O TEOREMA DE PICARD COMO UMA CONSEQUÊNCIA DO TEOREMA DO PONTO FIXO DE BANACH

Hugo Henryque Coelho e Silva [1]; Yane Lísley Ramos Araújo[2]
E-mail: hugawnh@gmail.com [1]

1 Aluno do PIC 2018/2019, licenciatura plena em matemática;
2 Orientadora do PIC, departamento de matemática.

Na resolução de alguns problemas matemáticos se faz necessário solucionar uma equação do tipo $f(x) = b$, na qual supomos x um ponto do espaço euclidiano R^n. Observe que reescrevendo esta equação temos: $f(x) = b \Leftrightarrow f(x) - b = 0$ (I), assim podemos definir uma nova função $h(x) = f(x) + x - b$ e encontrar uma solução para equação (I) é equivalente a determinar os pontos fixos da aplicação h, isto é, determinar os pontos x tal que $h(x) = x$. Nem sempre encontrar pontos fixos de uma dada função é uma tarefa simples, por isso, existem alguns resultados na matemática que garantem sob quais condições uma determinada aplicação admite pontos fixos. Um resultado bastante importante quando se fala sobre existência e unicidade de pontos fixos é o teorema do ponto fixo de Banach que garante que se $f : M \rightarrow N$ é uma contração, isto é, $d(f(x), f(y)) \leq c \, . \, d(x, y)$ *com* $0 \leq c < 1$ e M é um espaço métrico completo então f admite um único ponto fixo. Este resultado possui diversas consequências, principalmente no que tange à existência e unicidade de soluções para equações: lineares, diferenciais ou integrais. E como consequência disto, temos o teorema de Picard que garante a existência e unicidade de solução para um problema de valor inicial, em síntese, este resultado garante sob quais condições um problema de valor inicial possui solução única em um intervalo fechado da reta $[a, b]$. Desta forma, devido a relevância do tema no estudo sobre existência e unicidade de soluções para equações, neste trabalho apresentaremos a demonstração do teorema do ponto fixo de Banach e mostraremos que o teorema de Picard é uma consequência direta deste resultado. Por fim, apresentaremos um problema modelado por uma EDO que se enquadre nas hipóteses do teorema de Picard, e a garantia da existência e unicidade de solução para este utilizando o teorema de Picard.

Palavras-chave: Espaços Métricos Completos, Ponto Fixo, Ponto Fixo De Banach, Teorema De Picard.

Área do Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra