**Á Área temática:** Ciências Exatas e da Terra

**Estudo do Método das Potências e Acelerações de Convergência**

Modesto Valci Moreira Lopes, Hedjany Sena da Silva, Ivan Mezzomo, Matheus da Silva Menezes

Segundo [1], a existência de problemas complexos atrelada a altas ordens de matrizes, corrobora na utilização de artifícios e outros modelos matemáticos que auxiliem o Método da Potência a se aproximar das soluções de forma mais rápida e eficaz. Este trabalho aborda um estudo introdutório que tenta propor uma nova aceleração para o MP baseado no MMQ, cujo objetivo é fazer uma análise em relação ao número de iterações para estimar qual a função do MMQ melhor se ajusta a uma quantidade inicial de soluções aproximadas, na tentativa de encontrar o autovalor dominante dos problemas propostos. Segundo [2], o MP e o MMQ são baseados nos respectivos teoremas:

**Teorema[1]:** Seja $A$ uma matriz real de ordem $n$ e sejam $λ\_{1}, λ\_{2}, \cdots ,λ\_{n}$ seus autovalores e $v\_{1}, v\_{2}, \cdots , v\_{n}$ seus correspondentes autovetores. Suponha que os autovetores são linearmente independentes e que $\left|λ\_{1}\right|>\left|λ\_{2}\right|\geq \cdots \geq \left|λ\_{n}\right| .$ Seja sequência definida por:

 $x\_{k+1}=Ax\_{k}, k=0,1,2,\cdots ,$ (1)

onde$x\_{0}$é um vetor arbitrário que permite a expansão: $x\_{0}=\sum\_{j=1}^{n}β\_{j}v\_{j },$com $β\_{j}$ escalares quaisquer e$β\_{1}\ne 0$*,* então: $\lim\_{k\to \infty }\frac{\left(x\_{k+1}\right)\_{r}}{\left(x\_{k}\right)\_{r}}=λ\_{1}$*.*

**Teorema[2]:** Conhecendo os valores de uma função $f$ aplicada aos pontos $x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{m}$ em um intervalo $[a,b]$ devemos escolher $n$ funções $g\_{1}\left(x\right), \cdots , g\_{n}(x)$ contínuas em $[a,b]$ e obter as constantes $α\_{1}, \cdots , α\_{n}$ tal que $φ\left(x\right)=α\_{1}g\_{1}\left(x\right)+α\_{2}g\_{2}\left(x\right)+\cdots +α\_{n}g\_{n}\left(x\right)$ se aproxime ao máximo de $f$.

Após um número pré-determinado de iterações do MP, será implementado as funções de aproximação do MMQ (linear, polinomial, logarítmica, exponencial e potência), com o intuito de averiguar qual delas melhor se ajusta aos pontos dados pelo MP e que melhor se aproxima do autovalor dominante de cada problema.

As matrizes foram obtidas a partir dos repositórios *Florida Sparse Matrix Collection*. Visando analisar a funcionalidade do algoritmo proposto, efetuamos a implementação no software *Matlab*. Como critério de parada, foi usado o erro absoluto com precisão de $ε<10^{-3}$ e o número máximo de iterações igual a $10^{4}$. Os resultados estão dispostos na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultado dos testes

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ID matriz | Ordem | MP  | MP com MMQ | Erro Absoluto |
| Nº Iter | Autovalor | F. aprox. | Autovalor | Nº Iter |
| bcsstk01 | 48 | 809 | 3.015$∙10^{9}$ | Potência | 3.015$∙10^{9}$ | 684 | 9.559$∙10^{-5}$ |
| bcsstk22 | 138 | 284 | 5.850$∙10^{6}$ | Polinomial | 5.851$∙10^{6}$ | 101 | 2.195$∙10^{-4}$ |
| pde225 | 225 | 1627 | 8.472 | Polinomial | 8.469 | 510 | 4.028$∙10^{-4}$ |
| bcsstk14 | 1806 | N/C | N/C | Polinomial | 9.254$∙10^{10}$ | 3546 | - |
| bcsstk13 | 2003 | 2849 | 3.115$∙10^{12}$ | Polinomial | 3.113$∙10^{12}$ | 1011 | 5.557$∙10^{-4}$ |
| cavity20 | 44562 | 2058 | 14.293 | Polinomial | 14.289 | 800 | 2.543$∙10^{-4}$ |
| af23560 | 23560 | N/C | 270.344 | Polinomial | 270.345 | 3682 | - |

Através dos resultados obtidos acima, podemos averiguar que o MMQ foi capaz de acelerar entre 25,46% e 69,66% a convergência para o autovalor dominante da matriz. Nos problemas bcsstk14 e af23560 o MP não convergiu no limite de 10.000 iterações enquanto o MMQ teve um resultado satisfatório. Notamos que o comportamento da convergência do MP é de natureza polinomial (em sua maioria), possibilitando o desenvolvimento de outras estratégias para a aceleração do MP com base em sua curva.

**Palavras-chave:** Métodos numéricos, Método da Potência, Método dos Mínimos Quadrados, Convergência, Matrizes.

**Agência financiadora:** CNPq.

**Referências:**

[1] R. L. Burden, D. Faires and A. M. Burden. Análise Numérica. 3. ed., Cengage Learning, São Paulo, 2015.

[2] N. B. Franco. Cálculo Numérico. 6. Ed., Pearson, São Paulo, 2006.