0			Carry	Contribuição de capital do ano 1			Total	
	Componente				Componente				
	1	2	3		1	2	3		
	Comprar	Vender	Comprar		Comprar	Vender	Comprar		
S0, S1	50,00	50,00	50,00		50,00	50,00	50,00		
X1, X2	82,44	93,25	93,25		74,59	82,79	82,79		
r	5,00%	5,00%	5,00%		5,00%	5,00%	5,00%		
s	30,00%	30,00%	30,00%		30,00%	30,00%	30,00%		
T	5,00	5,00	5,00		4,00	4,00	4,00		
d1	(0,0373)	(0,2210)	(0,2210)		(0,0333)	(0,2071)	(0,2071)		
d2	(0,7081)	(0,8918)	(0,8918)		(0,6333)	(0,8071)	(0,8071)		
N(d1)	0,4851	0,4126	0,4126		0,4867	0,4180	0,4180		
N(d2)	0,2394	0,1862	0,1862		0,2633	0,2098	0,2098		
C	8,88	7,10	7,10		7,86	6,35	6,35		
Quantidade de opções	0,80	-0,80	0,20		0,80	-0,80	0,20		
Total	7,11	(5,68)	1,42	2,85	6,28	(5,08)	1,27	2,47	5,32

Como no exemplo anterior, a fim de verificar a consistência do cálculo e do modelo, desenvolvemos um algoritmo em Microsoft Excel que reproduz o escalonamento de distribuição da Figura 1 e aplica a simulação de Monte Carlo. O algoritmo projeta os valores futuros das contribuições de capital dos anos 0 e 1 pelo mesmo processo geométrico browniano – supondo-se, portanto, correlação entre os valores futuros igual a 1. Foram gerados 10.000 pontos na amostra da simulação e aplicados na projeção dos valores futuros, gerando a mesma quantidade de valores de *carry*. O próximo gráfico descreve as curvas de frequência absoluta e acumulada do valor *do carried interest*, que resultam da simulação de Monte Carlo, e destaca o valor esperado.

Gráfico 4 – Distribuição de frequência do *carry* para contribuição de capital em duas parcelas



Aplicamos uma segunda verificação do cálculo do valor, dessa vez desdobrando os cálculos para as três componentes de cada uma das duas parcelas de contribuição de capital, conforme descritas nas Figuras 3, 4 e 5. Isso permite aferir a razoabilidade do cálculo do valor de cada parcela da contribuição de capital obtida na Tabela 4. Nessa verificação utilizamos a mesma simulação de Monte Carlo descrita no parágrafo anterior. A próxima tabela resume os resultados.

Tabela 6 – Comparação de métodos de cálculo do valor do *carry* e componentes para contribuição de capital em duas parcelas

	Contribuição de capital do ano 0				Contribuição de capital do ano 1				Total			
	Componente			Carry	Componente			Carry	Componente			Carry
	1	2	3		1	2	3		1	2	3	
Equações BSM	7,11	-5,68	1,42	2,85	6,28	-5,08	1,27	2,47	13,39	-10,76	2,69	5,32
Monte Carlo	7,13	-5,71	1,43	2,85	6,30	-5,10	1,28	2,48	13,44	-10,81	2,70	5,33
Diferença	-0,03	0,03	-0,01	-0,01	-0,02	0,02	0,00	0,00	-0,05	0,04	-0,01	-0,01
Diferença	-0,37%	-0,46%	-0,46%	-0,24%	-0,30%	-0,37%	-0,37%	-0,19%	-0,34%	-0,41%	-0,41%	-0,22%

Podemos verificar que essas diferenças permanecem diminutas para faixas amplas de parâmetros de entrada, atingindo patamares superiores a $\pm 5\%$ para valores extremos dos parâmetros, por exemplo, volatilidade acima de 95% a.a.

É interessante notar que tanto o comportamento do *payoff* quanto o comportamento do valor do *carry* nesse exemplo em muito se assemelham ao comportamento do exemplo anterior, como demonstram os dois gráficos a seguir.

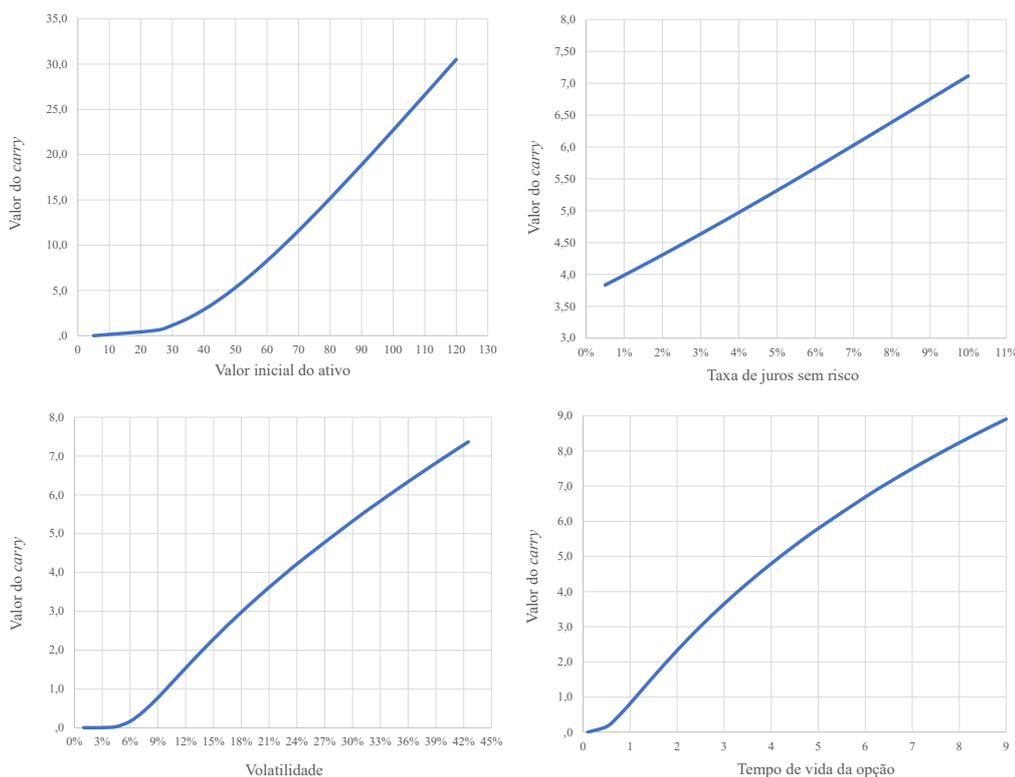
No Gráfico 5, a curva do *payoff* gerada na simulação de Monte Carlo mantém os dois pontos de inflexão correspondentes aos preços de exercício dos componentes. Os respectivos valores correspondem à soma dos preços de exercício do primeiro componente (X_1 e X_2 em nosso modelo) das contribuições do ano 0 e do ano 1. De acordo com a Tabela 5, o valor teórico de X_1 é $157,03 = 82,44 + 74,59$ e o de X_2 é $176,04 = 93,25 + 82,79$, que são materialmente próximos aos gerados na simulação.

Gráfico 5 – Valor do *carry* por simulação – contribuição de capital em duas parcelas



O Gráfico 6 demonstra que, mesmo nesse exemplo com contribuição de capital em múltiplos períodos, a sensibilidade do valor do *carry* aos parâmetros principais segue as mesmas tendências do exemplo anterior e do modelo BSM.

Gráfico 5 – Sensibilidade do *carry* com contribuição de capital em duas parcelas



Sob as mesmas hipóteses e restrições anteriormente descritas, pode-se desdobrar o cálculo do valor do *carry* para contribuição de capital em qualquer número de períodos. Entretanto, o mesmo não se aplica quando o desinvestimento e a distribuição de resultados do fundo ocorrem em diferentes períodos de tempo. Nesses casos, os parâmetros de preço de exercício dos componentes do modelo não são estáticos, mas dependem dos valores realizados de desinvestimento e distribuição de resultados dos períodos anteriores. Em outras palavras,

aqueles parâmetros dependem da trajetória (*path dependent*) de valores realizados no desinvestimento do fundo ao longo do período.

Como ocorre com opções de compra tradicionais com preços de exercício *path dependent*, não há fórmulas fechadas para calcular seu valor – é necessário aplicar métodos numéricos. Não obstante, é possível demonstrar por meio de exemplos numéricos com simulação de Monte Carlo que o comportamento do *payoff* e o comportamento do valor do *carry* nesses casos mais complexos se assemelham aos descritos pela Figura 2 e pelo Gráfico 2.

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Este trabalho procurou demonstrar que o valor da remuneração variável dos gestores de fundos de investimento, o *carried interest*, se comporta de forma semelhante a um conjunto de opções de compra sobre o valor de desinvestimento dos ativos do fundo. Essas opções de compra têm como parâmetros principais o tempo de desinvestimento – correspondendo ao vencimento das opções –, o valor do investimento inicial – correspondendo ao valor do ativo subjacente das opções no início da vida das opções – e os preços de exercício que se definem em função do investimento inicial, do retorno mínimo comprometido com os cotistas do fundo e dos parâmetros de alcance (*catch-up*) da participação-alvo do gestor nos retornos excedentes do fundo.

Demonstrou-se que, em casos menos complexos de fluxo de caixa do fundo, o valor do *carry* pode ser calculado aplicando-se as equações do modelo BSM ao conjunto de opções de compra que compõem o *carry*, resultando em valores materialmente próximos aos que se obteria aplicando-se métodos numéricos, mas com um esforço computacional significativamente menor. O trabalho também explorou a variação do valor do *carry* como função dos parâmetros principais – valor inicial dos ativos, tempo de vida, volatilidade e taxa de juros –, concluindo que a variação segue de perto o comportamento esperado de opções de compra tradicionais.

Dessas conclusões podem ser feitas algumas reflexões a respeito do papel do *carry* como remuneração e mecanismo de incentivo ao gestor do fundo. Opções de compra tradicionais podem ter função de seguro (*hedge*) para proteger investimentos anteriores, ou podem configurar investimento especulativo sobre a tendência de evolução do valor dos ativos investidos pelo fundo. O gestor do fundo em muitos casos pode ser também cotista investidor do fundo, mas sua responsabilidade como gestor não inclui aportar recursos financeiros no fundo; logo, na comparação com opções tradicionais, parece mais apropriado atribuir ao *carry* uma função de investimento especulativo do gestor nos ativos do fundo. Sendo o *carry* semelhante a opções de compra, o gestor assume uma posição altista ou *bullish*, isto é, investe na esperança de aumento do valor dos ativos. Essa posição alinha-se com os interesses dos cotistas ou faz do *carry* um instrumento eficaz de incentivo.

A eficiência do incentivo, porém, depende de alguns dos seguintes parâmetros: a taxa de retorno mínima prometida aos cotistas, a participação-alvo nos retornos excedentes e a velocidade de alcance (*catch-up*) da participação-alvo. Na comparação com opções de compra, a TIR mínima tem o efeito de aumentar o preço de exercício e diminuir o valor do *carry* para o gestor; portanto, a calibragem da TIR mínima tem efeito importante no incentivo aos gestores. Superada aquela taxa de retorno, a remuneração do gestor passa a ser função da participação-alvo e da velocidade com que essa participação pode ser alcançada. Logo, o ajuste dos percentuais de *catch-up* e de participações-alvo mais elevadas vai gerar maior ou menor incentivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Comissão de Valores Imobiliários – CVM, **Instrução CVM nº 558**, de 26 de março de 2015.
- [2] MÜLLER, K. *Investing in private equity partnerships: the role of monitoring and reporting*. 1a. ed. Wiesbaden: Gabler Verlag, 2008.
- [3] SCHELL, J.M. *Private equity funds: business structure and operations*. Nova Iorque: Law Journal Press, 2004.
- [4] DEMARIA, C. *Private equity fund investments: new insights on alignment of interests, governance, returns and forecasting*. 1a. ed. Londres: Palgrave MacMillan, 2015.
- [5] *Private-equity fund*. In: WIKIPEDIA: a enciclopédia livre. [San Francisco, CA: Fundação Wikimedia], 2019. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Private-equity_fund. Acesso em: 20 jan. 2021.
- [6] *Management fee*. In: WIKIPEDIA: a enciclopédia livre. [San Francisco, CA: Fundação Wikimedia], 2021. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Management_fee. Acesso em: 20 jan. 2021.
- [7] *Job Search Digest. The private equity professional's guide to carried interest*. Disponível em: <https://www.jobsearchdigest.com/private-equity-jobs/career-advice/carried-interest-guide/>. Acesso em: 25 jan. 2020.
- [8] Minardi, A. *et al. Remuneração de profissionais de Private Equity no Brasil*. In: Webinars Insper. [São Paulo: INSPER Instituto de Ensino e Pesquisa], 2021. Disponível em: <https://www.insper.edu.br/agenda-de-eventos/remuneracao-de-profissionais-de-private-equity-no-brasil/>. Acesso em: 19 mai. 2021.
- [9] *Job Search Digest. The The many flavors of carry*. Disponível em: <https://www.jobsearchdigest.com/private-equity-jobs/career-advice/the-many-flavors-of-carry/>. Acesso em: 25 jan. 2020.
- [10] KOHN, A.H.; ORINGER, A.L.; RABITZ, S.W. *Taxation of carried interests for senior-level fund managers*. In: New York State Society of Certified Public Accountants. *Tax Stringer*. Nova Iorque, 1º de out. 2019. Disponível em: <http://www.nysscpa.org/news/publications/the-tax-stringer/stringer-article-for-authors/taxation-of-carried-interests-for-senior-level-fund-managers>. Acesso em: 25 mar. 2020.
- [11] JOHNSTON, M. *Carried interest: a loophole in America's Tax Code*. In: Investopedia, LLC. *Investopedia*. Nova Iorque, 3 dez. 2019. Disponível em: <https://www.investopedia.com/articles/investing/102515/carried-interest-loophole-americas-tax-code.asp>. Acesso em: 25 jan. 2020.
- [12] HERZIG, D.J. *Carried interest: can they effectively be taxed?* Ohio State Entrepreneurial Business Law Journal, vol. 4, no. 22, 2009.
- [13] DAVISON, I.; VERSPRILLE, A. *Biden Aims at Top 0.3% with Bid to Tax Capital Like Wages*. *Bloomberg*. Nova Iorque, 23 de abril de 2021. Disponível em: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2021-04-23/biden-aims-at-top-0-3-with-bid-to-tax-capital-gains-like-wages>. Acesso em 27 abr. 2021.
- [14] BLACK, F.; SCHOLES, M. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy, vol. 81, no. 3, maio-junho de 1973.