

ÁREA TEMÁTICA: Operações e Logística

**APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR: ESTUDO DE CASO SOBRE  
LOGÍSTICA REVERSA EM COOPERATIVAS DE COLETA E TRIAGEM DE  
MATERIAIS RECICLÁVEIS**

**RESUMO:** O objetivo do presente trabalho é resolver um problema modelado como caso de ensino a ser resolvido utilizando as ferramentas da Pesquisa Operacional com o auxílio do Microsoft Excel para ser calculado. O modelo foi aplicado ao problema do produto logístico das cooperativas de coleta e seleção de materiais recicláveis, que é um tópico relevante para as empresas, que têm buscado cada vez mais atingir a produção sustentável, devido a pressão social, ambiental e governamental advinda da globalização e da crescente preocupação com o meio ambiente. Ademais, na perspectiva da educação no ensino superior, os casos de ensino surgem como alternativa pedagógica para que o aprendizado seja mais completo e próximo da realidade, mas que ainda sim, seja uma ferramenta didática. Essa forma de ensino, através da metodologia ativa é relevante, pois incentiva os alunos a engajarem e aprenderem de maneira prática e dinâmica. A metodologia a ser utilizada é, basicamente, a pesquisa bibliográfica e a pesquisa-ação, que utilizam abordagens qualitativas e quantitativas, com objetivos exploratórios e propositivos. Como resultado, é proposto um problema de fluxo generalizado de redes, característico da Engenharia de Produção, aplicado a logística reversa das cooperativas de coleta e seleção de materiais recicláveis, o qual é resolvido utilizando a programação linear e o método Simplex, calculados através do Microsoft Excel. Dessa maneira, os alunos formarão mais críticos e reflexivos, se tornando profissionais preocupados com pautas relacionadas à interação entre o meio ambiente e áreas correlatas à administração e engenharia.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Programação Linear, Caso de Ensino, Reciclagem, Sustentabilidade.

**ABSTRACT:** The objective of this work is to solve a problem modeled as a teaching case to be solved using Operational Research tools with the help of Microsoft Excel to be calculated. The model was applied to the problem of the logistical product of cooperatives for the collection and selection of recyclable materials, which is a relevant topic for companies, which have increasingly sought to achieve sustainable production, due to social, environmental and governmental pressure arising from globalization. and growing concern for the environment. Furthermore, from the perspective of education in higher education, teaching cases emerge as a pedagogical alternative so that learning is more complete and close to reality, but still serves as a teaching tool. This form of teaching, through active methodology, is relevant, as it encourages students to engage and learn in a practical and dynamic way. The methodology to be used is, basically, bibliographical research and action research, which use qualitative and quantitative approaches, with exploratory and propositional objectives. As a result, a problem of generalized network flow, characteristic of Production Engineering, is proposed, applied to the reverse logistics of cooperatives for the collection and selection of recyclable materials, which is solved using linear programming and the Simplex method, calculated using Microsoft Excel. In this way, students will become more critical and reflective, becoming professionals concerned with issues related to the interaction between the environment and areas related to administration and engineering.

Keywords: Operational Research, Linear Programming, Teaching Case, Recycling, Sustainability.

## **1. INTRODUÇÃO**

A gestão de resíduos sólidos urbanos (RSU) é complexa e traz vários desafios para as empresas. A começar pelo problema da destinação adequada dos resíduos, visto que, estes são comumente desperdiçados ao serem enviados para aterros e lixões, frente a não valorização dos catadores de lixo que realizam a coleta de recicláveis em “parceria” com cooperativas (MOTA et al., 2015).

Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU) citada por G. Dias (2012) são produzidas, em média, 17 bilhões de toneladas/ano de resíduos no mundo. Para enfrentar este impasse, é necessário desenvolver planos de gestão integrados de RSU, conectando aspectos econômicos, sociais e ambientais. A logística reversa pode exercer um papel importante nesse processo, incentivando a reutilização, a reciclagem e o tratamento de resíduos, em parceria com cooperativas de coleta de resíduos (DIAS, 2012).

O problema de transportes e processamento do produto logístico é complexo e, por isso, necessita de uma ferramenta sofisticada para ser resolvido. Dessa forma, a programação linear busca suprir essa necessidade através de sua aplicação adequada. Essa ferramenta é utilizada dentro da pesquisa operacional para modelar e resolver problemas que envolvem diversas variáveis de decisão e estão sujeitos a algumas restrições para poderem se concretizar, objetivando minimizar ou maximizar seu resultado.

Para treinar os futuros gestores é imprescindível que seja utilizado um método de simulação para exemplificar situações enfrentadas pelas empresas, que serão de responsabilidade dos estudantes em sua carreira profissional. O caso de ensino tem a função de realizar essa simulação e, assim, preparar os futuros profissionais para estarem capacitados a atender as demandas do mercado. Várias técnicas podem ser utilizadas para esse fim, como por exemplo, estudos de caso, jogos sérios, debates e aprendizagem baseada em problemas (PBL).

O objetivo geral deste trabalho é compreender melhor o problema dos resíduos sólidos urbanos e criar e resolver um caso de ensino aplicado à área de Pesquisa Operacional, utilizando as ferramentas da programação linear e os conceitos de redes.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

A Pesquisa Operacional (PO) é o uso do método científico para resolver problemas de alocação de recursos, em que é feita uma observação da realidade, através disso, um problema é formulado e um modelo matemático é construído (MARINS, 2011).

A origem da Pesquisa Operacional, assim como da logística, ocorreu durante a Segunda Guerra Mundial, para resolução de problemas estratégicos e táticos, em que os cientistas pesquisavam e modelavam a melhor forma de distribuir os armamentos, munições e alimentos pelas tropas militares dispostas pelo mapa.

Com o fim da guerra, a Revolução Industrial, causou o crescimento desenfreado das companhias, que necessitavam de uma ferramenta para facilitar a distribuição de seus recursos por entre as suas empresas, além de estudar a melhor forma de atender suas demandas, respeitando sua capacidade total. Essa necessidade é reforçada ainda nos dias atuais, com a globalização e a espera do mercado por rapidez e preços justos (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Assim, é imprescindível que as empresas tenham domínio sobre a Pesquisa Operacional, suas ferramentas e aplicações. Sendo suas principais ferramentas a programação linear, programação dinâmica, teoria das filas e teoria do inventário.

A programação linear (PL) é uma técnica para otimizar o planejamento de recursos, objetivando minimizar custos ou maximizar lucros, estando sujeita a restrições de capacidade, demanda, distância, entre outras. Seus cálculos normalmente são sofisticados, sendo longos e complexos, por isso, recursos computacionais são de suma importância para resolução de problemas relacionados a programação linear (PRADO, 2016). Um exemplo desses recursos é o Microsoft Excel, que através da ferramenta solver e do método Simplex atende, demasiadamente bem, os problemas básicos de PL.

Entretanto, para o programa conseguir resolver o problema, ele deve ser primeiro transformado em um modelo matemático. O modelamento é iniciado pela determinação da variável de decisão (VD), que são os valores que se busca determinar para resolver o problema. Em seguida, o objetivo é traduzido em uma função matemática que relaciona as variáveis de decisão estabelecidas com seu impacto no resultado. A função encontrada deve ser maximizada ou minimizada, a depender do caso em que ela está inserida, normalmente busca-se maximizar lucros ou minimizar custos, ou então, minimizar distâncias (BATISTA, 2012).

Sobretudo, a função objetivo isolada não resolve o problema, pois ela sempre estará condicionada a restrições, como restrições de demanda e capacidade, por exemplo. Uma restrição que sempre estará presente nos problemas de programação linear é a restrição de não negatividade que determina que todas as variáveis devem ser positivas, visto que, não há quantidade de produto ou distância negativa (BATISTA, 2012).

Alguns problemas de programação linear envolvem redes de decisão ou de transporte, por exemplo. Para essa situação, é necessário representar graficamente a rede antes de realizar seu modelamento. A rede dispõe de dois recursos principais, são eles: nós e arcos. Os nós representam os pontos de intersecção entre uma decisão e outra, eles são modelados matematicamente como sendo as restrições. Enquanto, os arcos são a conexão entre o nós, normalmente representados graficamente como setas e matematicamente como as variáveis de decisão (RAGSDALE, 2012).

Ao se tratar de redes envolvendo produtos, é importante analisar seu balanceamento, ou seja, se a capacidade total é igual, maior ou menor que a demanda total. Se o somatório das capacidades for igual ao somatório das demandas, tem-se uma rede balanceada, caso contrário a rede é desbalanceada. Uma rede

desbalanceada com a capacidade maior que a demanda, a soma das entradas e saídas de cada nó deve ser maior que capacidade ou demanda representada por aquele nó. Da mesma forma, se a capacidade for menor que a demanda, a soma das saídas e entradas dos nós deve ser menor que a capacidade ou demanda do referido nó. Seguindo sempre a convenção de que entradas e demandas são valores positivos e, de forma oposta, saídas e capacidades são valores negativos (RAGSDALE, 2012).

São diversas as problemáticas que podem ser resolvidas através da programação linear. A seguir, serão abordadas suas principais aplicações. A decisão de comprar ou produzir produtos demandados por clientes pode ser modelada como um problema matemático com duas variáveis de decisão:  $X_i$  e  $Y_i$ , representando quantas unidades produzir do produto  $i$  e quantas unidades comprar do produto  $i$ , respectivamente. E as restrições associadas se baseiam na capacidade da fábrica e demanda do cliente (RAGSDALE, 2012).

Os investimentos também podem ser modelados com a PL, sendo que as variáveis de decisão representam quanto de dinheiro deve ser investido em cada ação, com o objetivo de alcançar o lucro máximo, respeitando as limitações de dinheiro disponível para os investimentos e variação da carteira para redução de riscos (RAGSDALE, 2012).

Outra aplicação na área de investimentos desrespeito ao fluxo de caixa multiperíodo. Essa abordagem carrega a informação do tempo que leva para o investimento ter um determinado retorno percentual e poder ser retirado. Para resolver esse tipo de problema é necessária uma tabela auxiliar que carrega todas as informações de entrada e saída de dinheiro, além do retorno esperado para cada período determinado, normalmente em anos ou meses (RAGSDALE, 2012).

Além da área de economia e finanças, a programação linear também é uma ferramenta essencial na resolução de problemas associados a produção. A começar pelo problema de mix de produção este é um caso que lida com a variedade de ingredientes ou componentes de uma compra que deve ser feita para atender a uma demanda de percentuais associados a composição de um produto final. A variável de decisão a ser determinada é quanto comprar do produto  $i$  para compor o mix de produto final desejado (RAGSDALE, 2012).

O problema de produção e estoques é base para a Engenharia de Produção e se entrelaça com a área de Planejamento e Controle da Produção (PCP). Essa problemática é centrada na decisão de quanto produzir para atender a demanda do mercado, respeitando o estoque de segurança, sem excedê-lo e, restringindo a produção, de maneira que ela não oscile muito, pois isso impactaria em um problema de contratação e utilização da mão-de-obra (RAGSDALE, 2012).

Com um direcionamento um pouco diferente, o problema de transbordo está relacionado ao transporte de produtos por uma rede, os quais saem de uma origem  $i$  e passam por localizações intermediárias até chegarem em um destino  $j$ . Assim, sua variável de decisão está associada a quantidade de produtos que sairão de  $i$  e chegarão em  $j$ , estando restritas a capacidade de armazenagem das localizações intermediárias, a capacidade de envio da origem e a demanda do destino final, tendo

como objetivo minimizar os custos de transporte, ou seja, um dos casos mais comuns de transbordo é o problema de transportes (RENDER; STAIR; HANNA, 2000).

O problema do caminho mínimo é uma variação do problema de transbordo, ele também está inserido em uma rede, com origem e destino, mas nesta situação é uma pessoa que se desloca entre a origem e o destino, não mais produtos e o objetivo é minimizar a distância entre ponto de saída e o de chegada. Sendo assim, a variável de decisão é do tipo binária, isso porque, ou a pessoa se desloca para o caminho  $j$ , sendo essa decisão representada por 1 ou ela não escolhe esse destino intermediário  $j$ , o que é representado por 0. Dessa forma, as variáveis estão ligadas aos arcos da rede e as restrições têm como base os nós, sendo que o nó intermediário deve ter a soma de suas saídas e entradas igualadas a zero, pois naquela localização ao passo que uma pessoa entra, uma pessoa necessariamente sai, enquanto o nó de origem deve ser igual a  $-1$ , mostrando que uma pessoa saiu dali, mas ninguém entrou e, de forma oposta, o nó de destino deve somar  $+1$ , representando que uma pessoa chegou ali, mas ninguém saiu (RAGSDALE, 2012).

Entre as aplicações mais importantes da programação linear, tem-se por fim, o problema generalizado de fluxos de rede, que se diferencia dos demais problemas de fluxo já apresentados, pois o que entra em um processo não necessariamente sai dele, ou seja, ao processar 100 kg de um ingrediente, pode ser que apenas 90 kg façam parte do produto final, isso porque, este problema considera as perdas que ocorrem naturalmente no processo de produção real. Essa porcentagem é apresentada nas restrições do modelamento e é de suma importância para aplicações no dia-a-dia do engenheiro de produção e é a problemática escolhida para ser estudada no presente trabalho (RAGSDALE, 2012).

Os problemas de programação linear podem ser traduzidos em casos de ensino. O caso de ensino representa uma situação real ou hipotética do mundo prático, que é utilizada para simular cenários que gerem debates entre os alunos, com o intuito de resolver a situação proposta e, assim, formar profissionais aptos para atender as demandas que o mercado de trabalho propõe (ALBERTON; SILVA, 2018).

A vantagem dessa abordagem está na integração da teoria com a prática, que dessa maneira, apoia o processo de aprendizagem dos alunos e cria neles um senso de tomada de decisão mais apurado, além de inserir os futuros profissionais em um cenário organizacional, que auxilia o entendimento da dinâmica empresarial (ALBERTON; SILVA, 2018).

Contudo, o ensino através do método ativo, pode não fornecer um aprendizado comum a todos os alunos. Isso implica em uma formação desigual, o que pode prejudicar alunos que não tiveram contato com determinadas fontes mais ricas em informação. Para minimizar essa discrepância de ensino, o professor deve-se fazer presente de forma ativa nas pesquisas e conclusões dos alunos, por meio de trabalhos escritos ou apresentações.

O caso de ensino pode ser abordado em diversas áreas, desde a psicologia até a engenharia. Suas principais aplicações na Engenharia de Produção estão baseadas na simulação de situações reais vivenciadas nas indústrias, como problemas

financeiros envolvendo investimentos, problemas administrativos de gestão de pessoas, problemas logísticos de produção, transporte e armazenagem, entre outros.

### **3. METODOLOGIA**

Trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada; de abordagem qualitativa e quantitativa; com objetivo exploratório e propositivo; executada na forma de levantamento bibliográfico, pesquisa documental e fazendo uso da pesquisa-ação.

A natureza aplicada é evidente, pois irá pesquisar problemas na área de reciclagem e formas de aplicá-los em um caso de ensino, mais especificamente o problema de fluxo de materiais recicláveis.

A abordagem qualitativa e quantitativa se fará presente. Vários aspectos de interesse são qualitativos, como os relacionados a problemática da logística reversa dos resíduos sólidos urbanos e o levantamento das características de processamento e de mercado dos principais plásticos reciclados pelas cooperativas populares de coleta e seleção de recicláveis. De natureza quantitativa há interesse nos métodos usados para planejar a distribuição dos produtos recicláveis nas redes formadas pelas cooperativas e pelos recicladores no âmbito da logística reversa.

Os objetivos exploratórios e propositivos se justificam à medida que a pesquisa pretendida visa tomar conhecimento da problemática da logística reversa de resíduos sólidos e na proposição de uma aplicação do problema envolvendo a distribuição dos produtos recicláveis ao longo de uma rede logística constituída por cooperativas, empresas e clientes.

### **4. RESULTADOS**

Para o presente trabalho foi elaborado um enunciado, descrito a seguir, com aplicação voltada para a programação linear, o qual foi resolvido, utilizando o Microsoft Excel.

A indústria EcoCiclo, localizada em Granada, é responsável pelo processamento de materiais recicláveis coletados por três cooperativas localizadas nas cidades Ametista, Rutilo e Zarifa. A cooperativa de produtos recicláveis tem papel fundamental na redução dos resíduos sólidos urbanos, pois atua diretamente na coleta seletiva, triagem e processamento de materiais recicláveis, promovendo a reciclagem e reutilização de recursos que, de outra forma, seriam descartados em aterros sanitários.

A EcoCiclo, administrada por João, realiza dois processos de reciclagem para transformar plástico comum, PVC e tampas em pellets. O percentual de plástico que é extraído dos materiais recicláveis para que se tornem pellets, depende do processamento pelo qual eles são submetidos. Sendo assim, na reciclagem mecânica é aproveitado 75% do PET, 15% do PVC e 65% das tampas e na reciclagem química o aproveitamento é de 95% do plástico comum, 85% do PVC e 90% das tampas. O custo referente ao processamento dos plásticos recicláveis, inclui também o custo do

transporte da cooperativa para a indústria, ou seja, o custo varia segundo o tipo de reciclagem e a cooperativa fornecedora, pois cada uma está localizada em uma cidade diferente. A Tab. (1), a seguir, resume os custos associados.

**Tabela 1:** Processos de reciclagem (Fonte: Elaboração própria).

<i>Processo 1</i>		<i>Reciclagem Mecânica</i>	<i>Reciclagem Química</i>
<i>Ametista</i>	<i>PET</i>	R\$ 17	R\$ 40
	<i>PVC</i>	R\$ 23	R\$ 52
	<i>Tampa</i>	R\$ 14	R\$ 41
<i>Rutilo</i>	<i>PET</i>	R\$ 26	R\$ 54
	<i>PVC</i>	R\$ 33	R\$ 61
	<i>Tampa</i>	R\$ 27	R\$ 56
<i>Zarifa</i>	<i>PET</i>	R\$ 21	R\$ 47
	<i>PVC</i>	R\$ 29	R\$ 57
	<i>Tampa</i>	R\$ 19	R\$ 48

Os pellets plásticos produzidos, através dos dois tipos diferentes de reciclagem, avançam por outros processos que transformam os pellets em garrafas, frascos e baldes, para assim, atender ao mercado consumidor, que consiste em dois clientes principais, localizados nas cidades Jaspe e Sodalita. Sendo assim, as porcentagens de aproveitamento dependem, novamente, do tipo de processamento ao qual o plástico foi submetido e do cliente que será atendido. Os custos associados a essa transformação estão representados na Tab. (2).

**Tabela 2:** Segundo processamento (Fonte: Elaboração própria).

<i>Processo 2</i>		<i>Reciclagem Mecânica</i>	<i>Reciclagem Química</i>
<i>Jaspe</i>	<i>Garrafa</i>	R\$ 36	R\$ 39
	<i>Frasco</i>	R\$ 29	R\$ 32
	<i>Balde</i>	R\$ 27	R\$ 28
<i>Sodalita</i>	<i>Garrafa</i>	R\$ 25	R\$ 30
	<i>Frasco</i>	R\$ 24	R\$ 26
	<i>Balde</i>	R\$ 19	R\$ 22

Cada cooperativa possui uma determinada capacidade de fornecer plástico comum, PVC e tampa, como está descrito na Tab. (3).

**Tabela 3:** Capacidade das cooperativas (Fonte: Elaboração própria).

<i>Capacidade [kg]</i>	<i>Ametista</i>	<i>Rutilo</i>	<i>Zarifa</i>
<i>PET</i>	275	355	205
<i>PVC</i>	190	270	250



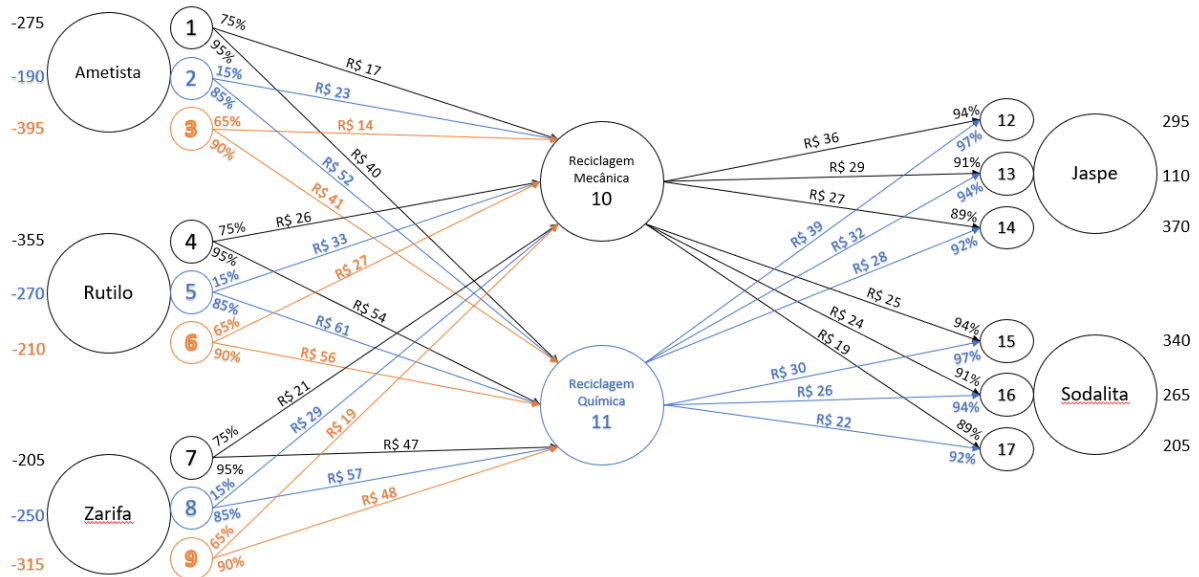
Tampa	395	210	315
-------	-----	-----	-----

João quer determinar a forma mais eficiente de atender a demanda de seus clientes, indicada na Tab. (4), transformando os materiais reciclados em garrafas plásticas, frascos e baldes.

**Tabela 4:** Demanda dos clientes (Fonte: Elaboração própria).

<i>Demanda [kg]</i>	<i>Jaspe</i>	<i>Sodalita</i>
<i>Garrafa</i>	295	340
<i>Frasco</i>	110	265
<i>Balde</i>	370	205

Este é um problema de fluxo generalizado e sua resolução é iniciada pela representação gráfica da rede, em que todas as informações base são traduzidas para a visualização gráfica. Neste caso, a rede está representada na Fig. (1) e contém os produtos que serão transformados, os processos que os transformarão e o produto final alcançado, as capacidades e demandas de cada produto e cidade, além das porcentagens de produtos aproveitados e seus custos associados.



**Figura 1:** Rede da indústria EcoCiclo (Fonte: Elaboração própria).

O lado esquerdo da rede representa a distribuição das cooperativas fornecedoras para a indústria EcoCiclo e o primeiro processamento, que é a reciclagem de fato. Dessa forma, saindo da cooperativa localizada na cidade de Diamante, tem-se o nó 1 em preto, representando o plástico comum (PET) e sua capacidade de fornecimento, que é o -275, escrito na mesma coloração. Em azul, tem-

se o PVC e em laranja as tampas. Esse padrão é repetido nas demais cidades das cooperativas, Rutilo e Zarifa. Além disso, os arcos dessa rede revelam o custo para transportar e processar cada material e qual será o percentual de plástico aproveitado após a transformação em pellets.

O lado direito da rede, consiste na transformação dos pellets em garrafas, frascos e baldes para serem encaminhados aos clientes, localizados em Jaspe e Sodalita. Sendo assim, os nós 12 e 15 representam as garrafas e suas respectivas demandas de 295 e 340 kg. Seguindo dessa maneira, os nós 13 e 16 são os frascos e os nós 14 e 17 se referem aos baldes.

Compreendida a representação gráfica da rede, o caso deve ser modelado segundo os parâmetros da programação linear, para isso, deve-se definir a variável de decisão (VD), a função objetivo e as restrições do problema. Primeiramente, a variável de decisão representa, cada um dos arcos da rede, como sendo, quantos quilos de material reciclável sai da origem  $i$  e chega no destino  $j$ , em que  $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, 16, 17\}$  e  $VD = X_{ij}$ . O objetivo desse caso é minimizar o custo total envolvido nos processos de reciclagem e a função que representa essa relação está descrita na Eq. (1) abaixo.

$$\begin{aligned} MIN F(X) = & 17X_{1,10} + 40X_{1,11} + 23X_{2,10} + 52X_{2,11} + 14X_{3,10} + 41X_{3,11} + \\ & 26X_{4,10} + 54X_{4,11} + 33X_{5,10} + 61X_{5,11} + 27X_{6,10} + 56X_{6,11} + \\ & 21X_{7,10} + 47X_{7,11} + 29X_{8,10} + 57X_{8,11} + 19X_{9,10} + 48X_{9,11} + \\ & 36X_{10,12} + 29X_{10,13} + 27X_{10,14} + 25X_{10,15} + 24X_{10,16} + 19X_{10,17} + \\ & 39X_{11,12} + 32X_{11,13} + 28X_{11,14} + 30X_{11,15} + 26X_{11,16} + 22X_{11,17} \end{aligned}$$

Além disso, cada nó da rede está relacionado a uma restrição, que deve seguir a regra de balanceamento da rede. A capacidade total desse sistema é 2465 e a demanda total é 1585, ou seja, a capacidade total é maior que a demanda total, por isso a soma de entradas e saídas de cada nó deve ser maior ou igual a capacidade ou demanda do referido nó.

Os nós numerados de 1 a 9, que representam o plástico comum (PET), o PVC e as tampas distribuídos por três cooperativas localizadas nas cidades Ametista, Rutilo e Zarifa, são restritos por suas capacidades, ou seja, o somatório de suas entradas e saídas devem ser maior ou igual a sua respectiva capacidade. Da mesma forma, os nós numerados de 12 a 17, devem ter seus somatórios maiores ou iguais a demanda estabelecida pelos respectivos clientes.

E por fim, os nós intermediários, 10 e 11, que representam os processos de reciclagem devem ter seus somatórios maiores ou iguais a zero, pois nestes nós produto ou material algum fica armazenado, é apenas um nó de passagem, sendo assim, tudo que entra nesse nó deve sair, respeitando as porcentagens de aproveitamento do material, resultado do processamento. Abaixo, na Eq. (2) as restrições estão sumarizadas na forma matemática.

$$\begin{aligned}
 -X_{1,10} - X_{1,11} &\geq -275 \\
 -X_{2,10} - X_{2,11} &\geq -190 \\
 -X_{3,10} - X_{3,11} &\geq -395 \\
 -X_{4,10} - X_{4,11} &\geq -355 \\
 -X_{5,10} - X_{5,11} &\geq -270 \\
 -X_{6,10} - X_{6,11} &\geq -210 \\
 -X_{7,10} - X_{7,11} &\geq -205 \\
 -X_{8,10} - X_{8,11} &\geq -250 \\
 -X_{9,10} - X_{9,11} &\geq -315 \\
 0,75X_{1,10} + 0,15X_{2,10} + 0,65X_{3,10} + 0,75X_{4,10} + 0,15X_{5,10} + 0,65X_{6,10} + 0,75X_{7,10} + \\
 &0,15X_{8,10} + 0,65X_{9,10} - X_{10,12} - X_{10,13} - X_{10,14} - X_{10,15} - X_{10,16} - X_{10,17} \geq 0 \\
 0,95X_{1,11} + 0,85X_{2,11} + 0,9X_{3,11} + 0,95X_{4,11} + 0,85X_{5,11} + 0,9X_{6,11} + 0,95X_{7,11} + \\
 &0,85X_{8,11} + 0,9X_{9,11} - X_{11,12} - X_{11,13} - X_{11,14} - X_{11,15} - X_{11,16} - X_{11,17} \geq 0 \\
 0,94X_{10,12} + 0,97X_{11,12} &\geq 295 \\
 0,91X_{10,13} + 0,94X_{11,13} &\geq 110 \\
 0,89X_{10,14} + 0,92X_{11,14} &\geq 370 \\
 0,94X_{10,15} + 0,97X_{11,15} &\geq 340 \\
 0,91X_{10,16} + 0,94X_{11,16} &\geq 265 \\
 0,89X_{10,17} + 0,92X_{11,17} &\geq 205 \\
 X_{ij} &\geq 0
 \end{aligned}$$

Feito o modelamento do caso, é necessário transformar todas as informações extraídas da rede em vetores e matrizes equivalentes, que carregarão todos os dados para o Microsoft Excel, para que o programa possa calcular o custo mínimo, respeitando as dadas restrições da rede. A Figura (2), mostra todos os vetores e matrizes já digitados no Excel e com suas, respectivas, origens indicadas.

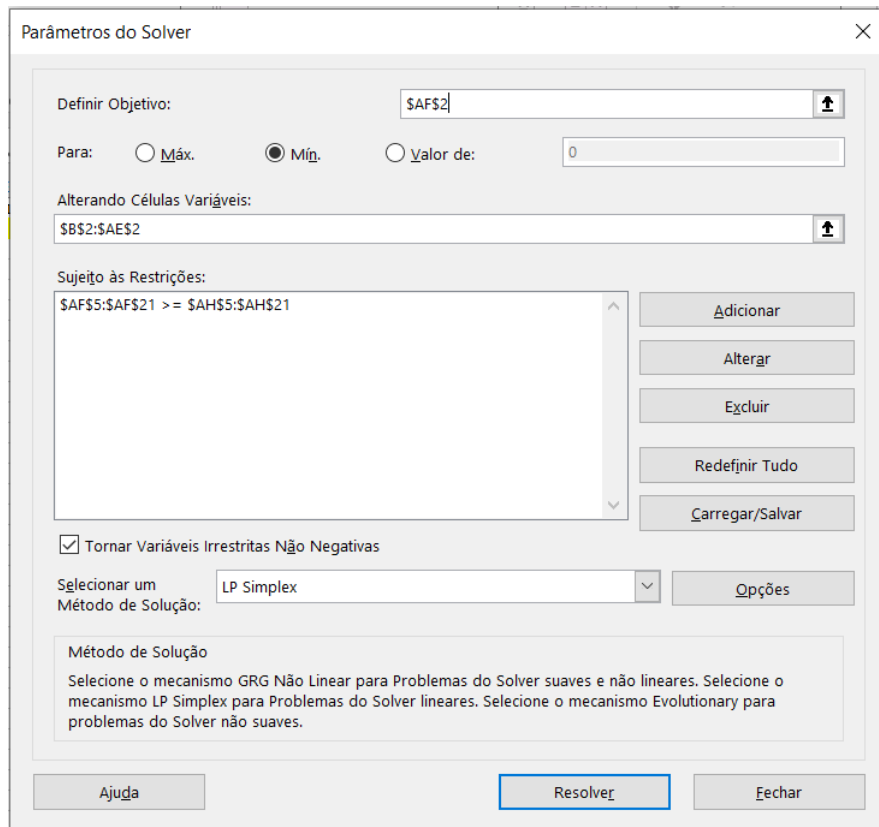
The figure displays three Excel spreadsheets side-by-side, representing the model's data structure:

- Left Spreadsheet (Columns A-F):** Contains cost data. Row 2 is labeled 'VD' (yellow header). Row 3 is 'custos' with values 17, 40, 23, 52, 14. Row 4 is 's.a.' with coefficients -1, -1, -1, -1. Rows 14-15 show coefficients for nodes 10 and 11: (0,75, 0,15, 0,65) and (0,95, 0,85).
- Middle Spreadsheet (Columns R-W):** Contains constraint coefficients. Row 2 is labeled 'X9,10' (yellow header). Rows 2-6 show values for constraints 1-5: (19, 48, 36, 29, 25). Row 14 shows coefficients for node 10: (-1, -1, -1, -1, -1). Row 15 shows coefficients for node 11: (0,65, 0,9, 0,94, 0,91, 0,89, 0,94).
- Right Spreadsheet (Columns AC-AH):** Contains objective function coefficients. Row 2 is labeled 'X11,15' (yellow header). Row 3 is 'F(X)' with value 0. Row 4 is 'LEE' with 'sinal' and 'LDE' columns. Rows 5-19 show constraint values: 0, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=, >=.

**Figura 2:** Modelo representado por matrizes (Fonte: Elaboração própria).

Com isso, deve ser feita a programação das células do Excel utilizando o comando "SOMARPRODUTO()", que dentro do parêntesis deve indicar os vetores correspondentes para o cálculo. Em seguida, a ferramenta Solver deve ser instalada no Excel clicando na sequência: Arquivo, Opções, Suplementos, procurar por Solver,

Ir, selecionar Solver, Ok. Com a extensão instalada, procurar por Solver na aba “Dados” e clicar nele, aparecerá um caixa de informações para ser preenchida com os parâmetros necessários para a ferramenta encontrar a solução ótima do problema, ao final, a célula ficará como mostrada na Fig. (3).



**Figura 3:** Parâmetros do Solver (Fonte: Elaboração própria).

O preenchimento do Solver segue o modelamento feito e sua transcrição para o Excel. Sendo assim, o objetivo é a célula programada para o cálculo do custo total, a qual deve ter seu valor minimizado, as células variáveis representam o vetor VD grifado em amarelo, as restrições devem ser adicionadas clicando no botão “Adicionar”, as células de referência englobam o vetor vertical lado esquerdo da equação (LEE), o sinal é de maior ou igual, o qual foi estabelecido pela regra do balanceamento da rede e as restrições estão definidas no vetor vertical lado direito da equação (LDE), feito isso clicar em “Ok”. Finalmente, selecionar a tag “Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas”, selecionar o método de solução “LP Simplex” e clicar em Ok. Assim, os vetores VD e LEE e a função objetivo recebem os seus valores correspondentes, como pode ser visto na Fig. (4).

	A	B	C	D	E	F		R	S	T	U	V	W		AC	AD	AE	AF	AG	AH
1		X1,10	X1,11	X2,10	X2,11	X3,10		X9,10	X9,11	X10,12	X10,13	X10,14	X10,15		X11,15	X11,16	X11,17	F(X)		
2	VD	275	0	0	190	395		315	0	314	121	0	362		0	91	0	114639		
3	custos	17	40	23	52	14		19	48	36	29	27	25		30	26	22			
4	s.a.																	LEE	signal	LDE
5		-1	-1															-275 >=		-275
6				-1	-1													-190 >=		-190
7						-1												-395 >=		-395
8																		-355 >=		-355
9																		-140 >=		-140
10																		-210 >=		-210
11																		-205 >=		-205
12																		-250 >=		-250
13								-1	-1									-315 >=		-315
14		0,75		0,15		0,65		0,65		-1	-1	-1	-1					0 >=		0
15			0,95		0,85				0,9									0 >=		0
16										0,94								-1 >=	-1	-1
17											0,91							295 >=		295
18												0,89						110 >=		110
19													0,94					370 >=		370
20														0,97				340 >=		340
21															0,94			265 >=		265
																0,92		205 >=		205

**Figura 4:** Resultado ótimo da rede da indústria EcoCiclo (Fonte: Elaboração própria).

O custo mínimo para atender a demanda dos clientes da rede proposta é de R\$ 114639,00. Em que, 275 kg de plástico comum saem da cooperativa localizada em Ametista e são processados pela reciclagem mecânica. Da mesma maneira, 314 kg processados na reciclagem mecânica são reprocessados em garrafas e enviados para o cliente localizado em Jaspe, cumprindo a demanda de 295 kg, pois dos 314 kg de pellets apenas 94% são transformados em garrafas. Para essa solução, todas as demandas foram atendidas e todas as capacidades foram 100% aproveitadas, com exceção da capacidade de PVC da cooperativa localizada em Rutilo, que de 270 kg disponíveis apenas 140 kg foram necessários para atender a demanda dos clientes.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, foi criado um caso de ensino, voltado para a logística reversa do produto logístico das cooperativas de coleta e seleção de materiais recicláveis. O caso foi resolvido através de conceitos da pesquisa operacional, tendo como principal ferramenta a programação linear e sua aplicação no programa Microsoft Excel, através do Solver e do método Simplex.

Sendo assim, a metodologia ativa como forma de aprendizado é um método relativamente recente utilizado dentro de escolas e universidades e, como todo método, tem suas vantagens e desvantagens. No caso, foi simulada uma situação que representa uma possível realidade e, com isso, os alunos a resolvem através de pesquisa independente. Esse modo de ensino é pré-requisito para um mercado que está em constante mudança e necessita de profissionais que tenham capacidade de estudar e aprender de maneira autônoma.

Em contrapartida, o caso de ensino consome mais tempo para ser resolvido do que um método tradicional, como uma lista de exercícios focada ou a apresentação de um trabalho. Além disso, a correção é mais detalhada e deve considerar diversos aspectos, não apenas o resultado final alcançado. Ainda sim, é um método que deve ser valorizado e explorado dentro de sala de aula para enriquecer a formação dos alunos e prepara-los para atender as competências requeridas pelo mercado.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTON, Anete; SILVA, Anielson Barbosa da. **Como escrever um bom caso para ensino? Reflexões sobre o método.** Revista de Administração Contemporânea, v. 22, p. 745-761, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rac/a/jvPFDNwzN6xW8jJGMcSstxR/?format=html&lang=pt>. Acesso em: 07 jun. 2024.

BATISTA, Sângella Caroline Melo. **Uma abordagem utilizando método gráfico e método Simplex na solução de problemas de programação linear.** Disponível em: <https://www.eng-automacao.araxa.cefetmg.br/wp-content/uploads/sites/152/2022/08/TCC-S%C3%A2ngela-Caroline-2012.pdf>. Acesso em: 04 jun. 2024.

DIAS, S. G. **O desafio da gestão de resíduos sólidos urbanos.** GV-Executivo, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 16-20, jan./Jun. 2012. Disponível em: <https://periodicos.fgv.br/gvexecutivo/issue/view/1404>. Acesso em: 31 mai. 2024.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. **Introdução à pesquisa operacional.** McGraw Hill Brasil, 2013.

KAIMARA, P., FOKIDES, E., PLEROU, A., ATSIKPASI, P., & DELIYANNIS, I.; **Serious Games Effect Analysis On Player's Characteristics.** International Journal of Smart Education and Urban Society (IJSEUS), 11(1), 75-91. doi:10.4018/IJSEUS.2020010106, 2020.

MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução à pesquisa operacional.** São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, 2011. Disponível em: [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/35652594/Introducao\\_a\\_pesquisa\\_Operacional\\_Fernando-libre.pdf?1416465762=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DIntroducao\\_a\\_Pesquisa\\_Operacional.pdf&Expires=1718909062&Signature=AqXZA71pppt73-JE1eR5rQFVVoqQbC7SFELejWwDw6aUwnyFkth1rSsmP0wxrZDcSWW5wt61ORES PXB36fZR32ZE9E7nl4-Tow9Y~TVp1M5~AU1~ogjJMcSwph6swFUKRw7CVg-ePHqzU8CTH1jdoMkPiTw25DlvDO7W~hpNQ7cgjT00Xu5o~LQ2hi9JO75umT8lSfJh3W1uJOt9VyzR7JcvWi9UYIGJ5072D~htEeLB2wdb1sgQCz43ZxGtxmlUq8EPXbNgF2U8oRwYUvQ8e5hWEeBSQHc8jQWSaRGHBeAenLozysOJjA4PtGoR8APbhceBFB CVFz6BtUeZqvQ\\_\\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/35652594/Introducao_a_pesquisa_Operacional_Fernando-libre.pdf?1416465762=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DIntroducao_a_Pesquisa_Operacional.pdf&Expires=1718909062&Signature=AqXZA71pppt73-JE1eR5rQFVVoqQbC7SFELejWwDw6aUwnyFkth1rSsmP0wxrZDcSWW5wt61ORES PXB36fZR32ZE9E7nl4-Tow9Y~TVp1M5~AU1~ogjJMcSwph6swFUKRw7CVg-ePHqzU8CTH1jdoMkPiTw25DlvDO7W~hpNQ7cgjT00Xu5o~LQ2hi9JO75umT8lSfJh3W1uJOt9VyzR7JcvWi9UYIGJ5072D~htEeLB2wdb1sgQCz43ZxGtxmlUq8EPXbNgF2U8oRwYUvQ8e5hWEeBSQHc8jQWSaRGHBeAenLozysOJjA4PtGoR8APbhceBFB CVFz6BtUeZqvQ__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA). Acesso em: 04 jun. 2024.

MOTA, A. E. A. S. da; PINHEIRO, R. F.; SANTOS, T. M. dos; MELO, A. C. S.; NUNES, D. R. de L. **Desafios e oportunidades da Logística Reversa no contexto do Plano Nacional de Resíduos Sólidos.** Revista Gestão da Produção Operações e Sistemas, [S. l.], v. 10, n. 4, 2015. DOI: 10.15675/gepros.v10i4.1278. Disponível em: <https://revista.feb.unesp.br/gepros/article/view/1278>. Acesso em: 30 jun. 2024.

PRADO, Darci. **Programação linear.** Falconi Editora, 2016.

RAGSDALE, Cliff T. **Spreadsheet modeling & decision analysis: a practical introduction to management science**. South-Western, Cengage Learning, 2012.

RENDER, Barry; STAIR JR, Ralph M.; HANNA, Michael E. **Análise Quantitativa para a Administração: com Excel e POM-QM para Windows**. Bookman, 2000.