

Um Estudo Utilizando Fatos Estilizados na Comparação entre FIIs e REITs

Gilberto Gil Fidelis Gomes Passos[†], a 
Sildenir Alves Ribeiro[‡], a, b 
Eber Assis Schmitz^{*}, a 

Resumo Este estudo compara os FIIs brasileiros e os REITs norte-americanos, buscando identificar semelhanças e diferenças entre os fatos estilizados dos retornos de índices desses mercados. O objetivo central é avaliar nesses padrões estatísticos as diferenças entre os dois mercados. Para isso, foram utilizados dados dos índices IFIX (Brasil) e IYR (EUA) no período entre 2015 e 2024. A metodologia incluiu análises estatísticas em diferentes frequências temporais e cálculos dos fatos estilizados conhecidos da literatura, incluindo modelos econométricos para capturar a dinâmica da volatilidade condicional. Como resultados, este estudo revela que apesar de IFIX e IYR compartilharem fatos estilizados como caudas pesadas, assimetria negativa, agrupamento de volatilidade e gaussianidade agregacional, existem diferenças relevantes em suas dinâmicas. O IFIX apresenta uma dissipação mais rápida dos choques de volatilidade, enquanto o IYR exibe maior persistência, típica de mercados maduros.

Palavras-chave: Fatos Estilizados; Fundos de Investimentos Imobiliários; volatilidade

1. Introdução

Dados recentes da B3 (B3, 2024) revelam um crescimento na base de investidores, atingindo 2,8 milhões de cotistas pessoas físicas em 2024, um aumento de 133% em relação a 2020. Esses investidores detêm 74% do saldo total aplicado em Fundos de Investimentos Imobiliários (FIIs), que correspondem a R\$124,3 bilhões, em um mercado que ultrapassa R\$168 bilhões em patrimônio líquido total distribuído em mais de 500 fundos listados, como mostra a Tabela 1. De acordo com esses dados, os FIIs têm sido destaques no mercado brasileiro como instrumentos de acesso aos investimentos imobiliários, onde representam uma alternativa cuja rentabilidade está vinculada tanto

email dos autores

[†] gilberto.gil@ufrj.br

[‡] sildenir.ribeiro@cefet-rj.br

^{*} eber@nce.ufrj.br

aos rendimentos provenientes de aluguéis, quanto à valorização dos ativos imobiliários (de Oliveira e Milani, 2020).

Tabela 1
Evolução dos Investidores Pessoas Físicas em FIIs (2020-2024)

Ano	2020	2021	2022	2023	2024
Investidores (milhões)	1,2	1,5	2,0	2,4	2,8
Saldo (R\$ bi)	77,0	92,2	98,3	118,2	124,3
Participação (%)	74	74	74	75	74

Fonte: (B3, 2024) - Elaboração própria

Os *Real Estate Investment Trusts* (REITs) são veículos de investimentos originariamente dos EUA - embora disponíveis também em outros países com suas próprias adaptações - caracterizados por adquirir, administrar e financiar imóveis com potencial de geração de renda (Cotter e Stevenson, 2006). No contexto brasileiro, os FIIs são uma versão local dos REITs que seguem uma estrutura regulatória especificada pela Comissão de Valores Imobiliários (CVM) (de Oliveira e Milani, 2020). Dessa maneira, tanto os FIIs quanto os REITs permitem o acesso de investidores ao mercado imobiliário por meio de cotas negociadas em bolsa (Chan et al., 2002).

Nos REITs, em particular, a literatura traz análises sobre alguns padrões estatísticos recorrentes em suas séries financeiras (Cotter e Stevenson, 2008), também conhecidos como fatos estilizados (FE) (Cont, 2001). Esses padrões têm implicações relevantes para precificação e gestão de riscos, como abordado em (Bonato et al., 2022). No entanto, ainda há escassez de estudos que investiguem se os FIIs compartilham esses mesmos FE. Assim, a pergunta central deste trabalho é: os FIIs brasileiros apresentam os mesmos fatos estilizados dos REITs, em relação à dinâmica dos retornos e da volatilidade?

O objetivo do estudo é comparar e analisar os mercados de FIIs e REITs, utilizando funções de autocorrelação e modelos de volatilidade para avaliar os fatos estilizados e identificar as diferenças estruturais entre os dois mercados. Este estudo contribui para o entendimento da dinâmica dos FE dos FIIs e suas semelhanças (ou não) com a dos REITs, colaborando com esta lacuna da literatura brasileira. De acordo com (Katahira et al., 2019) a identificação dos fatos estilizados contribui para uma avaliação mais precisa do risco, ao sinalizar períodos de maior e menor volatilidade. Dessa maneira, os resultados obtidos oferecem subsídios tanto para investidores estrangeiros com interesse em diversificar sua carteira com FIIs, quanto para investidores brasileiros que

buscam diversificar com REITs, ao trazer luz às convergências e divergências desses mercados.

2. Fatos Estilizados

Segundo (Cont, 2001), quando os desempenhos dos mercados financeiros são analisados sob uma ótica estatística, os retornos dos ativos compartilham um conjunto de propriedades comuns, independentemente do mercado ou do tipo de ativo. Essas características recorrentes são conhecidas como fatos estilizados (FE).

Esta seção tem como objetivo apresentar os principais fatos estilizados identificados na literatura, com o intuito de aplicá-los ao mercado brasileiro de FIIs, discutindo e analisando se os efeitos da volatilidade e da ineficiência de mercado podem ser mais pronunciados do que no mercado de REITs dos EUA.

2.1 Ausência de Autocorrelação nos Retornos

A ausência de autocorrelação nos retornos indica, segundo (Cont, 2001) que os retornos financeiros não apresentam dependência linear significativa ao longo do tempo, ou seja, os retornos passados não possuem poder preditivo sobre os retornos futuros. Esse fato estilizado tem grande relevância para a teoria dos mercados eficientes (Fama, 1970), pois sugere que os preços dos ativos seguem um passeio aleatório (*random walk*), onde as novas informações são rapidamente incorporadas e os preços não podem ser previstos com base em retornos passados.

A autocorrelação dos retornos r_t pode ser medida utilizando a função de autocorrelação (ACF), definida como:

$$ACF(\tau) = \frac{E[(r_t - \bar{r})(r_{t+\tau} - \bar{r})]}{\sigma^2} \quad (1)$$

onde:

- τ representa o defasamento (*lag*);
- \bar{r} é a média dos retornos;
- σ^2 é a variância dos retornos.

2.2 Assimetria entre Ganhos e Perdas

A assimetria entre ganhos e perdas é um fato estilizado que descreve a tendência de retornos negativos serem mais abruptos e intensos do que retornos positivos de mesma magnitude (Cont, 2001). Em outras palavras, as quedas nos preços dos ativos geralmente ocorrem de forma mais rápida e acentuada do que altas equivalentes. Segundo (Park, 2014), esse comportamento evidencia que os mercados financeiros reagem de maneira assimétrica a choques positivos e negativos, um padrão que pode ser atribuído a fatores comportamentais, como a aversão ao risco dos investidores e o efeito de manada.

Essa assimetria pode ser quantificada por meio do coeficiente de assimetria (*skewness*), que corresponde ao terceiro momento central da distribuição de retornos, modelada por:

$$\text{Skewness} = \frac{E[(r_t - \bar{r})^3]}{\sigma^3} \quad (2)$$

onde:

- r_t representa os retornos dos ativos;
- \bar{r} é a média dos retornos;
- σ é o desvio padrão dos retornos.

Dessa maneira, a interpretação do coeficiente de assimetria é a seguinte:

- **Skewness** > 0: Distribuição com cauda mais longa à direita, indicando uma ocorrência mais frequente de retornos positivos extremos.
- **Skewness** < 0: Distribuição com cauda mais longa à esquerda, indicando quedas bruscas mais frequentes do que altas.
- **Skewness** = 0: Distribuição simétrica.

2.3 Caudas Pesadas (*Heavy Tails*)

As caudas pesadas referem-se à ocorrência de retornos extremos com maior frequência do que o previsto por distribuições normais. Em termos matemáticos, probabilidade de ocorrer grandes variações nos retornos financeiros decai de forma polinomial (de Faria, 2022), seguindo uma lei de potência do tipo:

$$\mathbb{P}(|r_t| > x) \approx cx^{-\alpha}, \quad \text{com } \alpha > 0 \text{ e } c > 0, \quad (3)$$

onde α é o índice de cauda. Para distribuições de retornos financeiros, os valores de α estão na faixa $2 < \alpha < 5$ (Cont, 2001).

A estimação do índice de cauda pode ser realizada com o Estimador de Hill (de Faria, 2022), uma ferramenta clássica da análise de valores extremos. Para isso, os log-retornos $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ são ordenados, e selecionam-se os k maiores (ou menores) valores. O estimador de Hill para o índice de cauda α é então definido por:

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\log X_{(n-i)} - \log X_{(n-k)}) \right]^{-1}, \quad (4)$$

onde $X_{(j)}$ representa o j -ésimo maior valor da amostra ordenada, e k define o número de observações usadas para a estimação da cauda.

Uma outra forma de capturar a presença de caudas pesadas é através da medida da curtose (Antypas et al., 2013), definido como:

$$Kurtosis = \frac{E[(r_t - \bar{r})^4]}{\sigma^4} \quad (5)$$

onde valores maiores do que 3 indicam distribuições com caudas mais pesadas do que a normal, enquanto valores menores do que 3 indicam caudas mais leves.

2.4 Gaussianidade Agregacional

A propriedade da Gaussianidade Agregacional refere-se a um fenômeno onde, na medida em que aumentamos o intervalo de tempo para calcular os retornos dos ativos financeiros, a distribuição dos retornos tende a se aproximar de uma distribuição normal. Isso implica que, enquanto os retornos de alta frequência apresentam caudas pesadas e curtose excessiva, retornos relativos a períodos mais longos convergem para um comportamento Gaussiano (Cont, 2001).

A medição da Gaussianidade Agregacional pode ser feita através de diversas métricas estatísticas, dentre elas:

- **Teste de Kolmogorov-Smirnov (KS):** Este teste não paramétrico avalia a aderência entre a distribuição empírica dos dados e uma distribuição

teórica especificada (como a distribuição normal padrão) (Berger e Zhou, 2014). Especificamente, ele mede a diferença máxima vertical entre a função de distribuição acumulada (FDA) observada nos dados e a FDA da distribuição teórica de referência.

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| \quad (6)$$

onde $F_n(x)$ é a função de distribuição empírica e $F(x)$ é a distribuição teórica.

- **Análise de Quantis (Q-Q Plot):** Um gráfico Q-Q compara os quantis da distribuição empírica dos retornos com os quantis de uma distribuição normal. Se os pontos do gráfico se alinham aproximadamente a uma linha reta, indica conformidade com a normalidade.
- **Curtose e Assimetria:** A diminuição da curtose com o aumento do intervalo de agregação indica que os retornos estão se aproximando de uma distribuição normal. Da mesma forma, se a assimetria converge para zero, reforça-se a tendência dos retornos a exibirem comportamento Gaussiano em horizontes temporais mais longos.

A aplicação dessas métricas em diferentes escalas temporais permite avaliar a evolução da gaussianidade com a agregação temporal.

2.5 Intermitência

A intermitência é um comportamento dos retornos dos ativos que descreve uma ocorrência irregular de períodos de alta e baixa volatilidade (Cont, 2001), que são associados a eventos raros e de grande impacto (Saichev e Sornette, 2006).

A intermitência pode ser quantificada através da análise da curtose da distribuição de retornos (Sen e Sherkar, 2023), que nos mercados financeiros tem valores significativamente maiores do que 3, o que denota uma não normalidade que caracteriza este fato estilizado.

2.6 Agrupamento de Volatilidade (*Volatility Clustering*)

O agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*) descreve que períodos de alta volatilidade tendem a ser sucedidos por novos períodos igualmente voláteis, enquanto períodos de baixa volatilidade são seguidos por variações

menos intensas (Cont, 2001). Em termos formais, essa característica indica que a série de volatilidade $\{\sigma_t\}$ apresenta memória ou persistência ao longo do tempo (Cotter e Stevenson, 2008). Ao usar os retornos quadráticos r_t^2 como fator de volatilidade, observa-se que a autocorrelação pode ser medida por:

$$C(\tau) = \text{corr}(r_t^2, r_{t+\tau}^2), \quad (7)$$

onde τ representa a *lag*, ou deslocamento temporal, entre dois retornos no cálculo da correlação.

Dessa maneira, se $C(\tau) > 0$ decai lentamente na medida que τ aumenta, então esse comportamento difere do esperado em um passeio aleatório, no qual esta correlação tenderia rapidamente a zero (de Faria, 2022).

2.7 Caudas Pesadas Condicionais

Seja r_t o retorno de um ativo financeiro no instante t , e seja \mathcal{F}_{t-1} o conjunto de informações disponíveis até o tempo $t - 1$. Diz-se que a distribuição condicional dos retornos $r_t \mid \mathcal{F}_{t-1}$ apresenta caudas pesadas condicionais quando, mesmo após a modelagem da variância condicional — por meio de modelos GARCH — os resíduos padronizados $z_t = r_t / \hat{\sigma}_t$ continuam exibindo comportamento de cauda pesada. Isso implica que existe uma constante $c > 0$ e um índice de cauda $\alpha > 0$ tais que:

$$\mathbb{P}(|z_t| > x \mid \mathcal{F}_{t-1}) \sim cx^{-\alpha}, \quad \text{quando } x \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Ou seja, mesmo após o ajuste da heterocedasticidade por um modelo condicional da forma do GARCH (Furriel, 2011) com:

$$r_t = \mu + \sigma_t z_t, \quad (9)$$

onde

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad (10)$$

a distribuição dos resíduos z_t não converge para uma normal padrão, mas sim para uma distribuição com excesso de curtose, o que caracteriza um FE conhecido como caudas pesadas condicionais (de Faria, 2022).

2.8 Decaimento Lento das Autocorrelações dos Retornos Absolutos

Outro fato estilizado documentado é o decaimento lento da autocorrelação dos retornos absolutos, indicando que a volatilidade exibe uma memória longa

(Cont, 2001; Zheng et al., 2024).

Em termos matemáticos, a função de autocorrelação dos retornos absolutos, definida como:

$$C(\tau) = \text{corr}(|r_t|, |r_{t+\tau}|) \quad (11)$$

e os resultados dessas autocorrelações segundo (Cont, 2001) seguem um padrão de uma lei de potência $C(\tau) \sim A \cdot \tau^{-\beta}$ com $\beta \in [0.2, 0.4]$.

Esse comportamento, de acordo com (Liu et al., 1997) sugere que o decaimento da autocorrelação ocorre de maneira mais lenta, indicando que choques de volatilidade podem ter impacto prolongado sobre os retornos futuros.

3. Análise e Medição

Este estudo investiga se os Fundos de Investimento Imobiliário brasileiros compartilham os mesmos fatos estilizados observados nos *Real Estate Investment Trusts* (REITs) internacionais, com foco na dinâmica dos retornos e da volatilidade. A pesquisa adota uma abordagem empírica, fundamentada na extração e análise de nove fatos estilizados consolidados na literatura de finanças, especialmente conforme sistematizados por (Cont, 2001).

3.1 Amostras e Dados

A amostra contempla séries temporais diárias de dois índices representativos dos mercados de ativos imobiliários listados: o IFIX, principal índice do mercado de FIIs brasileiros negociados na B3, e o *iShares Dow Jones U.S. Real Estate Index Fund* (IYR) um dos principais fundos de índice de REIT nos Estados Unidos (Li, 2012). O período de análise compreende os anos de 2015 a 2024. Os dados foram obtidos de (Investing.com, 2024) e da biblioteca yfinance do Python. A partir dos preços de fechamento, foram calculados os retornos logarítmicos diários, conforme metodologia clássica em finanças (Campbell et al., 1998).

3.2 O cálculo dos Fatos Estilizados

Com o objetivo de medir os FEs dos retornos das séries e realizar a comparação entre os dois mercados, foram extraídos os dados, calculadas as séries de retornos nas janelas diárias, semanais e mensais de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2
Cálculo dos Fatos Estilizados

Fatos Estilizados	Critérios de Análise
Ausência de autocorrelação linear	Cálculo da função de autocorrelação (ACF) para diferentes defasagens temporais, considerando um horizonte de até 20 períodos.
Caudas pesadas	Cálculo da curtose amostral, comparada com o valor esperado para uma distribuição normal, complementada por uma análise visual através de gráficos de densidade e Q-Q plots.
Assimetria dos Retornos	Cálculo do coeficiente de skewness com análise de histogramas e gráficos de densidade, permitindo identificar desvios de simetria.
Gaussianidade Agregacional	Cálculo da autocorrelação dos retornos quadráticos nos horizontes diário, semanal e mensal.
Agrupamento de volatilidade	Análise da função de autocorrelação dos retornos absolutos, complementada pela estimação de parâmetros de leis de potência.
Caudas pesadas condicionais	Modelagem do GARCH(1,1), análise dos resíduos padronizados (assimetria e curtose) e comparação com distribuições teóricas, com verificação gráfica via Q-Q plots.
Efeito alavancagem	Investigação baseada na resposta diferencial da volatilidade condicional a choques positivos e negativos dos preços.

As análises foram realizadas utilizando linguagem de programação Python, com bibliotecas *pandas*, *numpy* e *stats*. Os resultados empíricos foram comparados entre os mercados de FIIs e REITs, destacando convergências e divergências nos FEs.

4. Resultados e Discussões

Ao observar e calcular os FEs tanto do IFIX quanto do IYR, é possível identificar semelhanças e diferenças desses mercados. A intermitência gerada pelos retornos nas frequências diária, semanal e mensal e observada na Fi-

gura 1 sugere que ambos compartilham diversos fatos estilizados, como será detalhado nesta seção.

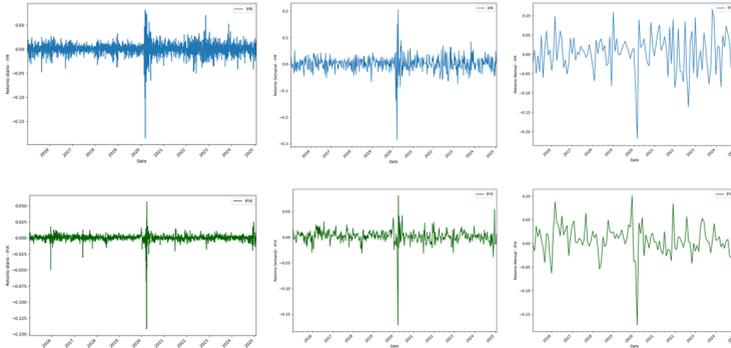


Figura 1
Intermittência: Retornos IYR e IFIX

Pode ser observado que o período da pandemia de COVID-19 em 2020 marcou um ponto notável, com quedas intensas e concentradas nos dois mercados (Bonato et al., 2022). Observa-se que os saltos são mais visíveis na frequência diária, mas ainda persistem nas agregações semanais e mensais, sugerindo uma persistência dos choques.

Apesar dessas semelhanças, o índice IYR apresenta picos de retorno positivos mais pronunciados que o IFIX, refletindo possivelmente maior liquidez e sensibilidade ao comportamento do mercado acionário norte-americano como observado em (Cotter e Stevenson, 2006). Já o IFIX mostra uma trajetória mais suave, o que pode estar relacionado à estrutura de dividendos dos FIIs como afirma (Bonato et al., 2022).

4.1 Fato Estilizado: Ausência de Autocorrelações

Ao calcular a Função de Autocorrelação (ACF) dos retornos do IYR (Figura 2) e do IFIX (Figura 3) pode ser observado que para a maior parte dos defasamentos (*lags*), tanto o IYR quanto o IFIX apresentam coeficientes dentro do intervalo de confiança para todas as frequências (diária, semanal e mensal).

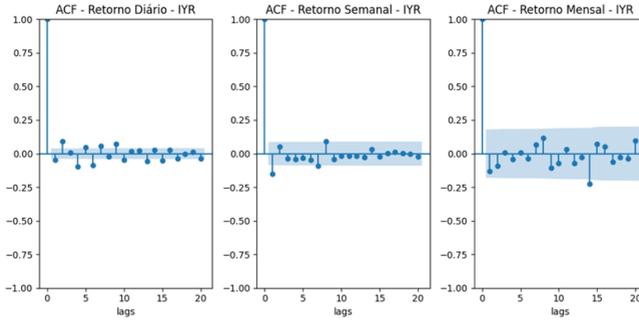


Figura 2
ACF dos retornos do IYR

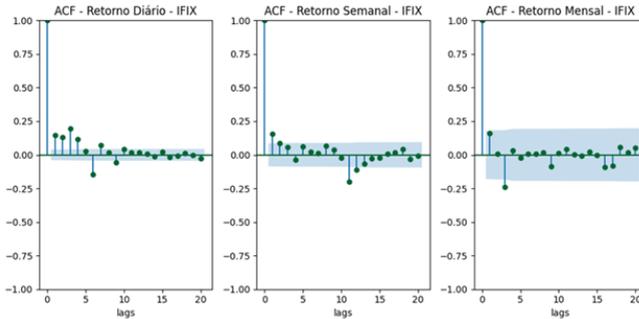


Figura 3
ACF dos retornos do IFIX

No geral, como as barras se mantêm dentro dos intervalos de confiança, os retornos exibem pouca correlação linear estatisticamente significativa que, segundo (de Faria, 2022), sugere que os novos preços incorporam rapidamente as informações disponíveis. No entanto, o IFIX apresenta uma autocorrelação significativa para os *lags* iniciais nos retornos diários. Isso pode indicar a presença de dependência temporal de curto prazo nos retornos, ou seja, retornos passados podem ter algum poder preditivo sobre retornos futuros, violando a hipótese de mercado eficiente.

4.2 Caudas Pesadas, Assimetria entre Ganhos e Perdas e Gaussianidade Agregacional

A Tabela 3 resume as estatísticas de assimetria (*skewness*) e curtose (*kurtosis*) dos retornos do IYR e do IFIX nas frequências diária, semanal e mensal.

Os valores negativos de *skewness* indicam uma distribuição assimétrica à esquerda, sugerindo maior frequência e intensidade de retornos extremamente negativos. Já os valores elevados de *kurtosis* apontam para a presença de caudas pesadas, característica comum em séries financeiras com ocorrência de eventos extremos.

Tabela 3
Skewness e Kurtosis dos Retornos do IYR e IFIX

Frequência	IYR		IFIX	
	<i>Skewness</i>	<i>Kurtosis</i>	<i>Skewness</i>	<i>Kurtosis</i>
Diária	-1.4857	26.6986	-8.2572	210.0469
Semanal	-1.0998	22.7981	-3.7000	52.0774
Mensal	-0.6851	4.9439	-1.0373	9.9632

Os resultados marcam características nessas distribuições. Os valores de assimetria negativos em todas as frequências revelam uma tendência persistente de retornos extremamente negativos, sendo particularmente pronunciada no IFIX em frequência diária ($skewness = -8,26$), o que sugere ocorrências frequentes de variações abruptas nos preços. Esse padrão de assimetria vai se atenuando conforme a janela temporal se expande para semanal e mensal, indicando um efeito de compensação entre retornos negativos e positivos em horizontes mais longos.

Quanto à *kurtosis*, ambos os índices apresentam valores significativamente acima de 3 nas frequências diária e semanal, caracterizando uma clara leptocurtose. Contudo, o IFIX se destaca com uma curtose diária superior a 200, demonstrando uma propensão a eventos extremos (Westfall, 2014). Embora essa leptocurtose diminua consideravelmente na frequência mensal, os valores permanecem acima do limiar gaussiano, indicando que mesmo em janelas temporais maiores os retornos não convergem completamente para a normalidade.

As Figura 4 complementam essas conclusões, mostrando distribuições com caudas mais pesadas e maior concentração de valores extremos do que o esperado na normalidade. Os histogramas e o gráfico QQ-plot revelam frequências elevadas de retornos nas regiões extremas, tanto positivas quanto negativas, embora com predominância negativa, devido à assimetria.

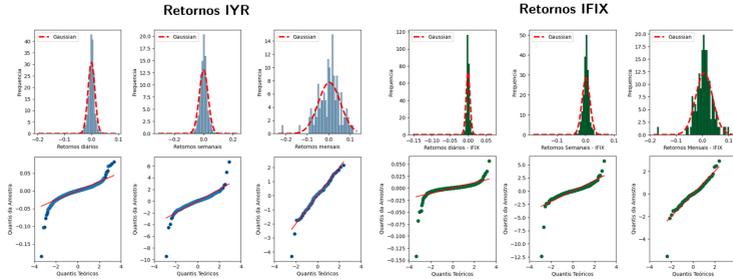


Figura 4
Histograma e QQ-plot dos Retornos

Os resultados obtidos com o teste de *Kolmogorov-Smirnov* (KS) na [Tabela 4](#) e [Tabela 5](#) mostram que os retornos do IYR e do IFIX não seguem uma distribuição normal nas frequências diárias e semanais e o IFIX apresenta uma distância ainda maior nessas frequências. Contudo, na frequência mensal para ambos os índices não é possível rejeitar a hipótese de normalidade.

Tabela 4
Teste do KS - IYR

Frequência	Média	Desvio Padrão	KS	p-valor
Diária	0.0002	0.0129	0.0828	0.0000
Semanal	0.0010	0.0305	0.0856	0.0008
Mensal	0.0040	0.0518	0.0792	0.4181

Tabela 5
Teste do KS - IFIX

Frequência	Média	Desvio Padrão	KS	p-valor
Diária	0.0003	0.0055	0.1500	0.0000
Semanal	0.0015	0.0140	0.1215	0.0000
Mensal	0.0066	0.0326	0.0765	0.4617

Nota: Teste KS de normalidade. P-valores < 0.05 indicam rejeição da normalidade (5% de significância).

Esses resultados sugerem que a ampliação do horizonte temporal promove uma suavização significativa na distribuição dos retornos desses ativos, reduzindo tanto a assimetria quanto a leptocurtose. Tal comportamento está alinhado ao fato estilizado conhecido como Gaussianidade Agregacional, que afirma que a agregação dos retornos em períodos maiores atenua a ocorrência de eventos extremos e aproxima a distribuição empírica dos retornos à distribuição normal.

4.3 Agrupamento de Volatilidade

Ao analisar a ACF dos retornos quadráticos para ambos os índices (IYR e IFIX) observa-se a presença de autocorrelação positiva estatisticamente significativa nos lags iniciais, como ilustra a [Figura 5](#) um FE chamado agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*). Esse padrão indica que períodos de elevada volatilidade tendem a ser seguidos por outros períodos de alta volatilidade, assim como períodos de baixa volatilidade tendem a ser seguidos por outros de baixa volatilidade ([Cotter e Stevenson, 2008](#)).

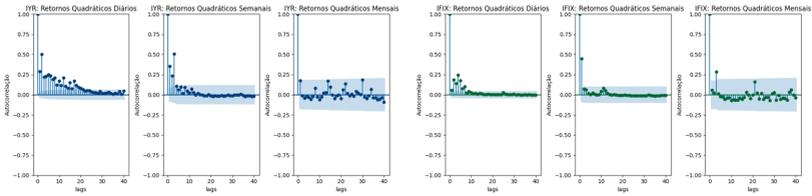


Figura 5
ACF dos Retornos Quadráticos

Contudo, mesmo que a força da autocorrelação diminua conforme aumentam os lags, ela persiste por vários períodos, reforçando o fato de que choques de volatilidade não se dissipam imediatamente ([Caporale et al., 2020](#)), mas continuam a impactar o mercado ao longo do tempo.

4.4 Decaimento Lento das Autocorrelações dos Retornos Absolutos

Ao calcular a ACF para retornos absolutos e os coeficientes da lei de potência $C_\alpha(\tau) \sim A/\tau^\beta$ para os índices IYR e IFIX, conforme ([Cont, 2001](#)), é possível observar que a função de autocorrelação de retornos absolutos decai lentamente em função do lag temporal, conforme mostra a ??.

Os resultados apresentados na [Tabela 6](#) mostram os valores estimados para o expoente de decaimento da Lei de Potência, permitindo uma comparação direta com o intervalo de referência $0,2 < \beta < 0,4$ apresentado por ([Cont, 2001](#)).

Tabela 6
Expoentes de decaimento da Lei de Potência

Frequência	IYR	IFIX
Diária	0,445	0,682
Semanal	1,089	1,384
Mensal	0,698	2,079

O IYR exibe maior persistência na frequência diária ($\beta \approx 0,445$), valor que, embora superior ao intervalo de (Cont, 2001), ainda sugere memória de médio alcance na volatilidade. Essa persistência diminui na escala semanal, indicando transição para um regime de decaimento mais rápido, mas retorna a valores intermediários no mensal. Em contraste, o IFIX apresenta menor persistência, com $\beta \approx 0,682$ no diário - significativamente acima do intervalo $[0,2; 0,4]$ e valores maiores ainda nas outras frequências. Esse comportamento sugere que choques de volatilidade se dissipam mais rapidamente, particularmente em horizontes longos.

Na Figura 6, observa-se esse decaimento da autocorrelação dos retornos absolutos e a curva delimitada pela lei de potência, para os valores da tabela.

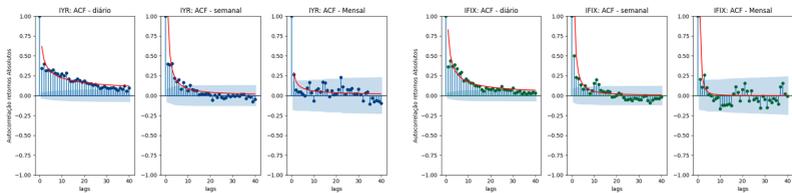


Figura 6
ACF dos Retornos Absolutos e Lei de Potência

4.5 Caudas Pesadas Condicionais

A assimetria e a curtose dos resíduos padronizados obtidos com a modelagem GARCH(1,1) para os índices IYR e IFIX, estão dispostos na Tabela 7.

Tabela 7
Estatísticas de assimetria e curtose dos resíduos padronizados

Frequência	IYR		IFIX	
	Skewness	Kurtosis	Skewness	Kurtosis
Diária	-0,43	4,72	-2,06	27,45
Semanal	-0,53	5,15	-0,97	8,46
Mensal	-0,30	3,09	-0,05	4,68

O histograma e o QQ-plot dos resíduos padronizados mostrados na Figura 7, complementados pelas medidas de assimetria (skewness) e curtose (kurtosis), apontam que o índice IYR apresenta aproximação à normalidade à medida que o horizonte temporal se amplia. Na frequência diária, observa-se uma curtose moderada e leve assimetria negativa. Essa tendência se acentua

na frequência mensal, onde os resíduos padronizados se aproximam bastante da normalidade, sugerindo que, em horizontes mais amplos, o modelo GARCH(1,1) é eficaz na captura da volatilidade condicional dos retornos desse índice.

Por outro lado, o índice IFIX exhibe desvios mais pronunciados em relação à normalidade, especialmente na frequência diária, onde os resíduos padronizados apresentam forte assimetria negativa e curtose elevada.

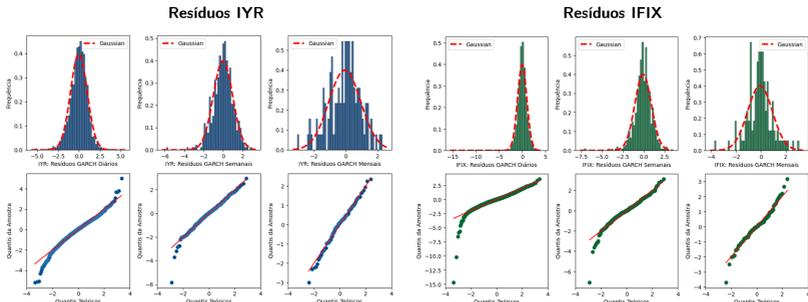


Figura 7
ACF e QQ-plot dos Resíduos Padronizados

Esses resultados corroboram o fato estilizado das caudas pesadas condicionais, indicando que mesmo após a modelagem da volatilidade condicional pelo modelo GARCH(1,1), ainda persistem eventos extremos não capturados adequadamente por uma distribuição gaussiana, especialmente em frequências mais altas.

5. Conclusão

Este estudo investigou se os Fundos de Investimento Imobiliário (FIIs) brasileiros compartilham fatos estilizados similares aos observados em *Real Estate Investment Trusts* (REITs), focando especificamente na dinâmica dos retornos e volatilidades. Assim, FIIs e REITs compartilham diversos fatos estilizados como a presença de caudas pesadas, assimetrias e agrupamento de volatilidade. No entanto, os resultados também mostram diferenças importantes na forma como esses mercados reagem a choques e atravessam períodos de crise. O IFIX, representando um mercado emergente, mostrou-se mais suscetível a movimentos abruptos e localizados, enquanto o IYR, como exemplo de um mercado maduro, apresentou padrões mais estáveis e persistentes ao longo do tempo.

Essas diferenças não ocorrem por acaso, uma vez que estudos como o de

(Namaki et al., 2013) indicam que mercados emergentes tendem a perder mais rapidamente a memória dos choques, convergindo para uma normalidade estatística em escalas maiores — algo que também observamos no comportamento do IFIX. Já os REITs, conforme analisado por (Jondeau e Rockinger, 1999), operam sob estruturas institucionais mais maduras, com forte presença de investidores institucionais e regras claras sobre alavancagem, o que contribui para uma resposta mais gradual e sistêmica às crises.

Dessa forma, este estudo colabora com o entendimento sobre o comportamento dos FIIs brasileiros, e também reforça a importância de considerar o contexto institucional e a estrutura de mercado na análise de ativos financeiros. Identificar esses fatos estilizados permite que investidores, tanto locais quanto estrangeiros, tomem decisões mais informadas, ajustem suas estratégias diante de diferentes regimes de volatilidade e, sobretudo, compreendam melhor os riscos e oportunidades envolvidos na alocação de capital em mercados imobiliários ao redor do mundo.

Referências

- Antypas, A., Koundouri, P. e Kouronenis, N. (2013). Aggregational gaussianity and barely infinite variance in financial returns, *Journal of Empirical Finance* **20**: 102–108.
- B3 (2024). Perfil da pessoa física no mercado a vista.
URL: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/perfil-pessoa-fisica/
- Berger, V. W. e Zhou, Y. (2014). Kolmogorov–smirnov test: Overview, *Wiley statsref: Statistics reference online* .
- Bonato, M., Cepni, O., Gupta, R. e Pierdzioch, C. (2022). Forecasting realized volatility of international reits: The role of realized skewness and realized kurtosis, *Journal of Forecasting* **41**(2): 303–315.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay, A. C. e Whitelaw, R. F. (1998). The econometrics of financial markets, *Macroeconomic Dynamics* **2**(4): 559–562.
- Caporale, G. M., Gil-Alana, L. A. e Tripathy, T. (2020). Volatility persistence in the russian stock market, *Finance Research Letters* .

- Chan, S. H., Erickson, J. e Wang, K. (2002). Real estate investment trusts: Structure: Structure, performance, and investment opportunities, *OUP Catalogue* .
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues, *Quantitative finance* **1**(2): 223.
- Cotter, J. e Stevenson, S. (2006). Multivariate modeling of daily reit volatility, *The Journal of Real Estate Finance and Economics* **32**: 305–325.
- Cotter, J. e Stevenson, S. (2008). Modeling long memory in reits, *Real Estate Economics* **36**(3): 533–554.
- de Faria, L. G. (2022). An agent-based model with realistic financial time series: A method for agent-based models validation, *arXiv preprint arXiv:2206.09772* .
- de Oliveira, J. M. e Milani, B. (2020). Variáveis que explicam o retorno dos fundos imobiliários brasileiros, *Revista Visão: Gestão Organizacional* **9**(1): 17–33.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets, *Journal of finance* **25**(2): 383–417.
- Furriel, A. M. Q. S. (2011). *Modelos heterocedásticos–arch e garch*, Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto (Portugal).
- Investing.com (2024). Ifix (Índice de fundos imobiliários) - cotações e gráficos. Acessado em 05 mar. 2025.
URL: <https://www.investing.com/indices/bm-fbovespa-real-estate-ifix>
- Jondeau, E. e Rockinger, M. (1999). The tail behavior of stock returns: Emerging versus mature markets.
- Katahira, K., Chen, Y., Hashimoto, G. e Okuda, H. (2019). Development of an agent-based speculation game for higher reproducibility of financial stylized facts, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **524**: 503–518.
- Li, L. (2012). The determinants of reit volatility, *Graaskamp Center for Real Estate, Wisconsin School of Business* pp. 17–20.
- Liu, Y., Cizeau, P., Meyer, M., Peng, C.-K. e Stanley, H. E. (1997). Correlations in economic time series, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **245**(3-4): 437–440.

- Namaki, A., Lai, Z. K., Jafari, G., Raei, R. e Tehrani, R. (2013). Comparing emerging and mature markets during times of crises: A non-extensive statistical approach, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **392**(14): 3039–3044.
- Park, B.-J. (2014). Time-varying, heterogeneous risk aversion and dynamics of asset prices among boundedly rational agents, *Journal of Banking & Finance* **43**: 150–159.
- Saichev, A. e Sornette, D. (2006). Generic multifractality in exponentials of long memory processes, *Phys. Rev. E* **74**: 011111.
- Sen, R. e Sherkar, V. (2023). Study of stylized facts in stock market data, *Available at SSRN 4844406* .
- Westfall, P. (2014). Kurtosis as peakedness, 1905–2014. r.i.p., *The American Statistician* **68**.
- Zheng, M., Song, H.-S. e Liang, J. (2024). Modeling the volatility of daily listed real estate returns during economic crises: Evidence from generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models, *Buildings* **14**(1): 182.