



## **AVALIAÇÃO DA SEGURANÇA ESTRUTURAL DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO PROJETADOS COM ANÁLISE AVANÇADA**

### **Structural safety assessment of steel frames designed by advanced analysis**

Daniilo Luiz Santana Mapa (1); Marcílio Sousa da Rocha Freitas (2); Ricardo Azoubel da Mota Silveira (3)

(1) Doutorando em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

(2) e (3) Dr. Prof., Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, Brasil.

Email para Correspondência: danilomapa@gmail.com; (P) Apresentador

**Resumo:** A análise avançada de pórticos de aço resulta em estruturas mais seguras e econômicas, pois considera o comportamento não linear das estruturas e a capacidade de carga última do sistema estrutural. A aplicação de métodos de análise de confiabilidade possibilita avaliar o nível de segurança de estruturas projetadas com análise avançada em termos probabilísticos, através da avaliação direta da confiabilidade do sistema estrutural. No presente trabalho foi empregado o método analítico FORM (First Order Reliability Method) na avaliação da segurança de pórticos planos de aço considerando a aleatoriedade das variáveis de projeto mais significativas, que são as propriedades do material, os carregamentos externos aplicados e as propriedades geométricas das seções transversais dos perfis de aço. As análises avançadas foram realizadas via método dos elementos finitos e consideraram a não linearidade geométrica, a não linearidade física do aço e imperfeições geométricas iniciais dos pórticos. Os resultados obtidos para os pórticos planos de aço analisados indicaram que a segurança estrutural é significativamente afetada quando se incorpora na análise de confiabilidade os efeitos não lineares através da análise avançada do sistema estrutural.

*Palavras chaves: pórticos de aço; análise avançada; confiabilidade do sistema; segurança estrutural; efeitos não lineares.*

**Abstract:** Advanced analysis of steel frames results in safer and more economical structures due to the non-linear behavior of the structures and the ultimate load capacity of the structural system are taken into account. Reliability methods allow the evaluation of the safety level of structures designed by advanced analysis in probabilistic terms, by the direct evaluation of the reliability of the structural system. In the present work, the First Order Reliability Method (FORM) was used to evaluate the safety of steel frames taking into account the uncertainties of the most significant design variables, which are the properties of the material, the applied external loads and the geometric properties of the cross sections of the steel profiles. The advanced analyses were performed using the finite element method and considered the geometric nonlinearities, the inelasticity of the steel and also the initial geometric imperfections of the portal frames. The results obtained for the analyzed steel frames indicated that structural safety is significantly affected when the nonlinear effects are incorporated in the reliability analysis by the advanced analysis of the structural system.

**Keywords:** *steel frames; advanced analysis; system reliability; structural safety; nonlinear effects.*



## 1 INTRODUÇÃO

As estruturas de aço são amplamente utilizadas na construção civil por apresentarem alta resistência, boa ductilidade e rápida fabricação e montagem. Atualmente as normas estruturais recomendam procedimentos comuns para o projeto de pórticos de aço que são: realizar a análise estrutural para obtenção dos esforços solicitantes nos elementos da estrutura para todas as combinações de ações; e verificar a segurança estrutural de cada elemento do pórtico para os estados limites especificados nas normas, através do Método dos Estados Limites. No entanto essa abordagem possui inconvenientes, pois as normas permitem a realização de análise elástica dos pórticos de aço sem a consideração direta dos efeitos devidos as não linearidades física e geométrica.

O conceito de análise avançada surgiu com o propósito de superar o inconveniente acima mencionado, através do emprego da análise inelástica (não linearidade física) de segunda ordem (não linearidade geométrica) dos pórticos de aço de forma a considerar todos os efeitos significativos do comportamento estrutural não linear. O projeto por análise avançada utiliza análises estruturais não lineares para prever o desempenho do sistema estrutural.

Recentes avanços na análise estrutural não linear tornaram possível projetar uma estrutura de aço como um sistema, em vez de um conjunto de elementos estruturais independentes. Uma análise inelástica rigorosa pode determinar com precisão as interações complexas entre elementos de um sistema estrutural, e pode capturar o efeito benéfico da redistribuição de esforços que ocorre após a formação de rótulas plásticas, o que leva ao projeto de estruturas mais leves e econômicas.

No entanto, o progresso relatado na área de análise estrutural não foi acompanhado por um progresso na verificação da segurança estrutural, pois o Método dos Estados Limites continua sendo amplamente empregado, embora suas limitações sejam conhecidas (Ellingwood *et al.*, 1982). A formação da primeira rótula plástica em um elemento individual da estrutura, verificada nos estados limites últimos, não conduz necessariamente à falha de todo o sistema estrutural, devido à redundância da estrutura ou à redistribuição de esforços. Há uma diferença evidente entre o nível de confiabilidade do sistema estrutural e os níveis de confiabilidade dos elementos estruturais, porque a capacidade estrutural relaciona-se não apenas com as capacidades dos elementos individuais, mas também com a ductilidade e redundância estrutural (Hendawi & Frangopol, 1994).

O Método dos Estados Limites utiliza coeficientes parciais de segurança aplicados sobre as ações atuantes e sobre as resistências nominais, entretanto, o uso desses coeficientes não permite o conhecimento do nível de segurança do sistema estrutural em serviço. Embora este método esteja consolidado e seja bem aceito por projetistas na verificação da segurança estrutural, é apropriado avaliar a segurança de estruturas usando métodos de confiabilidade mais avançados.

Segundo Madsen *et al.* (2006), os métodos de confiabilidade estrutural são divididos em níveis. O método dos estados limites que emprega coeficientes parciais de segurança para cada variável incerta de projeto é classificado como método de nível I. Se for

utilizada a função densidade de probabilidade das variáveis incertas para a determinação da probabilidade de falha da estrutura são chamados de métodos de nível III. No presente trabalho foi utilizado método de confiabilidade de nível III na avaliação dos níveis de segurança das estruturas, utilizando-se análise estrutural avançada. O método de nível III empregado no presente trabalho permite conhecer o real nível de segurança de estruturas, usualmente projetadas por métodos de nível I.

Embora a norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008) disponibilize diretrizes para o projeto de estruturas por meio de análise avançada, em nenhuma pesquisa anterior incorporou-se nessa análise a aleatoriedade das variáveis de projeto e avaliou-se o nível de segurança de pórticos de aço projetados por análise avançada.

O objetivo geral deste artigo é apresentar e discutir os resultados das análises de confiabilidade estrutural de exemplos de estruturas planas de aço via análise estrutural avançada, considerando o comportamento não linear geométrico e a não linearidade física do aço. Foi utilizada nas análises de confiabilidade a ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que emprega o método analítico FORM (*First Order Reliability Method*) para avaliar a probabilidade de falha da função de desempenho formulada para estado limite último relacionado ao colapso plástico.

## 2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Na análise de confiabilidade estrutural, a máxima solicitação,  $S$ , e a resistência disponível,  $R$ , são modeladas por variáveis aleatórias. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento ( $R > S$ ) durante toda vida útil da estrutura em termos de probabilidade.

A falha ocorre se  $R$  for menor do que  $S$  e esse evento pode ser representado em termos de probabilidade como  $P(R < S)$ . Para as variáveis aleatórias  $R$  e  $S$  com distribuições de probabilidade conhecidas, contínuas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha  $P_f$  pode ser calculada através da seguinte expressão (Ang & Tang, 1984):

$$P_f = P(R < S) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{S > R} f_R(r) \cdot f_S(s) \cdot dr \cdot ds = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (1)$$

O cálculo da probabilidade de falha utilizando a Eq. (1) requer que as funções densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  sejam conhecidas. Na prática, essa informação nem sempre está disponível ou é difícil de ser obtida. Mesmo quando as funções de probabilidade são conhecidas, a avaliação numérica da Eq. (1) pode ser impraticável.

Se ambas as variáveis aleatórias  $R$  e  $S$  possuem distribuição normal e são estatisticamente independentes, então a variável aleatória  $Z$  pode ser introduzida como  $Z = R - S$ . Então a Eq. (1) pode ser utilizada para definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) \cdot dz = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_c) \quad (2)$$

Sendo  $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$ ,  $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ ,  $\Phi$  é a função distribuição cumulativa da distribuição normal padrão e  $\beta_c$  é o índice de confiabilidade de Cornell (1969), definido a seguir:

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3)$$

O índice de confiabilidade  $\beta_c$  foi introduzido na tentativa de se evitar as dificuldades conceituais e práticas decorrentes do uso da Eq. (1). Em sua implementação inicial, o índice de confiabilidade foi avaliado simplesmente em função das médias e dos desvios-padrão da resistência e da solicitação máxima, como indicado na Eq. (3). Posteriormente, o índice de confiabilidade passou a ser obtido por métodos analíticos baseados em aproximações em séries de Taylor de primeira ordem (método analítico FORM).

## 2.1 Método analítico FORM

No método FORM (*First-Order Reliability Method*), as variáveis aleatórias  $U$ , cujas distribuições são quaisquer e podem ser dependentes entre si ou não, são transformadas em variáveis  $V$  normais padrão estatisticamente independentes, sendo a função de falha  $G(U)$  escrita no espaço das variáveis reduzidas (espaço  $V$ ) como  $g(V)$ . Depois disto, a superfície de falha definida por  $g(V) = 0$  é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto com a menor distância até a origem, identificado como  $V^*$  (ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas).

Uma das etapas desse método é a transformação das variáveis  $U$  com distribuições quaisquer em variáveis  $V$  normais padrão estatisticamente independentes. Utiliza-se comumente a transformação de Nataf (Melchers, 1999) definida por:

$$V = \Gamma \sigma^{-1} (U - m) \quad (4)$$

Sendo  $m$  o vetor com as médias das variáveis  $U$ ,  $\sigma$  a matriz diagonal contendo os desvios padrão das variáveis  $U$  e  $\Gamma = L^{-1}$ , sendo  $L$  a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de  $U$ . Outra etapa importante desse método é a busca ao ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem do sistema reduzido, também denominado ponto de projeto  $V^*$ . Para encontrar o ponto de projeto, formula-se um problema de otimização  $P$  com uma restrição, tal que:

$$P: \text{minimizar } |V| \quad (5)$$

Sujeito a  $g(V) = 0$

Utiliza-se comumente o algoritmo denominado HLRF, desenvolvido por Hasofer & Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz & Fiessler (1978), para resolução do problema de otimização apresentado pela Eq. (5). O processo iterativo gerado pelo algoritmo HLRF caminha em busca do ponto resolvendo-se a seguinte equação:

$$V^{i+1} = \frac{1}{|\nabla g(V^i)|^2} \cdot \left[ \nabla g(V^i)^T V^i - g(V^i) \right] \cdot \nabla g(V^i) \quad (6)$$

Durante o processo iterativo determina-se o índice de confiabilidade  $\beta$  calculando-se a norma do vetor  $V^{i+1}$  e interrompe-se o processo quando a variação relativa do valor de  $\beta$  é inferior a uma tolerância estabelecida. De posse do índice de confiabilidade  $\beta$ , a probabilidade de falha pode ser obtida utilizando-se a Eq. (2). A Figura 1 fornece uma representação gráfica do método analítico FORM, indicando a aproximação linear da função de falha em  $V^*$  e o índice de confiabilidade  $\beta$ .

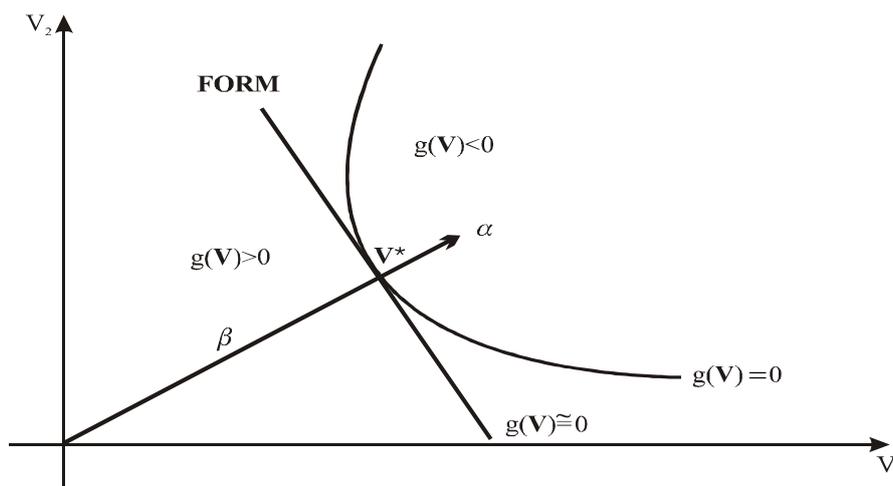


Figura 1. Representação gráfica do método analítico FORM

Fonte: (Sagrilo, 2004)

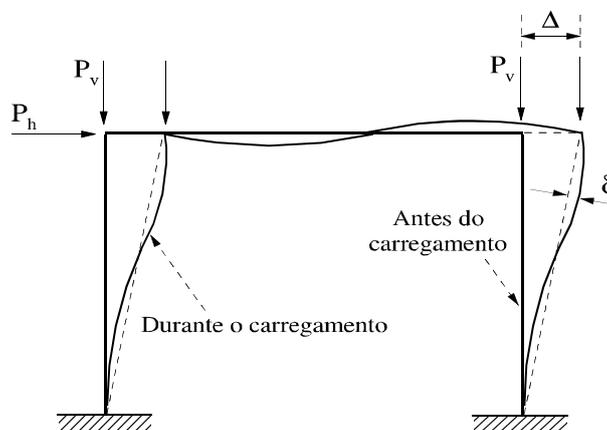
### 3 ANÁLISE ESTRUTURAL AVANÇADA

O emprego crescente de elementos estruturais leves e esbeltos e solicitações próximas à resistência limite do material tornam necessária a utilização de ferramentas avançadas de análise de estruturas. A análise avançada de estruturas é caracterizada quando efeitos não lineares são considerados na formulação do elemento estrutural. Dentre as fontes de não linearidade cita-se a não linearidade geométrica e a não linearidade física do material.

O comportamento não linear pode ser produzido por mudanças na geometria do pórtico durante o carregamento (Figura 2), o que é comumente referido na literatura como não linearidade geométrica ou efeitos de segunda ordem. Os principais efeitos geométricos relacionados à não linearidade geométrica são o efeito global P- $\Delta$  como resultado dos deslocamentos laterais na estrutura, e o efeito local P- $\delta$  nos elementos, associado com deformações locais relativas à corda entre os extremos do elemento.

Uma análise de segunda ordem rigorosa deve combinar os efeitos da teoria de grandes deslocamentos (equilíbrio analisado no estado deformado da estrutura) e o efeito da carga axial na rigidez dos elementos (cargas axiais incrementam as deformações laterais locais dos elementos). De forma a viabilizar essa análise de segunda ordem é

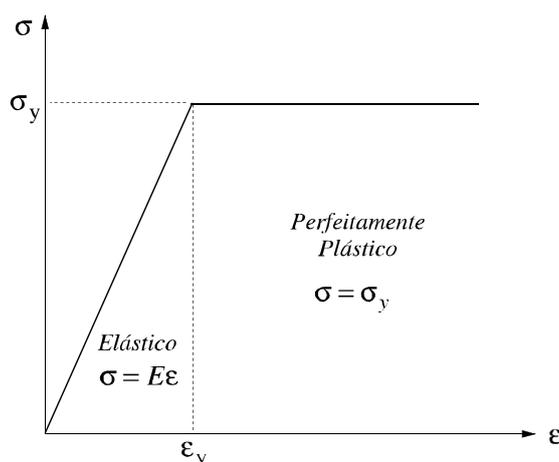
necessário empregar formulações numéricas adequadas para sua consideração na aplicação do método dos elementos finitos (Silva, 2009).



**Figura 2. Representação gráfica dos efeitos P-Δ e P-δ**

Fonte: (Silva, 2009)

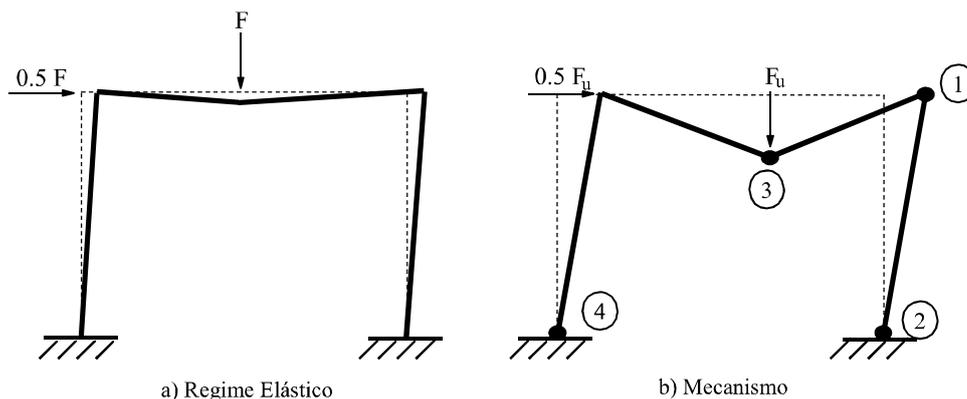
Outra fonte de não linearidade que deve ser considerada em uma análise estrutural avançada diz respeito a inelasticidade (não linearidade física) do material. Sabe-se que além do comportamento elástico, o aço também se comporta de forma inelástica. A inelasticidade do aço é o processo de escoamento das fibras causando alterações na distribuição de tensões na seção transversal do elemento à medida que os esforços internos atuantes nele aumentam. Essa característica favorece a redistribuição de esforços após a formação de rótulas plásticas. Por simplificação, o aço é idealizado como um material elástico-perfeitamente plástico e a Figura 3 apresenta o comportamento tensão deformação para esse caso.



**Figura 3. Diagrama tensão-deformação idealizado do aço**

Fonte: (Silva, 2009)

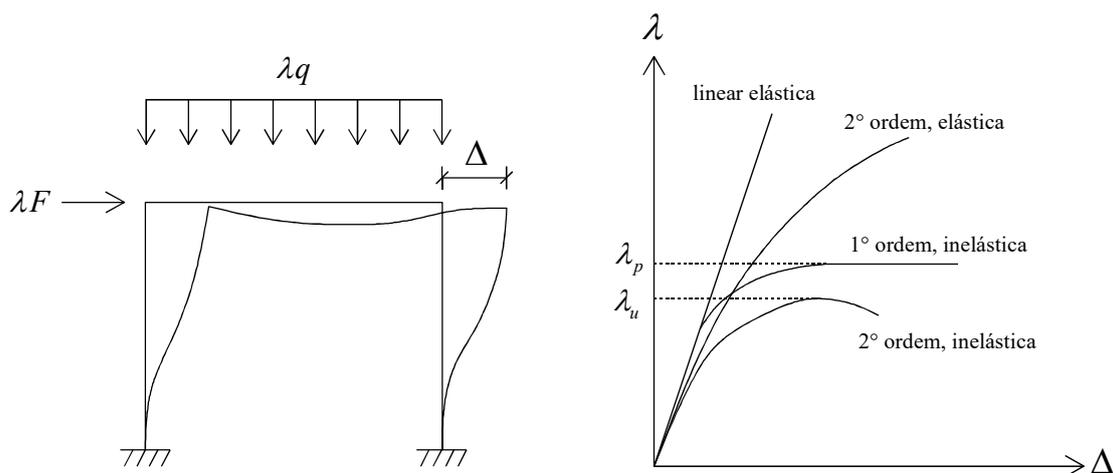
A Figura 4a representa um pórtico plano no regime elástico. Com o acréscimo de carga, inicia-se a sequência de formação de rótulas plásticas, indicada na Figura 4b pela numeração de 1 a 4. Ao se atingir a carga limite última  $F_u$  ocorre o desenvolvimento da quarta rótula plástica e acontece o mecanismo de colapso plástico do pórtico, no qual a estrutura passa a se deformar indefinidamente sem nenhum incremento de carga.



**Figura 4. Mecanismo em um pórtico plano**

Fonte: (Gonçalves, 2013)

A Figura 5 apresenta as respostas obtidas por diferentes métodos de análise estrutural de um pórtico metálico plano com ligações rígidas e sob a ação de carregamentos crescentes. A análise inelástica de segunda ordem, que considera as não linearidades física e geométrica simultaneamente, é o tipo de análise mais representativa do comportamento e da resistência de um sistema estrutural, sobretudo devido as complexas interações entre os membros estruturais e as redistribuições de esforços subsequentes a formação de rótulas plásticas.



**Figura 5. Respostas obtidas para por diferentes métodos de análise estrutural**

Fonte: (Autor, 2018)

### 3.1 Sistema computacional CS-ASA

No presente artigo, para realização da análise estrutural avançada dos pórticos planos de aço foi adotado o sistema computacional CS-ASA desenvolvido por Silva (2009) em linguagem Fortran 95. O CS-ASA (*Computational System for Advanced Structural Analysis*) realiza análises numéricas avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas baseado no método dos elementos finitos e foi utilizado no presente estudo para obtenção da carga limite que leva as estruturas ao colapso plástico, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da não linearidade física do aço.

Nas análises estruturais não lineares dos pórticos foi utilizada a formulação plástica refinada proposta por Liew *et al.* (1993) presente no CS-ASA (Silva, 2009), estratégia de incremento constante do parâmetro de carga, estratégia de iteração a carga constante, fator de carga incremental fixado em 1% do carregamento total, 1000 incrementos de carga, adotado o método de Newton-Raphson padrão como estratégia de solução não linear.

## 4 FUNÇÃO DE DESEMPENHO

A segurança de uma estrutura precisa ser avaliada com relação a critérios de desempenho pré-determinados. Os critérios de desempenho são geralmente expressos na forma de funções de estado limite, que são relações funcionais entre todos os efeitos de carga e parâmetros relacionados a resistência. A função de estado limite último define a segurança contra carregamentos extremos durante a vida útil da estrutura.

Na análise da confiabilidade de estruturas complexas, as funções de desempenho (equações de estados limites) geralmente são funções implícitas das variáveis aleatórias. No presente trabalho, as análises de confiabilidade realizadas foram uma combinação do método de análise de confiabilidade FORM e o método dos elementos finitos determinístico implementado no CS-ASA (Silva, 2009). A análise de confiabilidade dos pórticos planos foi realizada pela ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que possui funcionamento acoplado ao CS-ASA para avaliações do estado limite último a cada iteração do método analítico FORM.

A função de desempenho foi formulada em função da resistência ( $R$ ) limite última do sistema estrutural e em função da solicitação ( $S$ ) atuante no sistema estrutural. No presente trabalho propõe-se que a função de desempenho seja formulada conforme a Eq. (7) a seguir:

$$G(U) = 1 - \frac{S}{R} = 1 - \frac{1}{\lambda} \quad (7)$$

Na Equação (7) a resistência global da estrutura foi expressa em função de um fator adimensional de carga  $\lambda = R / S$ , que fornece quantas vezes a resistência ao colapso plástico da estrutura é maior do que a solicitação atuante, com base em análise inelástica de segunda ordem da estrutura. Esse fator também pode expressar a solicitação necessária para formação da primeira rótula plástica no sistema estrutural.

## 5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Serão apresentados nesta seção os resultados da análise de confiabilidade estrutural de duas estruturas planas de aço. As análises de confiabilidade foram realizadas mediante o emprego da ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que possibilitou avaliar os níveis de segurança dos estados limites últimos das estruturas.

No primeiro exemplo serão apresentados os resultados da análise de confiabilidade do pórtico plano de Vogel (1985), visando conhecer o nível de segurança da estrutura quando projetada pela norma NBR 8800 (ABNT, 2008). No segundo exemplo será apresentada uma viga contínua de três vãos com capacidade significativa para redistribuição de carga inelástica, onde foram investigados os níveis de segurança com relação ao colapso plástico da viga e com relação à formação da primeira rótula plástica na estrutura, visando conhecer o nível de segurança da estrutura quando projetada pela norma ANSI 360 (AISC, 2010).

### 5.1 Pórtico de Vogel

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural com relação ao estado limite último (Equação 7) do pórtico plano de Vogel (1985) apresentado na Figura 6, onde são mostradas a geometria, o carregamento atuante e as condições de apoio. O pórtico é composto por perfis laminados europeus HEB 300 para os pilares e perfil HEA 340 para a viga. Todos os perfis são feitos do mesmo material: aço com tensão de escoamento de  $235 \text{ MPa}$  e módulo de elasticidade longitudinal igual a  $200 \text{ GPa}$ .

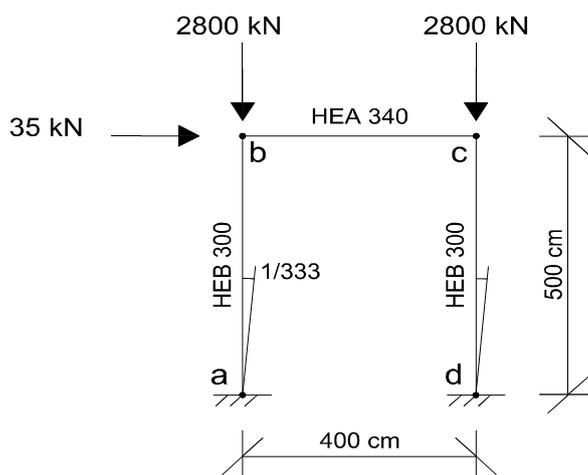


Figura 6. Pórtico de Vogel (1985)

Fonte: (Autor, 2018)

Seguindo as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008), foram consideradas imperfeições geométricas globais iguais a  $h/333$  no topo do pórtico, sendo  $h$  a altura total do pórtico. É assumido que o momento fletor resistente dos elementos seja

igual ao momento de plastificação total da seção transversal, pois considera-se que a viga e os pilares são adequadamente contidos lateralmente e as seções transversais dos perfis são compactas.

O fator de carga última relacionado ao colapso do pórtico encontrado por análise estrutural inelástica de segunda ordem foi de  $\lambda = 0,862$ . Lavall *et al.* (2013) também realizaram a análise avançada desse pórtico conforme prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) e chegaram à mesma conclusão de que o pórtico suporta aproximadamente 86,2% do carregamento total aplicado na Figura 6.

De modo a investigar os níveis de segurança do pórtico com relação ao colapso da estrutura, foram realizadas análises de confiabilidade considerando oito variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra na Tabela 1. Na Tabela 2 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos por análise inelástica de segunda ordem do pórtico, para 100%, 86,2% e 72,3% do carregamento total mostrado na Figura 6.

**Tabela 1. Descrição estatística das variáveis aleatórias**

Variável	Unidade	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição
$E$	MPa	200000,00	200000,00	0,06	Lognormal
$F_y$	MPa	235,00	246,75	0,10	Lognormal
$A_{viga}$	cm <sup>2</sup>	133,50	133,50	0,05	Lognormal
$I_{viga}$	cm <sup>4</sup>	27690,00	27690,00	0,05	Lognormal
$Z_{viga}$	cm <sup>3</sup>	1850,00	1850,00	0,05	Lognormal
$A_{colunas}$	cm <sup>2</sup>	149,10	149,10	0,05	Lognormal
$I_{colunas}$	cm <sup>4</sup>	25170,00	25170,00	0,05	Lognormal
$Z_{colunas}$	cm <sup>3</sup>	1869,00	1869,00	0,05	Lognormal

**Tabela 2. Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico de Vogel**

Nível de carregamento	Índice de confiabilidade ( $\beta$ )
100%	-0,179
86,2%	1,343
72,3%	3,113

Os índices de confiabilidade obtidos via análise avançada do pórtico mostrados na Tabela 2 indicam probabilidades de falha de 57,100% para 100% do carregamento, 8,964% para 86,2% do carregamento e 0,093% para 72,3% do carregamento. Resultados idênticos foram obtidos por Mapa *et al.* (2018, no prelo), onde foram verificados os

estados limites últimos dos pilares do pórtico. O pórtico apresenta capacidade de redistribuição de carga limitada (falhou com pouca ação inelástica) e os resultados obtidos pela avaliação da confiabilidade do sistema estrutural são idênticos aos resultados obtidos pela avaliação da confiabilidade dos elementos estruturais.

Seguindo as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) verificou-se que o pórtico se encontra seguro para 86,2% do carregamento total aplicado, mas através da análise de confiabilidade do estado limite último foi possível conhecer o real nível de segurança da estrutura para esse nível de carregamento determinístico. Se a confiabilidade desejada para o pórtico fosse uma probabilidade de falha menor que 0,1% ( $\beta > 3,1$ ), observa-se na Tabela 2 que o carregamento aplicado na estrutura não poderia exceder 72,3% do carregamento total mostrado na Figura 6.

## 5.2 Viga contínua de três vãos

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural com relação ao estado limite último (Equação 7) da viga contínua apresentada na Figura 7, onde são mostradas a geometria, o carregamento atuante e as condições de apoio. A viga é composta por perfis laminados  $W27 \times 84$  ( $W690 \times 125$ ) no primeiro vão,  $W16 \times 31$  ( $W410 \times 46,1$ ) no segundo vão e  $W18 \times 35$  ( $W460 \times 52$ ) no terceiro vão. Todos os perfis são feitos do mesmo material: aço com tensão de escoamento nominal de 345 MPa e módulo de elasticidade longitudinal igual a 200 GPa.

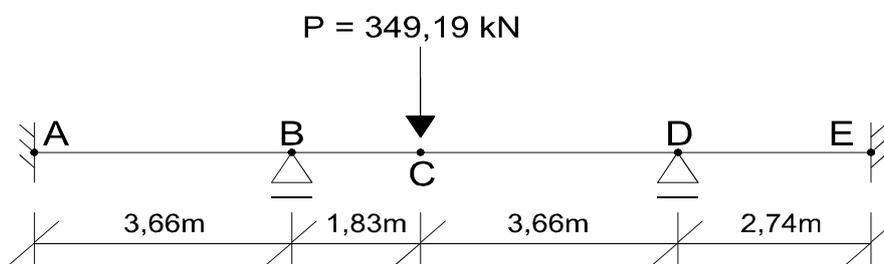


Figura 7. Viga contínua de três vãos

Fonte: (Autor, 2018)

Realizando a análise inelástica determinística da viga contínua da Figura 7 conforme prescrições da norma americana ANSI 360 (AISC, 2010), verificou-se que a primeira rótula plástica se forma na seção B, com um fator de carga  $\lambda_1 = 0,981$ , a segunda rótula plástica se forma na seção C com um fator de carga  $\lambda_2 = 1,20$  e a terceira rótula plástica se forma na seção D com um fator de carga  $\lambda_3 = 1,29$ . Zhang *et al.* (2018) também realizaram a análise avançada dessa viga e chegaram à mesma conclusão de que a viga contínua suporta aproximadamente 129% do carregamento total aplicado na Figura 7.

De modo a investigar os níveis de segurança da viga contínua com relação ao estado limite último de formação da primeira rótula plástica da estrutura, foram realizadas análises de confiabilidade considerando três variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra na Tabela 3. Foi considerado que a carga  $P$  aplicada na seção C da Figura 7

era a soma da carga permanente ( $D$ ) com o carregamento variável ( $L$ ). Os valores nominais dos carregamentos foram assumidos como:  $D_n = 97 \text{ kN}$  e  $L_n = 1,5 \cdot D_n$ . Portanto, o carregamento nominal que solicita a viga será  $P = 1,2 \cdot D_n + 1,6 \cdot L_n = 349,19 \text{ kN}$ .

De modo a investigar também os níveis de segurança da viga contínua com relação ao estado limite último de colapso plástico da estrutura, foram realizadas análises de confiabilidade considerando as mesmas variáveis aleatórias da Tabela 3, porém os valores nominais dos carregamentos foram assumidos como:  $D_n = 125,13 \text{ kN}$  e  $L_n = 1,5 \cdot D_n$ . Portanto, o carregamento nominal que solicita a viga será  $P = 1,2 \cdot D_n + 1,6 \cdot L_n = 450,46 \text{ kN}$ .

**Tabela 3. Descrição estatística das variáveis aleatórias**

Variável	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação (COV)	Distribuição	Referência
$D \text{ (kN)}$	$D_n$	$1,05 \cdot D_n$	0,10	Normal	Ellingwood <i>et al.</i> (1982)
$L \text{ (kN)}$	$L_n$	$L_n$	0,25	Ext. Tipo I	Ellingwood <i>et al.</i> (1982)
$F_y \text{ (MPa)}$	345,00	379,50	0,06	Lognormal	Bartlett <i>et al.</i> (2003)

Na Tabela 4 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites últimos de formação da primeira rótula plástica e relacionados ao colapso plástico da viga.

**Tabela 4. Índices de confiabilidade obtidos para a viga contínua**

Estado limite último	Índice $\beta$ (Presente trabalho)	Índice $\beta$ (Zhang <i>et al.</i> , 2018)
Primeira rótula	4,05	3,90
Colapso plástico	2,95	2,76

A confiabilidade alvo para elementos sujeitos à flexão deve estar entre 2,6 à 2,8 para combinações do ASCE-7 (Ellingwood, 2000). Com base nos resultados da análise de confiabilidade da Tabela 4, algumas observações podem ser feitas.

O índice de confiabilidade  $\beta = 4,05$  obtido no presente trabalho indica que se a viga for dimensionada para que não ocorra a formação de nenhuma rótula plástica, a probabilidade de falha do sistema estrutural será de 0,00256%. Já o índice de confiabilidade  $\beta = 2,95$  obtido no presente trabalho indica que se a viga for dimensionada para que não ocorra o colapso plástico, a probabilidade de falha do sistema estrutural será de 0,15889%.



A probabilidade de falha do sistema estrutural para o dimensionamento baseado no colapso plástico é cerca de 62 vezes maior que a probabilidade de falha do sistema estrutural para o dimensionamento baseado na formação da primeira rótula plástica. Zhang *et al.* (2018) também chegaram numa probabilidade de falha cerca de 60 vezes maior para o estado limite último relacionado ao colapso plástico. A diferença entre os índices de confiabilidade encontrados para os estados limites últimos analisados é resultado da capacidade significativa de redistribuição de carga da viga após a formação da primeira rótula plástica.

Porém, observa-se na Tabela 4 que os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho e por Zhang *et al.* (2018) para o estado limite último de colapso plástico é superior a confiabilidade alvo ( $\beta = 2,6$ ). O dimensionamento com base no colapso plástico deixa pouca reserva de resistência, e portanto, têm-se um melhor aproveitamento do aço no sistema estrutural. Através da análise inelástica de segunda ordem, verificou-se que a viga é capaz de suportar um carregamento 29% maior com um nível de segurança maior que a confiabilidade alvo.

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por outros autores, observa-se na Tabela 4 que os índices de confiabilidade obtidos por Zhang *et al.* (2018) são próximos daqueles obtidos no presente trabalho, levando à probabilidades de falha da mesma ordem de grandeza.

Observa-se ainda na Tabela 4 que os índices de confiabilidade obtidos pelos outros autores são um pouco menores do que os índices obtidos no presente trabalho, levando a probabilidades de falha ligeiramente maiores. Essa pequena diferença entre os resultados pode ser justificada pois Zhang *et al.* (2018) empregaram o método de simulação direta de Monte Carlo na avaliação da probabilidade de falha, empregaram na análise inelástica o método da zona plástica (discretização da seção transversal em fibras) com tensões residuais e consideraram o encruamento do aço no diagrama tensão-deformação.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foram realizadas análises de confiabilidade de duas estruturas planas de aço via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da inelasticidade do aço. O método analítico FORM foi empregado na avaliação da probabilidade de falha do sistema com relação ao estado limite último do colapso plástico.

No primeiro exemplo foi analisado o pórtico de Vogel (1985), onde foi possível conhecer o nível de confiabilidade obtido ao se utilizar as prescrições da norma NBR 8800 (ANBT, 2008) na verificação do colapso plástico do pórtico, ou seja, foi possível conhecer o real nível de segurança do sistema estrutural quando projetado pela norma brasileira.

No segundo exemplo foi analisada uma viga contínua de três vãos, onde foi possível conhecer o nível de confiabilidade obtido ao se utilizar as prescrições da norma americana ANSI 360 (AISC, 2010). A viga analisada tem capacidade significativa para redistribuição de carga inelástica, e através da análise de confiabilidade foi possível



conhecer o nível de segurança para os carregamentos que levam à formação da primeira rótula plástica e ao colapso plástico. Observou-se que através da análise avançada é possível aproveitar melhor a resistência do aço, mantendo-se uma confiabilidade maior que a confiabilidade alvo ( $\beta > 2,6$ ).

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, CNPq, FAPEMIG, Fundação Gorceix, PROPEC/UFOP e PROPP/UFOP o apoio fornecido para o desenvolvimento desta pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ABNT, 2008. *NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro.
- AISC, 2010. *ANSI 360 - Specification for structural steel buildings*. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois, USA.
- Ang, A. H. S. & Tang, W. H., 1984. *Probability concepts in engineering planning and design – decision, risk and reliability*. John Wiley & Sons, v. II, 562 p.
- Bartlett, F. M *et al.*, 2003. Updating standard shape material properties database for design and reliability. *Eng. J. AISC*, 40(1), 2–14.
- Cornell, C. A., 1969. A Probability-Based Structural Code. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, n. 12, p. 974-985.
- Ellingwood, B. *et al.*, 1982. Probability based load criteria: load factor and load combinations. *Journal of the Structural Division*. ASCE, vol. 108, n. 5, p. 978-997.
- Ellingwood, B. R. *et al.*, 1982. Probability based load criteria: Load factors and load combinations. *J. Struct. Div.*, 108(5), 978–997.
- Ellingwood, B. R., 2000. LFRD: Implementing structural reliability in professional practice. *Eng. Struct.*, 22(2), 106–115.
- Gonçalves, G. A., 2013. *Modelagem do comportamento inelástico de estruturas de aço: membros sob flexão em torno do eixo de menor inércia*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Hasofer, A. M. & Lind, N. C., 1974. An exact and invariant first-order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 100, p. 111-121.
- Hendawi, S. & Frangopol, D. M., 1994. System reliability and redundancy in structural design and evaluation. *Structural Safety*, 16(1–2), 47–71.
- Lavall, A. C. C. *et al.*, 2013. Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800: 2008. *Revista da Estrutura de Aço*, vol. 2, n. 3 (dezembro/2013).
- Liew, J.Y.R. *et al.*, 1993. Second-order refined plastic hinge analysis for frame design. *Journal of Structural Division*, vol. 119(11).



---

Madsen, H. O. *et al.*, 2006. *Methods of structural safety*. Dover Publications, 2. ed., 416 p.

Mapa, D. L. S. *et al.*, 2018. Confiabilidade Estrutural de Pórticos de Aço. *Revista da Estrutura de Aço*, vol. 7, n. 2 (dezembro/2018). No prelo.

Mapa, D. L. S., 2016. *Confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Melchers, R. E., 1999. *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons, 2. ed., 431 p.

Rackwitz, R. & Fiessler, B., 1978. Structural reliability under combined random load sequences. *Computer and Structures*, v. 9, p. 489-494.

Sagrilo, L. V. S., 2004. *Confiabilidade estrutural – métodos analíticos para análise de confiabilidade*. Notas de aula – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Silva, A. R. D., 2009. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Vogel, U., 1985. Calibrating Frames. *Stahlbau*, vol. 54 (outubro/1985), p. 295-301.

Zhang, H. *et al.*, 2018. System Reliabilities of Planar Gravity Steel Frames Designed by the Inelastic Method in AISC 360-10. *J. Struct. Eng.*, 144(3): 04018011.