

UTILIZAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS NO PROCESSO DE DATAÇÃO POR CARBONO-14

Marcos Miller Martins da Silva¹; Jaciara Jesus Martins de Souza²; Gustavo Pereira Gomes³

^{1,2}Discente. Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG);

³Docente. Licenciatura em Matemática. IFNMG.

Resumo

As equações diferenciais são ferramentas matemáticas bastante aplicadas em muitas áreas para explicar fenômenos de diversas naturezas. A datação por carbono-14 (^{14}C) ou radiocarbono é uma dessas aplicações e é utilizada por arqueólogos para estimar o período histórico de determinados objetos de diversos tipos. Sendo assim, através de uma revisão literária com o auxílio das equações diferenciais e da técnica de datação por carbono-14, o presente trabalho descreve a equação matemática para estimar a idade de fósseis e objetos arqueológicos constituídos há milhares de anos. Tal equação é dada por $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-1,2139 \cdot 10^{-4} \cdot t}$, no qual $Q(t)$ é a quantidade de carbono-14 em um determinado tempo (t) e Q_0 é a quantidade inicial de carbono-14 do objeto estudado.

Palavras-chave: Carbono-14; Datação; Equações Diferenciais; Modelagem.

Introdução

As Equações Diferenciais, equações em que as incógnitas são funções e a equação envolve derivadas destas funções (SANTOS, 2011), têm um papel muito importante na Matemática Aplicada, pois permite que certas situações de diversas áreas sejam estudadas e explicadas através de cálculos matemáticos. Por exemplo, o estudo do crescimento populacional e logístico da dinâmica populacional, deformação de molas, reações químicas, entre outras.

Na arqueologia não é diferente, visto que o homem sempre busca compreender os acontecimentos dos antepassados através de registros históricos deixados por estes, seja um livro, uma pedra com inscrições, objetos de uso variado ou até mesmo fósseis. Desta forma, surge a necessidade de datar esses materiais para descobrir em que momento da história eles pertenciam, desenvolvendo assim, os processos de datação de objetos antigos.

Uma das técnicas que aplica esse processo é a datação por carbono-14 (^{14}C) ou radiocarbono. Esta técnica foi desenvolvida pelo químico Willard F. Libby e um grupo de cientistas em 1949 na universidade de Chicago que utiliza o decaimento radioativo, diminuição de massa e atividade de um elemento químico radioativo, para realizar a datação. Foi com essa descoberta que Libby recebeu o prêmio Nobel de Química, em 1960 (PEZZO, 2002).

O carbono-14 está presente em todos os seres vivos, plantas e animais como explica Pezzo (2002, p. 4-5):

Os raios cósmicos de alta energia colidem com átomos gasosos, emitindo nêutrons livres. Esses nêutrons colidem, por sua vez, com átomos de nitrogênio-14 (^{14}N), muito comum na atmosfera terrestre, produzindo o ^{14}C . Esse ^{14}C logo se combina com o oxigênio do ar, formando uma molécula de gás carbônico (CO_2). O CO_2 radioativo (pois contém ^{14}C , único isótopo radioativo do carbono) se dispersa no ar e, pela ação dos ventos, se mistura com o CO_2 normal contido na atmosfera. Pelo processo de fotossíntese, o CO_2 atmosférico

é absorvido pelas plantas, sendo a fonte principal de ^{12}C . O ^{14}C é absorvido também, em quantidades pequeníssimas, na mesma taxa em que é produzido na atmosfera. Os animais respiram, comem as plantas e absorvem também o ^{14}C . Demonstrou-se que a concentração de ^{14}C em um ser vivo é constante e igual à que existe em equilíbrio na atmosfera.

Quando um ser vivo morre a reposição de ^{14}C é interrompida e, de forma gradual, o ^{14}C vai se desintegrando emitindo radiação β (beta) transformando-se em ^{14}N que não é radioativo, ou seja, $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + \beta$. Esse processo é chamado de decaimento radioativo (CARDOSO, 2014). O carbono-14 se desintegra de forma lenta e constante e sua meia-vida, que é o tempo necessário para a atividade de um elemento radioativo ser reduzida à metade da atividade inicial, é estimada em 5710 anos com uma margem de erro de 40 anos (PEZZO, 2002), isto significa que se um organismo morreu há 5710 anos ele terá a metade do conteúdo de ^{14}C .

A datação por carbono-14 tem como objetivo medir a concentração de ^{14}C no ser vivo. Esta técnica é adequada para datar objetos com mais de 100 anos, visto que antes disso, eles não terão sofrido decaimento suficiente; e com menos de 40.000 anos, pois depois desse tempo, o carbono-14 terá sofrido decaimento suficiente para que seu nível de radiação seja quase zero. Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo mostrar como é feita a modelagem matemática na técnica de datação por carbono-14 utilizando as equações diferenciais ordinárias (EDO's).

Material e métodos/metodologia

Inicialmente, a equipe realizou um estudo na literatura sobre as equações diferenciais ordinárias de primeira ordem e, em seguida, foi discutido o processo de datação por carbono-14 com a utilização das equações diferenciais. Finalizando, a equipe descreveu detalhadamente o processo estudado.

Resultados e discussão

Sabe-se que nos seres vivos, o carbono-14 decai com o passar do tempo a uma taxa constante que é proporcional a quantidade presente no momento da sua morte, ou seja, com o passar do tempo, existe uma variação na quantidade de ^{14}C . Deste modo, podemos modelar esse fenômeno utilizando Equações Diferenciais Ordinárias através do problema de valor inicial (PVI)

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dt} = -k \cdot Q(t) \\ Q(0) = Q_0 \end{cases} \quad (1),$$

no qual $Q(t): R \rightarrow R$ é uma função que descreve a quantidade de carbono-14 em um determinado tempo e k é a constante de decaimento que depende do isótopo.

A equação diferencial (1) pode ser escrita da forma separável

$$\frac{dQ}{Q} = -k \cdot dt.$$

Integrando ambos os membros da igualdade acima, obtemos $\ln|Q| = -k \cdot t + C_1$ e utilizando a definição de logaritmo, e sua solução é dada por

$$Q(t) = C \cdot e^{-k \cdot t}.$$

Como $Q_0 = Q(0)$, então $Q_0 = C \cdot e^{-k \cdot 0} = C$. Sendo assim, a solução do PVI (1) é

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-k \cdot t}. \quad (2)$$

Para encontrar a constante k , partimos do fato que a meia-vida do carbono-14 é 5710 anos, isso nos diz que $Q(5710) = \frac{Q_0}{2}$. Substituindo esse resultado na equação (2), temos que

$$Q(5710) = Q_0 \cdot e^{-k \cdot 5710} = \frac{1}{2} Q_0 \Rightarrow e^{-5710 \cdot k} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = -\frac{\ln(0,5)}{5710} \simeq 1,213918 \cdot 10^{-4} / \text{ano}.$$

Portanto, a quantidade de material radioativo carbono-14 em relação ao tempo é dada pela equação

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-1,2139 \cdot 10^{-4} \cdot t}. \quad (3)$$

Por exemplo, para se encontrar a idade de um esqueleto em que sua quantidade de carbono-14 atual seja um terço da quantidade original, $Q(t) = \frac{1}{3} Q_0$, basta aplicar esse resultado em (3) da forma,

$$\frac{1}{3} Q_0 = Q_0 \cdot e^{-1,2139 \cdot 10^{-4} \cdot t} \Rightarrow -1,2139 \cdot 10^{-4} \cdot t = \ln(1/3) \Rightarrow t = -\frac{\ln(1/3)}{1,2139 \cdot 10^{-4}} \simeq 9.050,27 \text{ anos}.$$

Conclusão(ões)/Considerações finais

Diante dos resultados e análises percebe-se que a modelagem matemática é uma ferramenta útil para solucionar certos problemas encontrados em diversas áreas das ciências, em especial a Arqueologia. Além disso, com a utilização das equações diferenciais e do processo desenvolvido por Libby denotado datação por carbono-14, é possível obter uma estimativa razoável da idade de objetos antigos através da equação diferencial ordinária, obtendo-se a função $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-1,2139 \cdot 10^{-4} \cdot t}$. É importante destacar que essa medição é feita em laboratórios e este método tem sido utilizado para datar objetos em túmulos egípcios entre outros.

Agradecimentos

Agradeço aos colegas da equipe e ao professor-orientador por ter nos auxiliado na elaboração e compreensão do presente trabalho.

Referências

ALVES, W.B. Sobre a Datação por Decaimento Radioativo. **Revista Connectionline**. Várzea Grande, v. 1, n. 5, p. 33-43, 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.univag.com.br/index.php/CONNECTIONLINE/article/view/122/373>>. Acesso em: 19 Fev. 2018.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C.. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

CARDOSO, E. de M.; *et al.* **Radioatividade**. Apostila Educativa. Comissão Nacional de Energia Nuclear – CNEN, 2004. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01001/radio.pdf>>. Acesso em: 23 Fev. 2018.

PEZZO, M.. O assunto é... Datação por carbono-14. **Univerciência**, São Carlos, v. 1, n. 2, p. 4-6, Dez. 2002. Disponível em: <http://www.univerciencia.ufscar.br/n_2_al/carbono.pdf>. Acesso em: 23 Fev. 2018.

SANTOS, R. J.. **Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2011.