**A ARTE DE LADRILHAR UTILIZANDO O GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Elaine de Sousa Teodosio [[1]](#footnote-0)

Lara Ronise de Negreiros Pinto Scipião [[2]](#footnote-1)

Daniel Brandão Menezes [[3]](#footnote-2)

Maria José Costa dos Santos [[4]](#footnote-3)

**RESUMO**

O ladrilhamento é uma técnica que pode ser utilizada em diversas frentes de aplicações como pisos, estamparia de tecidos, artesanatos, dentre outros. Diante disso, este trabalho tem como objetivo propor uma atividade com ângulos internos dos polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, a partir dos conceitos e propriedades da Geometria presentes nesta arte, que consiste no preenchimento do plano, por moldes, sem superposição ou buracos. A pesquisa a ser realizada é do tipo pesquisa-ação com abordagem qualitativa e pretende utilizar como ferramenta o Geogebra, software de matemática dinâmica gratuito para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação.ou seja é uma multiplataforma. O Geogebra, será utilizado na estruturação de uma oficina com o intuito de possibilitar aos estudantes a construção dos conceitos de Geometria de forma interativa, criativa e reflexiva. O estudo se pautará nas Metodologias Ativas, em especial, a Aprendizagem Baseada em Problemas. Destaca-se que essa proposta poderá oportunizar um aprendizado a partir de ações proativas, entre professores e estudantes, auxiliando na construção e reconstrução de conceitos matemáticos, favorecendo um ambiente colaborativo e significativo de aprendizagem. Recomenda-se esta atividade como proposta de aula para os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental possibilitando a integração entre diversas estratégias de ensino e de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Ladrilhamento. Geometria. Geogebra. Aprendizagem baseada em problema.

**INTRODUÇÃO**

Partindo da preocupação dos pesquisadores em auxiliar professores e estudantes na construção e reconstrução dos conceitos matemáticos de forma que a aprendizagem seja colaborativa, reflexiva e significativa, esse trabalho possui a intenção de dirimir dificuldades, percebidas em sala de aula, em ensinar e aprender conceitos próprios da Geometria, frente a como esse conhecimento é abordado para os estudantes e professores nas escolas do Ensino Fundamental.

Com relação aos estudantes, sabe-se que o problema da aprendizagem de Geometria não é recente e, muitas vezes, isso ocorre por conta de como o professor ministra o conteúdo durante o ano letivo, deixando esta área para o final do ano e explorando o conteúdo de forma rápida. Conforme ressalta Stefani et al. (2019) a partir de seus estudos, na maioria das vezes os professores deixam o ensino de Geometria para o final do ano letivo, seja por pouco domínio e/ou por falta de tempo. Isto causa um déficit de aprendizado do conteúdo e dificulta o estabelecimento de relações do mesmo com a realidade vivenciada pelo estudante, desconsiderando a aprendizagem significativa, inclusiva e de forma interdisciplinar. De acordo com a Base Nacional Curricular Comum - BNCC,

Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. (BRASIL, 2017, p. 299).

A BNCC(2017) destaca o trabalho com as competências no sentido de favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito investigativo capaz de tornar o aprendizado significativo. Além desse destaque a BNCC ressalta a importância do uso das tecnologias no ensino como alternativas diferenciadas que podem facilitar a aprendizagem, possibilitando a autonomia do estudante e a interação de forma dinâmica com o uso do GeoGebra como ferramenta de ensino, já que se trata de um *software* pensado para o ensino de Geometria.

A fim de proporcionar o protagonismo do estudante e um ensino significativo, tem-se o seguinte questionamento: Como o processo de ensino para a aprendizagem de Geometria pode ser potencializado, a partir do ladrilhamento do plano e aprendizagem baseada em problemas, utilizando o Geogebra? Assim, o objetivo deste estudo é propor uma atividade com ângulos internos dos polígonos regulares utilizando o ladrilhamento, a aprendizagem baseada em problemas (PBL) e o Geogebra.

 Essa atividade deve ser realizada sem o uso de fórmulas, a partir dos conceitos e propriedades de Geometria presentes nesta arte, que consiste no preenchimento do plano, por moldes e sem superposição ou buracos.

A metodologia PBL consiste no ensino centrado no estudante, baseado na resolução de problemas, de forma a colocar a “mão na massa” durante o processo aprendizagem, possibilitando ao estudante a autonomia, para exercer um papel ativo no processo educacional.

A atividade será baseada em estratégias de ensino e de aprendizagem com os conteúdos de Geometria com o software Geogebra que permite aos professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático.

Utilizar-se-á o Geogebra, um software de matemática dinâmica gratuito que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino, onde os estudantes irão explorar os conceitos de Geometria, numa aprendizagem colaborativa.

Diante disso, Tavares e Lopes (2019), afirmam que esse *software* possibilita ao estudante interagir com a Geometria de forma ágil e dinâmica e ainda enfatizam que é possível a verificação do resultado da atividade visualizando se está de acordo com o esperado.

A seguir, apresenta-se a metodologia, os resultados…

**METODOLOGIA**

O presente trabalho tem como referencial metodológico a pesquisa-ação educacional, por ter como principal estratégia o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos (TRIPP, 2005).

A atividade está fundamentada na Metodologia Ativa, Aprendizagem Baseada em Problemas, porém para que os alunos consigam solucionar o problema precisamos nos certificar de que os mesmos têm conhecimento sobre polígonos regulares e seus elementos e, também sobre circunferência e medidas de ângulo central. Vale destacar também, a importância de abordar com os alunos, antes deles colocarem a mão na massa, uma pesquisa histórica sobre o ladrilhamento e suas diversas aplicações.

O contexto histórico traz informações de que o homem aplica a técnica de ladrilhamento em diversas coisas como pisos, cerâmicas, vitrais, estamparia de tecidos, artesanato dentre outros, vale ressaltar que a natureza também se utiliza dessa técnica nas colmeias, em células de tecidos biológicos, nos arranjos de cristais, etc. Nessa vertente temos que:

As mais antigas peças de ladrilhos conhecidos datam de 5000 anos a.C. e foram encontradas no Egito. Romanos e outros povos mediterrâneos retratavam pessoas e cenas naturais; mouros e árabes usavam figuras geométricas complexas e entrelaçadas, como se constata na Alhambra, um complexo de palácios de Granada (Espanha) construído, por mouros e cristãos, entre os séculos 13 e 15 e declarado, pela UNESCO, patrimônio da humanidade. (SALLUM, 2015. p.1)

Em Alhambra foram utilizadas todas as 17 formas básicas de cobrir o plano que estão divididas em três grupos: os regulares, os semi regulares e os irregulares.

**Quadro 1 –** Formas básica de cobrir o plano

| Regular | Semi regular | Irregular |
| --- | --- | --- |
| Formado por um tipo de polígono regular | Há dois ou mais tipos de polígonos regulares | Formado por polígonos irregulares |
| Os ângulos em torno de um vértice é 360º | Os ângulos em torno de um vértice é 360º | Os ângulos em torno de um vértice é 360º |
| Há três tipos | Há oito tipos | Há seis tipos |

Fonte: Autoras.

Os alunos de posse das informações históricas devemos também apresentar aos mesmos o software Geogebra e suas ferramentas, em seguida os dividiremos em grupo e cada grupo irá acessar o link <https://www.geogebra.org/m/uqemfkhp> esse link tem vários polígonos regulares e irregulares. Dessa forma, a atividade consiste em ladrilhar o plano com os polígonos e refletir sobre algumas questões como por exemplo: Todos os polígonos se encaixam perfeitamente? Qual a medida do ângulo interno desses polígonos que se encaixam perfeitamente? Tem algum que não se encaixa? Por que?

Uma das possíveis soluções consiste em, ao cobrir o plano com polígonos, desenhar uma circunferência com o centro no vértice dos triângulos, ao fazer isso o aluno deve observar que a circunferência fica dividida em seis setores circulares de mesma medida (figura 1). A partir dessa informação podemos concluir que cada ângulo central mede 60º, e como o triângulo é regular e tem três ângulos a soma dos ângulos internos mede 180º.

**Figura 01** – Ladrilhando com triângulos

****

Fonte:Geogebra

Depois de resolvido o problema, os alunos apresentam suas soluções e de forma colaborativa, professor e alunos vão construir a fórmula para calcular a soma dos ângulos internos. Portanto, a partir de ações proativas professores e estudantes constrói e reconstrói valores e ideias baseado em uma problematização que favorece um ambiente colaborativo e significativo de aprendizagem.

**DESENVOLVIMENTO**

O uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) proporciona parte das mudanças que vêm acontecendo em sala de aula. Para Bergmann e Sams (2018, p.40), “os alunos de hoje crescem com acesso à Internet, YouTube, Facebook MySpace e a muitos outros recursos digitais”.

 Diante disso, novas possibilidades de expressão e de comunicação, como a capacidade de animar objetos na tela, de criar conteúdos colaborativos em espaços físicos diferentes e a realização de aulas, vão além das paredes da sala de aula e dos muros da escola. Há diversas possibilidades de implementação das TDIC no fazer pedagógico, poŕem destacamos que o caminho que escolhemos consiste na implementação de metodologias ativas, ou seja, a criação de ambientes de aprendizagem que promovam a construção do conhecimento a partir da inserção das TDIC nas atividades.

De acordo com Bacich e Moran (2018), as metodologias ativas enfatizam o protagonismo do aluno, o seu envolvimento, sua participação reflexiva em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor.

A sociedade atual requer dos futuros profissionais um bom desempenho na solução de problemas e que consigam interagir com o outro de forma colaborativa. Souza e Dourado (2015) afirmam que a aprendizagem baseada em problema é a metodologia capaz de promover atividades de cooperação e colaboração, desenvolvendo habilidades interpessoais e o trabalho em equipe, possibilitando o estudante a aprender a aprender, em que o sujeito pode regular sua própria aprendizagem.

Diante disso, apresenta-se o motivo para a escolha da PBL como metodologia de desenvolvimento desse estudo, pois na PBL o estudante é o centro do processo e não um receptor passivo da informação. Com essa metodologia o estudante passa a ser um agente ativo do seu aprendizado e protagonista do seu conhecimento, em um ambiente de aprendizagem mútuo, interativo e criativo.

Nessa perspectiva, o processo de ensino para a aprendizagem de Matemática, também precisa incorporar materiais e práticas que possibilitem a interação, a criatividade por meio da experimentação individual ou em grupo, estimulando à dúvida, a interação com pares, o desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato, dentre outros procedimentos, que possibilitem ao aluno construir seu próprio conhecimento, mediados pelo professor em sala de aula, passando a ser como menciona CARVALHO et al (2017, p.3161) “um cenário fértil e promissor para conjugação dos saberes, onde as relações entre professor e aluno ganham mais notoriedade a partir do envolvimento de um ensino atraente, resultado de uma aprendizagem ativa”.

 Portanto, sugere-se como atividade o ladrilhamento do plano na perspectiva das metodologias ativas e utilizando o Geogebra, entendendo que esta ferramenta torna a aprendizagem mais acessível e colaborativa, seguindo o pensamento de DIESEL et al (2017, p.276) onde a “escola precisa ser útil para a vida, de modo que os estudantes possam articular o conhecimento construído com possibilidades reais de aplicação prática, ou seja, aprender com sentido, com significado contextualizado”.

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito para todos os níveis de ensino, além disso é uma multiplataforma que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Portanto por ser um software livre, o GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático. Dessa forma o uso do aplicativo voltado ao ensino da matemática, possibilita o que Cataneo (2011) define como uma formação historicamente situada, já que a tecnologia está presente em nosso cotidiano, além de oportunizar uma melhor visualização, interpretação e assimilação dos conteúdos.

Vale ressaltar que, uma prática docente com métodos ativos tem como princípios: o aluno no centro do processo do ensino e da aprendizagem; a autonomia; a problematização da realidade e reflexão; o trabalho em equipe; a inovação e o professor como mediador, facilitador, ativador (Diesel et al, 2017).

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Portanto, a partir dessa atividade, pretendeu-se desenvolver nos alunos conceitos geométricos, que são abstratos, mas que podem ser explorados a partir da realidade que os circundam, além disso desenvolver a habilidade presente na BNCC, (EF07MA22), que consiste em calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos, à confecção de ferramentas e peças mecânicas, entre outras.

No desenvolvimento da proposta tem-se que, conforme os alunos realizam a atividade a partir da visualização e da manipulação, eles desvendam e internalizam conceitos importantes de tal forma que, os conhecimentos de Geometria plana como a soma dos ângulos internos, se consolidam.

**CONSIDERAÇÕES FINAIS**

 Via de regra, nas aulas de Geometria, o aluno é exposto a um emaranhado de fórmulas a serem decoradas. O objetivo deste trabalho foi propor uma atividade com ângulos internos dos polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, a partir dos conceitos e propriedades de Geometria presentes no ladrilhamento.

Entendendo-se que a atividade proposta é uma estratégia de ensino inserida nas metodologias ativas, no qual o estudante investiga e cria soluções com objetivo de resolver o problema e, a partir das soluções, o professor sistematiza a teoria. Portanto há uma interação maior do aluno na construção do seu próprio conhecimento, o mesmo passa a ter um controle maior do seu aprendizado e, além disso, a problematização favorece um ambiente colaborativo de aprendizagem.

Reforça-se a importância do planejamento da aula e das estratégias de ensino, pois a escolha de uma teoria e/ou uma metodologia, por si só não é eficaz para atingir os objetivos de aprendizagem. Além disso, para alcançar os objetivos almejados é importante que os professores compreendam a metodologia utilizada.

Portanto compreende-se que a proposta de atividade (re)significa o ambiente escolar ao promover interações entre os sujeitos, o conhecimento, o protagonismo e o desenvolvimento da autonomia, pois é um ambiente rico e que aguça a curiosidade, o questionamento e o debate.

**REFERÊNCIAS**

BACICH, L; M. J. (org.).(2018) *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática [recurso eletrônico]*, Porto Alegre: Penso e-PUB

BERGMANN, J. & SAMS, A. (2018) [*Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem*](https://www.amazon.com.br/Sala-Invertida-Metodologia-Ativa-Aprendizagem/dp/852163045X). Rio de Janeiro: LTC.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017. Disponível: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\_EI\_EF\_110518\_versaofinal\_sit e.pdf.

CARVALHO, et al. As tecnologias educacionais digitais e as metodologias ativas para o ensino de matemática. Brazilian Journal of Development, Curitiba, v.7 , n.1, p.3153-3169 jan. 2021. Disponivel em:[**https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/22886/18365**](https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/22886/18365)

CATANEO, Vanessa Isabel. O uso do software GeoGebra como ferramenta que pode facilitar o processo de ensino aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental séries Finais. Monografia de Especialização em Educação Matemática do Centro Universitário Barriga Verde - UNIBAVE. 86 f. Orleans, SC: 2011.

DIESEL, A., BALDEZ, A.L.S., MARTINS, S.N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. Revista Thema, v.14, n.1. p. 268-288, 2017.

SALLUN, E. M. Ladrilhamento. Matemateca. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo, p.1-15, 2015 Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2015/10/monografia2.pdf>. Acesso em: 09 ago. 2019.

SOUZA, Samir Cristino de; DOURADO, Luis. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): Um Método de Aprendizagem Inovador para o Ensino Educativo. HOLOS, [S.l.], v. 5, p. 182-200, out. 2015. ISSN 1807-1600. Disponível em: <http://www2.

ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/2880

STEFANI, Amanda; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise das dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro e área. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, v. 8, n. 16, p. 97-118, jul./dez. 2019. ISSN 2238-5800. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1902>

TAVARES, F. G; LOPES, C. E. Mapeamento do uso do Geogebra no ensino de Estatística. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v.14, Edição Especial Educação Estatística, p.1-20, 2019.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, set./dez. 2005, p. 443-466. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira.

1. Mestra pela Universidade Federal do Ceará - UFC, elaine.teodosio@prof.ce.gov.br; [↑](#footnote-ref-0)
2. Doutoranda pela Rede Nordeste de Ensino/ Polo Universidade Federal do Ceará , larascipiao@gmail.com; [↑](#footnote-ref-1)
3. Pós-doutor em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará - UFC, brandaomenezes@hotmail.com; [↑](#footnote-ref-2)
4. Professor orientador: Maria José Costa dos Santos. Pós-Doutora pelo Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro titulação, Faculdade Ciências - UERJ, mazeautomatic@gmail.com. [↑](#footnote-ref-3)