

NOÇÕES INTUITIVAS DE CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO POR MEIO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Resumo

Esta pesquisa, ainda em andamento, trata-se de atividades em uma turma do 3º ano do Ensino Médio objetivando apresentar algumas noções iniciais do Cálculo por meio de problemas de otimização com funções quadráticas, trabalhando máximos e mínimos por meio de taxas de variação. A pesquisa utilizará uma abordagem quanti-qualitativa, de caráter explicativo e os instrumentos de coleta de dados serão compostos pela aplicação de um questionário, já realizado, e, posteriormente, será aplicada uma sequência didática sobre problemas de otimização. Ao final da pesquisa buscaremos mostrar de que forma atividades envolvendo problemas de otimização podem auxiliar na introdução de noções iniciais de Cálculo no Ensino Médio.

Palavras-chave: Ensino Médio; Cálculo; Problemas de Otimização; Derivadas.

Introdução

O Cálculo já foi uma disciplina integradora do currículo do Ensino Médio brasileiro por duas vezes, como é apontado por Carvalho (1996) em seu artigo “*Algumas considerações históricas sobre o ensino de cálculo na escola secundária*”, e em ambas as vezes não se obteve bons resultados. Ávila (2007) acredita que o fato de se tentar fazer no ensino médio exatamente o que se faz no Cálculo universitário, faz com que limites e derivadas não sejam levados a sério no ensino médio, embora compareçam em muitos textos dedicados a esse nível de ensino.

Ávila (1993) ressalta, ainda, o fato de que a Matemática Moderna redundou o ensino de funções num desenvolvimento excessivamente formal, abstrato e longo desse tópico do programa, ocupando todo o primeiro ano do Ensino Médio, e afastado das aplicações que podem se constituir em boa motivação.

Diante desse cenário que cinge o ensino de matemática brasileiro, percebemos a necessidade de propor uma metodologia de ensino que inclua as noções intuitivas do Cálculo no nível médio, uma vez que o Cálculo é uma das disciplinas mais importantes da Matemática, considerada como a espinha dorsal desse campo do conhecimento. Assim, surgiu a ideia de trabalhar conteúdos que são abordados na disciplina de Cálculo em turmas do Ensino Médio, mas sem as tecnicidades e exigências de um curso superior, e uma dessas possibilidades é vista por meio de problemas de otimização com funções quadráticas, trabalhando máximos e mínimos por meio de taxas de variação, mais conhecida como o estudo das derivadas.

Diante disso, iniciamos uma pesquisa de caráter explicativo, com alunos do 3º ano do Ensino Médio, em que o primeiro instrumento para coleta de dados se deu pela aplicação de um questionário. Posteriormente, será aplicada uma sequência didática sobre problemas de otimização para que, assim, possamos introduzir algumas noções de Cálculo.

Ao final da pesquisa, buscaremos responder o questionamento norteador deste trabalho, este que visa mostrar de que forma atividades envolvendo problemas de otimização podem auxiliar na introdução de noções iniciais de Cálculo para alunos do Ensino Médio?

Material e métodos/ Metodologia

A primeira parte da pesquisa foi realizada em uma turma do 3º do Ensino Médio, composta por 24 alunos, mas no dia da aplicação do questionário apenas 21 alunos estavam presentes. Para dar início aos trabalhos foi aplicado um questionário para avaliar o grau de domínio do conteúdo de funções quadráticas, como também para verificar se os alunos possuíam algum conhecimento prévio acerca dos problemas de otimização. Assim, a aplicação do questionário, juntamente com a análise das respostas dos alunos, auxiliou no planejamento da segunda parte da pesquisa, que será realizada em outubro de 2018.

O segundo momento da pesquisa se caracterizará pela aplicação de uma sequência didática, esta que será realizada em aproximadamente cinco aulas para apresentar o conteúdo de problemas de otimização aos alunos e, por meio desses problemas, serão introduzidas as noções iniciais de Cálculo à turma. As noções de Cálculo serão apresentadas aos alunos utilizando o conceito de taxa de variação, conforme o método a seguir.

Para uma função contínua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ao darmos um pequeno acréscimo h à variável x , fazendo com que x passe para $x + h$, teremos uma conseqüente variação no valor da função, dado por $f(x + h) - f(x)$, conforme a Fig.1 . Se quisermos saber como se dá a variação da função $y = f(x)$ em um determinado intervalo, devido ao acréscimo atribuído a x , podemos fazer:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{(x+h)-x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Temos assim a seguinte definição: “Dados x e $x + h \in \mathbb{R}$, com $h \neq 0$, chama-se **taxa de variação média da função f** no intervalo $[x, x + h]$ o número $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.”

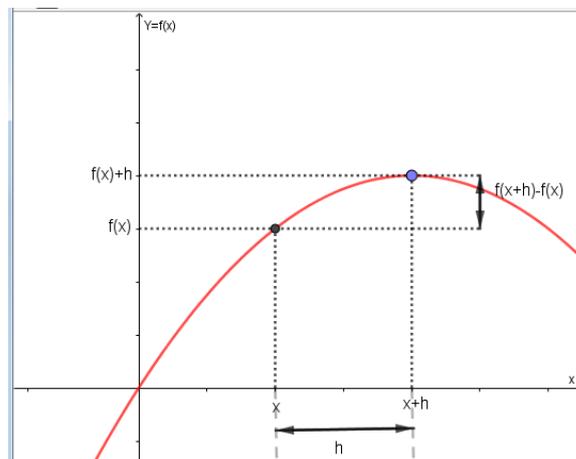


Figura 1 – Variação de $f(x)$

Fonte: Arquivo dos autores

Com essa definição, podemos inferir se a variação da função se dá com uma maior ou menor *rapidez*. A taxa de variação média tem um importante significado físico, no estudo de grandezas que variam em função de outras, como por exemplo, a velocidade média.

Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$. Temos que:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(a(x+h)^2 + b(x+h) + c) - (ax^2 + bx + c)}{(x+h) - x}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{ax^2 + 2axh + ah^2 + bx + bh + c - ax^2 - bx - c}{h} \\ &= \frac{(2ax + ah + b)h}{h} \\ &= 2ax + ah + b \quad (1) \end{aligned}$$

Como h é um incremento que damos a x , podemos tomá-lo suficientemente próximo de zero, de forma que a Equação 1 possa ser escrita como:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2ax + b \quad (2)$$

Como queremos $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$, basta tomarmos $x = -\frac{b}{2a}$ na Equação 2.

Observe que, para chegarmos na Equação 2, utilizamos uma ideia intuitiva, que pode ser expressa da seguinte forma, usando a notação de limites:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2ax + ah + b) = 2ax + b.$$

Assim, apresentaremos problemas para que os alunos possam resolver como no exemplo a seguir.

- 1) A trajetória da bola, em um chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h , em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h = -t^2 + 6t$, determine:
- O instante em que a bola atinge a altura máxima.
 - A altura máxima atingida pela bola.

Solução:

- a) Pelo procedimento descrito, obtemos $h'(t) = -2t + 6$ e, fazendo $h'(t) = 0$, segue:

$$-2t + 6 = 0 \quad \Rightarrow t = 3$$

- b) Calculando $h(3)$ obtemos:

$$h(3) = -3^2 + 6.3 \quad \Rightarrow h(3) = 9$$

Feito isso, será aplicado um novo questionário para diagnosticar a turma, isto é, para analisar se os alunos entenderam como as noções iniciais de Cálculo podem auxiliar na resolução de problemas de otimização como, também, para avaliar se essa concepção de ensino agregará na construção de novos saberes.

Resultados e discussão

A primeira parte da pesquisa deu-se pela aplicação de um questionário, este que visava verificar o conhecimento dos alunos acerca dos conteúdos necessários para estudar problemas de otimização sendo eles: funções, raízes de uma função, máximos e mínimos de uma função e otimização.

Ao questionarmos se eles já tinham estudado função quadrática, todos os alunos responderam que sim, mas, ao pedirmos que determinassem as raízes de uma função, apenas 48% dos mesmos conseguiram. Posteriormente, questionamos se eles sabiam o que é ponto de máximo/mínimo de uma

função e, apenas, 24% desses alunos conseguiram determinar, isto é, apenas 50% dos alunos que conseguiram encontrar as raízes da função sabiam o que são pontos de máximo/mínimo de uma função.

Por fim, foi perguntado aos alunos se eles sabiam o que são problemas de otimização e, caso a resposta fosse sim, definissem o que entendem desse conteúdo, mas 100% dos alunos afirmaram não saber o significado.

A partir desses dados vimos a necessidade de nivelar a turma ao conteúdo de função quadrática como, também, fazer uma breve introdução ao conteúdo de otimização antes da aplicação da sequência didática.

Conclusão(ões)/Considerações finais

A tentativa de apresentar noções de Cálculo no Ensino Médio se faz necessária pelo fato de que, mesmo sendo considerada umas das disciplinas mais importantes da Matemática, o Cálculo é uma das disciplinas que mais reprovam alunos em cursos que abrangem a área das exatas, e isto pode estar ligado ao fato dos alunos ingressarem em um curso superior com uma enorme defasagem de conteúdos matemáticos.

De acordo com os resultados obtidos no questionário, percebemos que é necessário embasar os alunos acerca dos conteúdos necessários para compreensão dos tópicos de Cálculo. Assim, vimos que uma das alternativas é apresentar algumas noções de Cálculo no Ensino Médio sem as tecnicidades que é apresentada em um curso superior.

Portanto, com a realização da segunda etapa da pesquisa, esperamos obter dados que possam subsidiar uma análise qualitativa acerca das impressões, opiniões e comportamento que os alunos possam ter em relação as atividades e sequência didática de inserção de noções de Cálculo no Ensino Médio.

Agradecimentos

Agradeço o Prof. Me. XXXXXXXXX que, além de aceitar ser meu orientador de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), sugeriu este tema para ser alvo da nossa pesquisa.

Referências

ÁVILA, G. O ensino de Matemática. In: **Revista do Professor de Matemática**, n. 23. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1993.

ÁVILA, G. **Várias faces da Matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral**. São Paulo: Blucher, 2007.

CARVALHO, J. B. P. F. Algumas Considerações Históricas sobre o Ensino de Cálculo na Escola Secundária. **Cadernos CEDES - Antropologia e Educação Interfaces do Ensino e da Pesquisa**, Campinas, SP, v. 40, p. 62-81, 1996.

STEWART, J. Cálculo, volume 1 (tradução EZ2 Translale) . São Paulo: Cengage Learning, 2013.