

MODELAGEM E SIMULAÇÃO PARA REJEIÇÃO DE DISTÚRBIOS E AÇÃO INTEGRAL EM REGULADORES LINEARES QUADRÁTICOS PARA SISTEMAS LINEARES SUJEITOS A SALTOS MARKOVIANOS COM ENFOQUE EM REABILITAÇÃO ROBÓTICA

Yago de Castro Souza¹; Gildson Queiroz de Jesus²; Thiago Pereira das Chagas²; Francisco Bruno Souza Oliveira²

¹ Mestrando em Universidade Estadual de Santa Cruz; HPC - FAPESB; ycsouza@uesc.br

² Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC; Ilhéus-BA; gildsonj@gmail.com, tpchagas@uesc.br, fbsoliveira@uesc.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposição para a adição da rejeição a distúrbios e ação integral para o problema do regulador linear quadrático para sistemas sujeitos a saltos Markovianos, utilizando estado aumentado e solução recursiva por blocos matriciais. O algoritmo foi adaptado para sistemas invariantes no tempo, de modo a se estabelecer uma métrica para convergência da solução da equação de Riccati. Simulações usando o modelo do pêndulo invertido rotacional como comparativo das técnicas desenvolvidas são apresentadas, sendo uma investigação inicial para a movimentação humana. São notadas menores normas para o estado utilizando-se as técnicas apresentadas.

PALAVRAS-CHAVE: Rejeição à distúrbios; Ação Integral; SLSM; Controle ótimo.

1. INTRODUÇÃO

Muitos sistemas reais possuem em sua dinâmica características sujeitas a mudanças abruptas de comportamento, sendo possível serem modelados por um conjunto de sistemas lineares (chamados modos) que transicionam entre si, de acordo com uma cadeia de Markov.¹ A teoria de controle ótimo para estes sistemas, conhecidos como Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos (SLSM), tem sido objeto de investigação através de diversas técnicas.^{4,5,7} Dentre elas, Cerri propôs um método recursivo para a solução do Regulador Linear Quadrático (LQR) para SLSM baseado no método dos mínimos quadrados utilizando blocos matriciais, que permitem encontrar simultaneamente o estado ótimo e a entrada de controle ótimo na proposição.⁴

Sistemas reais também estão sujeitos a distúrbios externos ou entradas não manipuláveis pelo controlador.⁶ Uma proposta para se lidar com os distúrbios consiste em utilizar uma formulação baseada em estados aumentados,⁸ encontrando uma lei de controle diretamente relacionada aos distúrbios externos. Esta proposição também possibilita introduzir a ação integral ao se trabalhar sobre o erro entre uma referência desejada e a saída do sistema, como observado em alguns trabalhos.^{9,10} O pêndulo invertido é um sistema não-linear e de dinâmica instável, base para modelos mais complexos, como sistema locomotor¹¹ e exoesqueletos,² e considerado análogo à movimentação humana.^{2,3}

Neste trabalho é proposta a introdução da rejeição de distúrbio e ação integral para o controle ótimo para SLSM, através da abordagem de estado aumentado e utilizando a proposta recursiva baseada em blocos matriciais. Foi apresentado também uma modificação da solução para um algoritmo de convergência da solução de Riccati, de forma a ser implementada utilizando técnicas que otimizem o desempenho para estes sistemas. Como primeira análise, foram utilizadas simulações com o pêndulo invertido rotacional como investigação inicial ao movimento humano.³

2. METODOLOGIA

A pesquisa foi dividida em três partes principais, sendo revisão de literatura, desenvolvimento matemático da teoria, e modelagem e simulação utilizando um pêndulo invertido rotacional.

A revisão de literatura destinou-se à pesquisa dos métodos clássicos de controle ótimo para SLSM, do estado da arte das técnicas desenvolvidas e das técnicas desenvolvidas por colaboradores e grupos de pesquisas das instituições parceiras. Foi utilizado o Web of Science. Foram observados os grupos de pesquisas voltados a estudos de SLSM. Foram levantados métodos clássicos para a rejeição de distúrbio e ação integral para SLSM. Foram levantadas técnicas de convergência, otimização e paralelismo para as soluções das equações algébricas acopladas de Riccati (CARE's, do inglês *Coupled Algebraic Riccati Equations*) e das soluções das equações acopladas de Lyapunov, bem como técnicas que resultem em desacoplar estas equações.

Para o desenvolvimento matemático, o primeiro momento da pesquisa buscou encontrar um algoritmo que incorporasse as técnicas principais, sendo em um posterior segundo momento a otimização deste com técnicas levantadas de convergência e paralelismo para a solução das CARE's. Foi considerado inicialmente que os distúrbios são mensuráveis, e por sistema aumentado se chegou ao LQR com rejeição de distúrbios para SLMS. Analogamente, procedeu-se à inclusão da ação integral ao sistema, seguido da inclusão do parâmetro que relaciona as referências temporalmente. As teorias foram testadas com simulações numéricas encontradas nos métodos de base, como validação e comparativo. Para o segundo momento, foram feitas adaptações para proceder o encontro da sequência convergente das soluções de Riccati, de modo a se implementar os métodos de otimização.

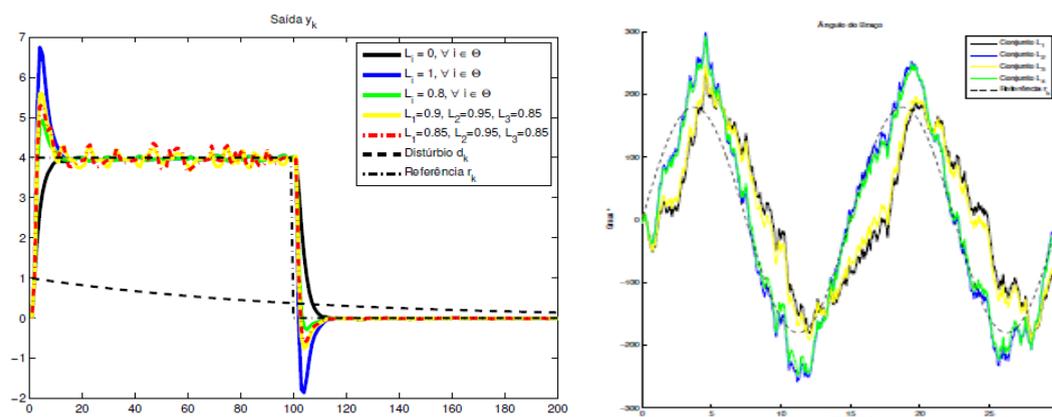
Para as simulações, foram utilizados os parâmetros do pêndulo invertido rotacional (PIR) Quanser® Cube Servo 2, de modo a ser um análogo à movimentação humana e estar disponível. Foi utilizada a abordagem Markoviana e os métodos de linearização presentes no trabalho de Mitschka². Os ganhos foram considerados de convergência, sendo calculados conforme a teoria e a entrada de controle considerada constante ao início de cada período de amostragem. As simulações foram realizadas utilizando o Matlab®, utilizando a função ODE45 para resolução das equações diferenciais associadas ao modelo matemático.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O desenvolvimento matemático resultou em três controladores novos, primeiro apenas com a inclusão de rejeição de distúrbio (LQRED para SLSM), com posterior inclusão da ação integral (LQIED para SLSM) e depois com acréscimo do parâmetro L para referência (LQIED-L para SLSM).

Simulações numéricas preliminares com um sistema discreto de 3 modos como comparativo mostraram normas menores com uso da teoria proposta. Para um distúrbio com decaimento exponencial, ao fim de 200 passos obteve-se norma do estado igual a 0,130 (LQIED para SLSM) e 0.478 (LQRED para SLSM), sendo 2.013 para a técnica base. O esforço de controle também foi menor para os controladores propostos, tendo pico menor que 12.29 com ação integral e rejeição de distúrbio, contra 71.26 da técnica de base. Os testes com o parâmetro de referência L , utilizando a abordagem Markoviana e uma referência degrau, mostraram uma diminuição do funcional custo para até 77.96% da proposição sem utilização do parâmetro (sendo considerado nulo). O erro médio quadrático foi 10.50% menor utilizando-se a abordagem proposta com os parâmetros escolhidos. A Figura 1a ilustra o exemplo utilizado com diferentes conjuntos para o parâmetro L .

Figura 1 - a) Saída do sistema ao longo das iterações utilizando diferentes parâmetros para referência; b) Ângulo do braço para o PIR ao longo do tempo para diferentes parâmetros para referência.



Para sistemas invariantes no tempo, as equações foram reformuladas retirando o índice temporal, com convergência garantida através da teoria com os corolários postulados em Costa et al.¹ Com isso, definiu-se o erro de convergência como a norma de Frobenius da diferença das soluções da equação de Riccati a cada iteração.

As soluções para as CARE's de convergência foram utilizadas para o cálculo do ganho e aplicação no pêndulo invertido rotacional Quanser® Cube Servo 2, com metodologia Markoviana adotada nos trabalhos do Terra². Os resultados apresentados foram submetidos a um distúrbio uniformemente distribuído, e todas as ponderações foram consideradas unitárias. Os valores para o estado foram menores na proposição apresentada, com menores oscilações para o ângulo do pêndulo (com valores máximos

37.55% menores para referência rampa) e menores para o ângulo do pêndulo (com erro médio quadrático 60.86% menor para o *LQIED* para SLSM), quando comparados com o *LQR* para SLSM. O acréscimo do parâmetro *L* para o caso com referência senoidal (Figura 1b) diminuiu o erro médio quadrático de 52.55° para 36.30°, apresentando um funcional custo 2.19% menor, e um comportamento qualitativo da curva mais próximo a referência.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A formulação apresentada expande o problema de regulação linear quadrática para SLSM, permitindo uma lei de controle diretamente relacionada aos distúrbios externos do sistema. A inserção da rejeição de distúrbios e ação integral mostraram bons resultados quando aplicados ao modelo do pêndulo invertido, apresentando menores oscilações para o ângulo do pêndulo que se pretende estabilizar. A formulação também apresenta melhora ao ter comportamento e valores (no caso raiz do erro médio quadrático) mais próximos da referência, sendo que o parâmetro com abordagem Markoviana proposto permite um ajuste fino de acordo com os requisitos do sistema. A lei de controle resultante apresenta normas do sinal de controle, estado e funcional significativamente menores. O modelo proposto permite uma abordagem de paralelização do domínio, quando se conhece as probabilidades de transição, e uma abordagem por diferenças temporais, para quando se conhece o parâmetro de salto a cada tempo *k* mas não se conhece a matriz de transição de probabilidades.

Agradecimentos

Agradeço ao SENAI-CIMATEC, a Universidade Estadual de Santa Cruz pela oportunidade e apoio e à FAPESB pelo apoio financeiro para execução do trabalho.

5. REFERÊNCIAS

- ¹ COSTA, O.L.V.; FRAGOSO, M.D.; MARQUES, R.P. **Discrete-Time Markov Jump Linear Systems**. Springer. 2005.
- ² MITSCHKA, C. M.; TERRA, M. H.; SIQUEIRA, A. A. G. **Derivation of a Markovian Controller for an exo-skeleton by overcome the benchmarks of a single and double inverted pendulum**. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, vol. 54rd IEEE, no. Cdc, pp. 5061–5066, 2015.
- ³ MITSCHKA, C. M.; TERRA, M. H.; SIQUEIRA, A. A. G. **Markovian theory applied for the development of control strategies in rehabilitation robotics**. Proceedings of the American Control Conference, pp. 1797–1802, 2017.
- ⁴ CERRI, J. P.; TERRA, M. H.; ISHIHARA, J. Y. **Recursive Robust Regulator for Discrete-Time Markovian Jump Linear Systems**. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 62, n. 11, p. 6004–6011, 2017. ISSN 00189286.
- ⁵ ABOU-KANDIL, H.; FREILING, G.; JANK, G. **On the solution of discrete-time Markovian jump linear quadratic control problems**. Automatica, v. 31, n. 5, p. 765–768, 1995.
- ⁶ SINGH, A. K.; PAL, B. C. **An extended linear quadratic regulator for LTI systems with exogenous inputs**. Automatica, Elsevier Ltd, v. 76, p. 10–16, 2017.
- ⁷ CHIZECK, H. J.; WILLSKY, A. S.; CASTANON, D. **Discrete-time markovian-jump linear quadratic optimal control**. International Journal of Control, v. 43, n. 1, p. 213–231, 1986.
- ⁸ MADUREIRA, V. S.; CHAGAS, T. P. das; JESUS, G. Q. de. **Regulador Linear Quadrático com Ação Integral para Sistemas Lineares com Rejeição de Distúrbios**. In: Anais da 14ª Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações. Equipe do Portal de Eventos Científicos da EESC-USP, 2019.
- ⁹ MA, G.; LIU, X.; PAGILLA, P. R. **Repetitive Control of Discrete-Time Markov Jump Linear Systems**. Proceedings of the American Control Conference, v. 2018-June, p. 4546–4551, 2018.
- ¹⁰ NAKURA, G. **Stochastic Optimal Tracking with Preview for Linear Discrete-Time Markovian Jump Systems**. Proceedings of the ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and its Applications, v. 2009, p. 53–60, 2009.
- ¹¹ SAFA, A. T.; NOURIANI, A.; ALASTY, A. **Stable handspring maneuvers with passive flight phases: Results from an inverted pendulum-like template**. International Journal of Non-Linear Mechanics, Elsevier Ltd, v. 128, n. August 2020, p. 103606, 2021.