UMA ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE DIFERENTES TÉCNICAS DE INTERPOLAÇÃO APLICADAS NA FWI UTILIZANDO A DSL DEVITO

Gustavo Araujo Alvaro Coelho[1]; Murilo do Carmo Boratto[2]
[1] Pesquisador bolsista no Centro Universitário SENAI CIMATEC; Salvador-BA; coelho1914@gmail.com
[2] Centro Universitário SENAI CIMATEC; Salvador-BA; murilo.boratto@fieb.org.br

RESUMO

Métodos de interpolação permitem a construção de um novo conjunto de dados a partir de um conjunto discreto de pontos previamente conhecido. Esse processo é realizado a partir da utilização de funções interpolantes, cujo objetivo é, com base no conjunto de dados conhecidos, estimar valores de pontos que não estão definidos. Esse método é amplamente utilizado em diversas áreas do conhecimento, desde o processamento de imagens, até aplicações geofísicas de imageamento sísmico. No âmbito da modelagem sísmica, a interpolação tem como aplicação principal a estimativa do valor de campo de onda para pontos específicos que não estão definidos no grid computacional que o representa. Diante da importância desse processo, implementamos dois métodos alternativos de interpolação dentro da estrutura da DSL (Linguagem de Domínio Específico) Devito, a cúbica e a Lanczos. Visando melhorar e comparar os resultados obtidos pela interpolação linear, método padrão da ferramenta.

PALAVRAS-CHAVE: INTERPOLAÇÃO, DEVITO, SÍSMICA.

1. INTRODUÇÃO

O processo de interpolação consiste na estimativa de pontos de uma função que não estão definidos no conjunto de dados inicial.1 Esse método é amplamente utilizado em diversas áreas do conhecimento, desde o processamento de imagens, até aplicações geofísicas de imageamento sísmico. O processo de imageamento sísmico, foco dessa pesquisa, consiste na modelagem de uma subsuperfície a partir da utilização de métodos de inversão, que podem ser implementados computacionalmente a partir da utilização de diversas ferramentas. A linguagem de domínio específico (DSL) Devito é uma dessas ferramentas.

O Devito é uma DSL e framework de geração otimizada de kernels de diferenças finitas para serem utilizados em métodos de inversão.2 A estrutura do Devito se baseia na utilização de objetos que armazenam e manipulam os dados em grid computacionais. Nesse contexto, elementos com o objetivo de realizar o registro da amplitude do campo de onda resultante em um determinado ponto do espaço, denominados receptores, são altamente utilizados. O registro da amplitude do campo de onda pode ser feito em diferentes posições no espaço, inclusive em posições não representadas pela malha computacional.2 Nessas situações é necessária a utilização da técnica de interpolação, para que, por meio dos valores conhecidos da malha, seja possível estimar o valor do campo de onda na posição desejada.

O Devito implementa de forma nativa a interpolação bi e tri linear, para os casos 2D e 3D, respectivamente. Entretanto, existem técnicas de interpolação que retornam resultados mais precisos e coerentes. Sendo assim, na busca de métodos de interpolação que apresentem melhores resultados, foram implementadas, no Devito, duas técnicas de interpolação: a interpolação cúbica e a interpolação Lanczos. A interpolação cúbica é realizada a partir da aplicação de um polinômio de grau três como função interpolante em um intervalo entre dois pontos.3,4 A interpolação Lanczos, por outro lado, se baseia na utilização de um kernel Lanczos multiplicado por cada um dos pontos conhecidos da malha envolvidos no processo de interpolação.5

2. METODOLOGIA

O Devito tem como base do seu funcionamento a utilização de equações simbólicas que serão traduzidas para linguagem C, ambiente no qual será realizada a execução das operações. O processo de implementação da técnica de interpolação pelo Devito está incluído nesse padrão de funcionamento, são definidas equações simbólicas que implementam cada passo da interpolação [bi/tri] linear, e essas equações são traduzidas para linguagem C para poderem ser executadas. Dessa forma, a implementação de um novo método de interpolação consiste em definir equações simbólicas que, ao serem traduzidas, implementem a execução desse novo método.

2.1 Interpolação Cúbica

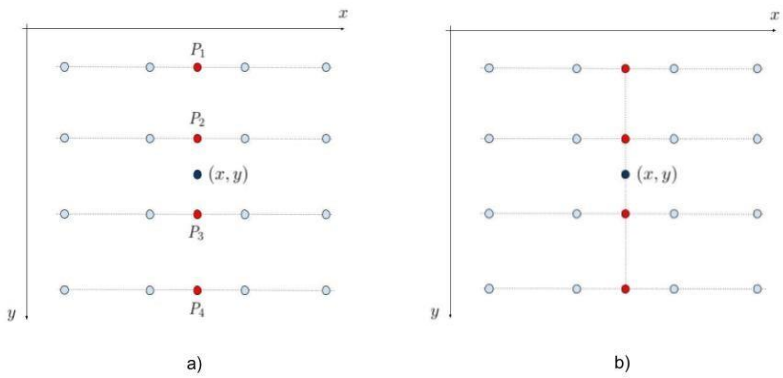
A interpolação cúbica unidimensional consiste em definir um polinômio de terceiro grau para estimar valores desconhecidos presentes em um intervalo [xj, xj+1], onde xj e xj+1 são os pontos que serão conectados pela função interpolante. Uma função cúbica é uma função do tipo $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, onde seu comportamento é definido a partir do valor dos seus quatro coeficientes. Dessa forma, é necessário calcular o valor dos coeficientes a, b, c e d, de modo que comportamento do polinômio represente uma estimativa coerente e fidedigna da distribuição geral da função que está sendo interpolada.3,4

A abordagem matemática para a definição dos coeficientes necessita do valor de quatro pontos conhecidos da função: xj-1, xj, xj+1 e xj+2. A informação desses pontos faz com que a função cúbica representada pelos coeficientes se comporte de forma coerente dentro da função. A partir de uma manipulação matemática é possível calcular os valores dos coeficientes, e ao substitui-los na equação polinomial de terceiro grau, é obtida a equação final representando a interpolação cúbica.

A interpolação cúbica pode ser estendida para dados bidimensionais. A abordagem 2D consiste na realização de sucessivas interpolações cúbicas unidimensionais. As interpolações na primeira dimensão têm como objetivo obter resultados parciais que definem o valor de pontos intermediários, Figura 1 a). Esses pontos intermediários serão utilizados como valores base para a realização da interpolação na outra dimensão, como pode ser visto na Figura 1 b). O resultado da interpolação utilizando os pontos intermediários representa o resultado final da interpolação no ponto desejado f(x,y). A implementação tridimensional, é análoga à abordagem 2D.

Para a implementação desse método foi definida uma nova classe chamada CubicInterpolator. Dentro dessa classe estão definidos os métodos geradores das equações simbólicas que irão definir a interpolação. Essas equações simbólicas variam desde as responsáveis por inicializar variáveis auxiliares, até as responsáveis por definir de fato a interpolação, gerando os pontos intermediários e por fim o resultado final.

Figura 1 - Ilustração do processo de interpolação cúbica em um grid 2D: a) Interpolação na primeira dimensão, obtendo os pontos intermediários P_1, P_2, P_3 e P_4. b) Utilização dos resultados parciais para a realização da interpolação na outra dimensão, obtendo o resultado final



2.2 Interpolação Sinc - Lanczos

O método de interpolação Lanczos, consiste na multiplicação dos valores dos pontos vizinhos por kernels Lanczos, que são dinâmicos e devem ser calculados para cada ponto envolvido na interpolação.5 Dessa forma, é possível definir matematicamente a interpolação Lanczos como o somatório da multiplicação dos pontos vizinhos por um kernel Lanczos.

A interpolação Lanczos pode ser estendida para dados bidimensionais. A relação entre a interpolação Lanczos 1D e 2D é análoga a relação entre a interpolação cúbica e bicúbica. A abordagem 2D consiste na realização de sucessivas interpolações Lanczos unidimensionais. As primeiras são responsáveis por definir o valor dos pontos intermediários, que serão utilizados para a realização da interpolação na dimensão restante, retornando o resultado final. A implementação tridimensional, é análoga à abordagem 2D

Para a implementação desse método foi definida uma nova classe chamada SincInterpolator. Dentro dessa classe estão definidos os métodos geradores das equações simbólicas que irão definir esse método de interpolação.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Visando validar os resultados obtidos pelos métodos de interpolação recém implementados, foi utilizado como elemento de teste a execução de uma inversão de onda completa – FWI (Full Wave Inversion).

A FWI é um método de inversão iterativo capaz de determinar modelos de velocidade de alta resolução e fidelidade. Como parte do seu funcionamento, está presente o processo de captação de dados, que envolve a utilização de técnicas de interpolação. Sendo assim, foi executada a FWI por três vezes, onde pra cada execução foi definido um método de interpolação diferente: linear, cúbico e Lanczos.

As execuções utilizaram o modelo Fdelmodec, uma quantidade de 101 receptores e 25 iterações durante o processo. Em cada iteração FWI o algoritmo gera uma função objetiva, representando a diferença entre os dados modelado e os dados medidos. Quanto menor o valor da função objetiva mais preciso é o resultado da FWI, e de modo a avaliar melhor os resultados obtidos foi utilizada a métrica RMS para avaliar o erro após a execução da última iteração do processo. A Tabela 2, mostra os resultados.

Tabela 1 – Valores da métrica de erro RMS após a útlima iteração, para cada uma das execuções realizadas.

	Linear	**Cúbica**	**Lanczos**
RMS	0,10295559334	0,10295559334	0,10295558417

O modelo utilizado é extremamente simples, sendo constante em sua maior parte, por esse motivo, os valores obtidos são muito próximos um dos outros. A utilização de modelos mais complexos e robustos tendem a evidenciar mais a diferença do comportamento da FWI para cada interpolador. No entanto, a proximidade dos resultados também mostra que os métodos implementados retornam resultados coerentes com o problema em questão.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Devito é uma das principais ferramentas para auxiliar na implementação de algoritmos de imageamento sísmico, facilitando a implementação de métodos matemáticos essenciais do processo, como equações de diferenças finitas. A interpolação possui um papel importante nesse processo, por esse motivo implementar técnicas cada vez mais robustas e otimizadas são de grande interesse. Esse resumo introduziu a implementação de duas diferentes técnicas de interpolação, cúbica e Lanczos, se apresentando como alternativa ao método Linear já presente de forma nativa no Devito. Diante dos experimentos iniciais realizados, é possível afirmar que os métodos implementados funcionam perfeitamente no ambiente do Devito, apresentando resultados equivalentes ou levemente superiores ao método linear. Os próximos passos envolvem a realização de testes mais robustos, envolvendo a utilização de dados reais. Esses testes serão capazes de mostrar a real magnitude da diferença entre os resultados de cada um dos métodos de interpolação.

5. REFERÊNCIAS

[1] FORSYTHE, George; MALCOLM, Michael and MOLER, Cleve. **Computer Methods for Mathematical Computations**. New Jersey: Prentice-Hall, 1977.
[2] DEVITO. **Devito**: Symbolic Finite Difference Computation, 2021. Página inicial. Disponível em: <https://www.devitoproject.org>. Acesso em: 07 de abr. de 2021.
[3] REAMAT. **Cálculo Numérico, Um Livro Colaborativo.** Capítulo 6.6. Disponível em <https://www.ufrgs.br/reamat/CalculoNumerico/livro-py/i1-interpolacao_cubica_segmentada_-_spline.html >, acesso em 7 de abr. De 2021.
[4] PRESS, William; TEUKOLSKY, Saul; VETTERLING, William and FLANNERY, Brian. **Numerical Recipes in C:** The Art of Scientific Computating. Cambridge University Press, 1992.
[5] MORAES, Thiago; AMORIM, Paulo; SILVA, Jorge and PEDRINI, Helio. **3D Lanczos Interpolation For Medical Volumes.** Accepted at 15th International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 2018.