## TEORIA DOS JOGOS: RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA EMPRESARIAL ENVOLVENDO JOGOS DE ESTRATÉGIA MISTA

Jeferson Bezerra da Silva, (UFAL)

jeferson\_bezerradg@hotmail.com

Geyne Lohana Gonçalves Bezerra, (UFAL)

geynnelohanna@hotmail.com

Valquíria de França Abreu, (UFAL)

valquiriafabreu@gmail.com

Eloiza Stephane da Silva, (UFAL)

eloizastephane@hotmail.com

**Resumo**:As organizações estão constantemente tendo que tomar decisões. Apesar de ser uma atitude habitual no dia-a-dia dos dirigentes, nem sempre as escolhas são feitas com facilidade e celeridade. À titulo de ilustração, citam-se as situações em que uma empresa necessita prever uma ação que poderá ser tomada por uma concorrente para obter êxito em sua própria decisão. Diante dessa problemática, métodos matemáticos foram criados com o intuito de guiar as organizações em seus processos decisórios. Dentre eles, tem-se a Teoria dos Jogos. Esta teoria matemática, justamente com outros conceitos como o de Equilíbrio de Nash, pode ser aplicada para definir a estratégia que cairá melhor para um grupo de empresas. Ela também é útil nos casos em que cada empresa não pode adotar apenas uma única ação como, por exemplo, nas situações de jogos de estratégia mista. Em vista disso, este trabalho objetiva demonstrar a aplicação da supracitada teoria na resolução de um problema cotidiano de uma empresa fictícia que envolve o dado tipo de estratégia.

**Palavras-chave**: Teoria dos Jogos. Estratégia Mista. Equilíbrio de Nash.

# 1. Introdução

As organizações estão inseridas em ambientes que têm como característica a constante modificação. Ao tomar uma decisão, tais organizações devem pensar não somente nos aspectos interno (recursos, produtividade, cultura, etc.), mas também nos externos (concorrência, consumidores, etc.). Em vista disso, existem situações em que a deliberação de uma solução pode ser cercada de dúvidas.

Diante dessa dificuldade, é importante transforma a tomada de decisão em um processo que facilite o trabalho dos dirigentes. Para tanto, Chiavenato (2004) destaca como elementos que compõem um processo decisório: o estado da natureza; o tomador de decisão; os objetivos; as preferências; as situações; as estratégias; e os resultados.

Neste contexto, as estratégias representam um importante fator no processo decisório das organizações. Segundo Chiavenato (2004, p. 255), a estratégia é definida como “o curso de ação que o decisor escolhe no sentido de atingir os objetivos da melhor forma, sendo esta dependente dos recursos disponíveis”.

Nesse panorama, a Teoria dos Jogos destaca-se como um dos métodos utilizados para orientar as decisões de uma corporação. A mesma corresponde a uma teoria matemática que busca, em uma condição de conflito, indicar a melhor decisão levando em consideração as diversas estratégias possíveis de serem adotadas por duas ou mais organizações (SARTINI et al, 2004).

A supracitada teoria surgiu em meados da década de 40 com a publicação do livro Theory of Games and Economic Behavior. Todavia, Andrade, Damázio e Barreto (2016) afirmam que somente por volta de 1980 a Teoria dos Jogos passou a ser utilizada nas decisões estratégicas, tornando-se ferramenta essencial para as organizações.

Diante do exposto, o presente trabalho tem por intuito discutir sobre a Teoria dos Jogos, focando no caso das estratégias mistas. Desta maneira, será apresentado um problema que ilustra a forma como uma empresa pode utilizar o supracitado método no processo de tomada de decisão.

**2. Descrição do problema de pesquisa**

Uma empresa X do ramo de *fast food* abriu um novo estabelecimento em uma cidade do interior alagoano. Nesta cidade já havia uma empresa Y que trabalhava com o mesmo tipo de produto. Para atrair novos clientes para o seu estabelecimento, a empresa X está pensando em divulgar seu produto pelas redes sociais ou rádio local. A empresa Y, observando o ingresso de um concorrente na região, está ponderando retomar o seu trabalho de divulgação dos lanches por meio do rádio ou panfletagem.

Neste sentido, os seguintes *payoffs* (pagamentos referentes ao aumento de vendas das empresas) foram observados segundo a estratégia que cada empresa pode adotar:

Tabela 1- Matriz Payoff com as estratégias de divulgação das empresas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Empresa Y** | | |
|  | **Panfletagem** | **Rádio** |
| **Empresa**  **X** | **Rádio** | (2, -2) | (-1, 1) |
| **Redes Sociais** | (0,5) | (7, 1) |

Fonte: Autores

**3. Revisão bibliográfica**

Para entender como funciona a Teoria dos Jogos, é importante conhecer alguns conceitos que estão atrelados ao dado assunto. De acordo com Andrade, Damázio e Barreto (2016), nesta teoria são usadas as seguintes definições:

- Jogador: é o principal representante do jogo. Eles podem ser indivíduos ou grupo de indivíduos que serão responsáveis por tomar as decisões ao longo do jogo;

- Agentes: são participantes dos jogos que não precisam, obrigatoriamente, tomar uma decisão;

- Ações: correspondem aos movimentos executados pelos agentes, sendo jogadores ou não;

- Estratégias: são as decisões tomadas no decorrer do jogo, diante de todas as possíveis situações enfrentadas;

- *Payoff:* representa as recompensas que serão recebidas pelos jogadores ao término de cada jogo.

Conhecido tais conceitos, destaca-se que o jogo em si, com os componentes destacados acima, pode ser representando por uma matriz/tabela de *payoff*. Logo abaixo, é possível observar a forma genérica da Matriz de Ganhos (BORGES, s.n.):

Jogador II

Jogador I  (1)

As linhas e colunas da matriz (1) são as estratégias do jogador I e II, respectivamente. Desta forma, se o jogador I usa uma estratégia i e o jogador II usa uma estratégia j, o *payoff* para o jogador I será o elemento aij (SARTINI et al, 2004). Além disso, destaca-se que nos Jogos de Soma Zero, o jogador II terá um *payoff* de -aij. Ou seja, o que é ganho para o participante I (sinal positivo) corresponde a um prejuízo de mesma ordem para o participante II. Desta maneira, os jogos que não possuem tal propriedade são definidos como Jogos de Soma Não-zero.

Outro conceito importante sobre a Teoria dos Jogos diz respeito ao Equilíbrio de Nash, proposto em 1950 e responsável por ajudar a entender o comportamento dos jogadores. De acordo com Simões e Abdenur (2007), haverá equilíbrio de Nash quando a estratégia escolhida pelos jogadores representa a melhor resposta para o outro. Além disso, o Equilíbrio de Nash é um ponto onde cada jogador não tem mais motivação para mudar de estratégia se os demais jogadores não o fizerem (SARTINI et al, 2004). Esse conceito é observado no célebre “Dilema dos Prisioneiros” de Albert W. Tucker (1950).

O dilema pressupõe que dois suspeitos, “A” e “B”, são acusados de um mesmo crime. Presos em celas separadas e sem possibilidade de se comunicarem, uma proposta lhes é feita: cada um deles pode escolher entre confessar ou negar o crime. Se ambos negarem, serão presos por um ano. Se os dois confessarem, serão presos por três anos. Mas, se um deles confessar e o outro negar, o que confessou será libertado imediatamente enquanto o que negou será submetido à pena de dez anos de prisão (tabela 2).

Tabela 2 – Matriz de Payoff do Dilema dos Prisioneiros

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Prisioneiro B** | | |
|  | **Confessar** | **Negar** |
| **Prisioneiro**  **A** | **Confessar** | (-3, -3) | (0, -10) |
| **Negar** | (-10,0) | (-1, -1) |

Fonte: Autores

Na tabela acima, é observada a matriz de *payoff* do Dilema dos Prisioneiros. Os prisioneiros pensam da seguinte forma:

“se ele confessar o melhor que posso fazer é confessar também, já que ficarei preso por três anos no lugar de 10 anos. Se ele negar, o melhor para mim ainda é confessar, pois assim estarei livre em vez de condenado a um ano . Nos dois casos, o melhor é confessar, portanto, eu confessarei” (SIMÕES e ABDENUR, 2007).

Neste sentido, considerando que ambos os prisioneiros serão racionais, os dois deverão confessar. A situação analisada trata-se de um jogo de Estratégia Dominante ou Pura cuja solução é um ponto de sela.

Com base em Borges [s.n], este problema também poderia ser solucionado aplicando o critério do Maxmin para o jogador A e o Minmax para o jogador B. Desta maneira, o presidiário A deve escolher os menores ganhos (maior tempo de pena) em cada linha e depois o maior ganho (menor tempo de pena) entre eles. Depois, faz-se a análise oposta para o presidiário B.

Tabela 3 – Matriz de *Payoff* do Dilema dos Prisioneiros aplicando os critérios

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Prisioneiro B** | | | |  |
|  | **Confessar** | **Negar** |  | |
| **Prisioneiro**  **A** | **Confessar** | (-3, -3) | (0, -10) | -3 = **Maxmin** | |
| **Negar** | (-10,0) | (-1, -1) | -10 | |
|  |  | -3**=Minmax** | -10 |  | |

Fonte: Autores

Diante do exposto, o resultado para esse jogo é onde o Maxmin = Minmax = ponto de sela (tabela 3). Ou seja, o valor do jogo (v) é a pena de três anos para ambos os prisioneiros. O dado procedimento é útil para resolver problemas envolvendo escolha de estratégias. Entretanto, nem sempre é possível encontrar um ponto de sela na matriz, pois em alguns casos não há uma estratégia única suficiente para que o outro jogador não pense em mudar sua decisão.

Neste contexto, quando não é possível encontrar o ponto de sela, o problema será definido como um Jogo de Estratégia Mista. Assim sendo, Almeida (2003) assume que as Estratégias Mistas são aquelas nas quais os jogadores fazem suas escolhas com o uso da aleatoriedade, por que conhecem as possibilidades. Em tais casos, Nogueira [s.n] afirma que é necessário indicar uma distribuição de probabilidade sobre cada conjunto de estratégia.

De acordo com Zuben (2012), em um jogo de estratégia mista:

- o jogador I tem *n* estratégias puras e o jogador II tem *m* estratégias puras, logo, uma estratégia mista é dada pelos dois vetores: x = [x1 x2 ... xn] e x = [y1 y2 ... yn]; onde xi i=1, 2, ..., n, Σxi = 1; e yi j=1, 2, ..., n, Σyj = 1.

- O pagamento passa a ser: p(x,y) = ΣΣxi.yj.aij.

- o conceito de estratégia mista implica na hipótese de que o jogo será jogado várias vezes. E quanto mais se joga mais terá confiança no pagamento esperado.

**4. Proposta de solução de problema**

Para solucionar o problema apresentado inicalmente, é necessário encontrar a estratégia que deve ser adotada pela empresa X com o intuito de tornar a empresa Y indiferente quanto a sua escolha. De acordo com os dados do problema, afirma-se:

- Se a empresa X utilizar o rádio e a empresa Y utilizar panfletagem, a primeira terá um *payoff* positivo de 2 e a segunda um *payoff* de -2.

- Se ambas as empresas utilizarem o rádio na divulgação, a empresa X terá um payoff de -1 enquanto a empresa Y terá um pagamento de 1.

- Se a empresa X utilizar as redes sociais e a empresa Y utilizar a panfletagem, a primeira terá um payoff igual a 0 e a segunda terá um pagamento igual a 5.

- Se empresa X utilizar as redes sociais e a empresa Y utilizar a rádio, a primeira terá um payoff de 7 e a segunda terá um payoff de 1.

Neste contexto, como pode ser observado na matriz de payoff abaixo (tabela 4), o problema não possui um ponto de sela. Ou seja, não existe uma situação em que a duas empresas utilizando uma estratégia pura obtêm um equilíbrio de ganhos. Assim, este caso trata-se de um jogo de estratégia mista.

Tabela 4 – Matriz de *Payoff* de divulgação com os critérios Minmax e Maxmin

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Empresa Y** | | |  |
|  | **Panfletagem** | **Rádio** |  |
| **Empresa X** | **Rádio** | (2, -2) | (-1, 1) | -2 |
| **Redes Sociais** | (0,5) | (7, 1) | 0 = **Minmax** |
|  |  | -1 | 1 = **Maxmin** |  |

Fonte: Autores

Para encontrar a estratégia que deve ser utilizada pela empresa X para que a sua concorrente sinta-se indiferente em mudar de estratégia, será aplicado o conceito do Equilíbrio de Nash para Estratégia Mista (ENEM). O ENEM ocorre quando é encontrada uma probabilidade na qual nenhum dos jogadores deseja alterar sua decisão depois de conhecer as probabilidades de escolha do outro jogador. Em outras palavras, cada jogador terá tomado a melhor resposta para seu concorrente.

Assim, a empresa X deve escolher uma probabilidade de divulgação com o intuito de deixar a empresa Y indiferente sobre qual estratégia escolher. Para tanto, é realizada os seguintes procedimento matemáticos.

a) Indicar as estratégias que a empresa X pode adotar por meio de probabilidade: Na tabela 5, tem-se que (PRx) é a probabilidade de divulgação pelo rádio e (1 – PRx) corresponde à probabilidade de divulgação pelas redes sociais para a empresa X.

Tabela 5 – Matriz de *payoff* com as probabilidades das estratégias da empresa X

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Empresa Y** | | |
|  | **Panfletagem** | **Rádio** |
| **Empresa X** | **Rádio *(PRx)*** | (2, -2) | (-1, 1) |
| **Redes Sociais**  ***(1 – PRx)*** | (0,5) | (7, 1) |

Fonte: Autores

b) Fazer o produto entre as probabilidades das estratégias da empresa X e os respectivos *payoffs* da empresa Y. Assim, serão obtidas as equações;

Panfletagem: E1 = PRx.(-2) + (1 – PR).5 = -7.PRx + 5 (2)

Rádio: E2 = PRx.(1) + (1 – PR).1 = 1 (3)

c) Igualar as equações (2) e (3) para encontrar a probabilidade que torna indiferente para a empresa Y usar panfletagem ou rádio:

E1 = E2

-7.PRx + 5 = 1

PRx = 4/7

PRx = 0,5714 ou 57,14%

Com base no resultado, se a empresa X deseja que a sua concorrente sinta-se indiferente em divulgar por meio de panfletagem ou rádio, ela deve adotar a estratégia de divulgação por rádio 57,1% e pelas redes sociais 42,86% do tempo. Ou seja, caso ela escolha a divulgação por rádio mais que 57,1% das vezes, isso fará com que a empresa Y opte divulgar pelo rádio, pois esta é a medida que lhe traz um melhor pagamento (tabela 5). Consequentemente, se X escolher divulgar menos que 57,14% pelo rádio, a empresa Y tenderá a escolher a panfletagem como resposta, pois essa ação lhe dará um *payoff* maior.

O mesmo processo pode ser feito para a empresa Y com o intuito descobrir a probabilidade que tornaria a empresa X indiferente quanto à estratégia que escolher. Repetindo o processo acima, encontra-se para empresa Y a probabilidade de divulgação pela rádio (PRy) igual a 80%. Desta forma, o Equilíbrio de Nash para Estratégia Mista do problema analisado será:

Empresa X: Divulgar por meio da rádio 57,1% das vezes.

Empresa Y: Divulgar por meio da rádio 80% das vezes.

Estas duas probabilidades são as melhores repostas para cada uma das empresas. Neste sentido, se elas duas escolherem essas estratégias, não há motivos para ambas as partes mudarem suas probabilidade.

**REFERÊNCIAS**

ALMEIDA, Fábio Portela Lopes de. **A teoria dos jogos:** uma fundamentação teórica dos métodos de resolução de disputa. In: AZEVEDO, André Gomma de (Org.). Estudos em arbitragem, mediação e negociação. Brasília: Ed. Grupos de Pesquisa, 2003. V. 2.

ANDRADE, Marcos Antônio Ribeiro; DAMÁZIO, Daiane; BARRETO, Magda Zeraik. **Teoria dos Jogos, Uma Ferramenta para Estratégia das Organizações.** XII SEGeT: Simposio de Excelência em Gestão e Tecnologia. 2016.

BORGES, Renato Resende. **Teoria dos Jogos.** Notas de Aula. [s.n.]

CHIAVENATO, Idalberto. **Administração nos novos tempos**. 2 ed, Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

NOGUEIRA, Fernando. **Modelagem e Simulação:** Teoria dos Jogos. Notas de aula. [s.n.]

SARTINI, Brígida Alexandre; GARBUGIO, Gilmar; BORTOLOSSI, Humberto José; SANTOS, Polyane Alves; BARRETO, Larissa Santana. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos.** II Bienal da SGM. 2004

SIMÕES, Pedro Henrique de Castro; ABDENUR, Flávio. **O Teorema do Equilíbiro de Nash.** 2007. Disponível em: <http://www.puc-rio.br/pibic/relatorio\_resumo2007/relatorios/mat/mat\_pedro\_henrique\_castro\_simoes.pdf>. Acesso em: Nov. 2017.

ZUBEN, Fernando J. Von. **Teoria dos Jogos.** Notas de aula. Unicamp. 2012.